

漂浮接箍球壳式堵盖强度计算和试验研究*

STRENGTH CALCULATION AND EXPERIMENTAL STUDY OF SPHERICAL COVER FOR FLOATING COUPLING

于洋**¹ 余松***¹ 李志刚²

(1. 西安科技大学机械工程学院, 西安710054)

(2. 中国石油集团川庆钻探工程有限公司长庆固井公司, 西安710018)

YU Yang¹ YU Song¹ LI ZhiGang²

(1. School of Mechanical Engineering, Xi'an University of Science and Technology, Xi'an 710054, China)

(2. Changqing Cementing Company, CNPC Chuangqing Drilling Engineering Company Limited, Xi'an 710018, China)

摘要 球壳式堵盖作为漂浮接箍的承压部件,在下套管过程中其强度直接影响漂浮接箍的承压密封作用。首先对球壳式堵盖的应力进行理论解析和仿真,综合考虑材料和压缩破坏失效形式,基于三向应力下的球壳模型建立了球壳式堵盖的强度计算公式。选用硼硅玻璃作为材料,通过压缩试验得到其抗压强度;采用仿真计算获得球壳式堵盖的应力状态并确定危险部位。然后通过压力试验获得球壳式堵盖的打开压力,将试验与计算结果进行对比。结果表明,球壳式堵盖的爆破压力为 $46.2\text{ MPa}\pm 3.8\text{ MPa}$,且破碎后漂浮接箍内部无残留玻璃,最大破碎颗粒小于 $10\text{ mm}\times 9\text{ mm}\times 3\text{ mm}$,满足球壳式堵盖的强度要求。研究结果对水平井下套管中漂浮接箍的应用具有重要的意义。

关键词 漂浮接箍 球壳式堵盖 高硼硅玻璃 打开压力

中图分类号 TE937

Abstract As the pressure-bearing part of the floating coupler, the strength of the spherical cover directly affects the pressure-bearing and sealing function of the floating coupler in the process of lowering the casing. Firstly, the theoretical analysis and simulation of the stress of the spherical cover were carried out, and the strength calculation formula of the spherical cover was established based on the spherical shell model under three-way stresses, taking into account the material and compression the damage failure form. Borosilicate glass was selected as the material and its compressive strength was obtained by the compression test. The stress state of the spherical cover was obtained by simulation calculation and the dangerous area was determined. Then the burst pressure of the spherical cover was obtained by the pressure test, and the test and calculation results were compared. The results show that the opening pressure of the spherical cover was $46.2\text{ MPa}\pm 3.8\text{ MPa}$, and no residual glass was inside the floating joint after breaking. The maximum broken particles are less than $10\text{ mm}\times 9\text{ mm}\times 3\text{ mm}$, which meets the strength requirement of the spherical cover. The results of the study are of great significance to the application of floating coupling in horizontal wells under casing.

Key words Floating coupling; Spherical cover; Borosilicate glass; Opening pressure

Corresponding author: YU Song, E-mail: yusong 0413@126.com

The project supported by the Qin Chuang Yuan Science and Technology Innovation Special of Shaanxi Province (No. 2021ZDZX-GY-0006).

Manuscript received 20230209, in revised form 20230503.

0 引言

漂浮接箍广泛应用于油气藏开发中大位移水平井下套管作业^[1-2],常规破碎式漂浮接箍的堵盖采用平板玻璃盘,随着压力增大堵盖容易提前破碎,并且边

缘留有环状的玻璃残体,影响后续工具的通过^[3]。球壳结构具有承压性能强、存储应变能高、结构断裂能量释放大等特点,可用于破碎式漂浮接箍的堵盖。本文采用球壳式堵盖设计一种新型的漂浮接箍,为了保证漂浮接箍在水平井下套管过程中满足强度要求,需

*20230209收到初稿,20230503收到修改稿。陕西省秦创原科技创新专项(2021ZDZX-GY-0006)资助。

**于洋,男,1968年生,陕西西安人,汉族,西安科技大学机械工程学院教授,硕士研究生导师,主要研究方向为石油机械装备研制、数字化设计与制造。

***余松(通信作者),男,1997年生,陕西汉中,汉族,西安科技大学机械工程学院硕士研究生,主要研究方向为石油完井机械装置。

要对球壳式堵盖的强度进行讨论。

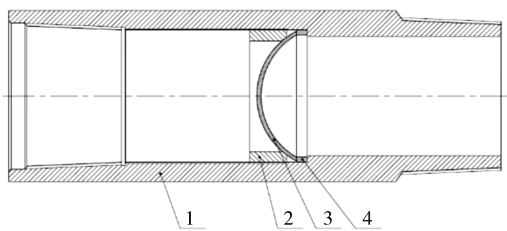
漂浮接箍的球壳式堵盖属于中厚壳范围,承受外压的中厚壳常因强度不足发生强度破坏,引起结构的失效。吴瑜等^[4]基于有机玻璃试件压缩试验结果,研究了特定厚度半径比的耐压壳失效形式和临界载荷。张伟伟等^[5]采用微元体推导出厚壁半球壳在内压下的强度计算公式,忽略了约束条件对强度的影响,采用 Mises 屈服准则和 Tresca 屈服准则得到球壳的最大当量应力。李晔等^[6]采用试验设计方法通过大量仿真试验得到承受外压玻璃球壳的强度计算公式,结构和材料对应力具有明显的影响。ZHOU F 等^[7]通过高速摄像头获取有机玻璃耐压半球壳的失效模式,有机玻璃半球壳的临界载荷随着尺寸缺陷幅值的增大而减小。刘岑等^[8]对承压设备强度计算的研究结果说明结构对承压设备强度计算公式的精度影响较大。

球壳的主要参数对不同球壳模型的破坏压力计算式的预测结果会产生偏差^[9]。针对材料为硼硅玻璃的球壳式堵盖,基于三向应力下的球壳模型,综合考虑硼硅玻璃材料的抗压强度和堵盖的压缩破坏形式,建立均匀外压下球壳的强度计算模型。通过单轴压缩试验获取硼硅玻璃的材料力学性能,建立球壳式堵盖的有限元模型,分析球壳式堵盖的强度。并对 4 mm 厚度的球壳式堵盖进行压力试验,验证堵盖的承压性能。

1 球壳式堵盖应力分析

1.1 漂浮接箍简介

漂浮接箍结构如图 1 所示,主要由外壳、球壳式堵盖、压环和密封垫板组成。在石油固井下套管过程中,漂浮接箍安装在套管串中起到临时堵塞的作用,球壳式堵盖上端是钻井液,下端至浮鞋之间是漂浮段,漂浮段内是空气或低密度钻井液。在套管外钻井液的浮力作用下,漂浮段套管对岩壁的正压力减小,从而使套管下入过程中的摩阻减小,有助于套管在水平段顺利下入。当套管移动到指定位置后,通过井口加压使漂浮接箍内的球壳式堵盖破碎成微小颗粒,建立套管串循环通道,进行后续的固井施工工作^[10-11]。



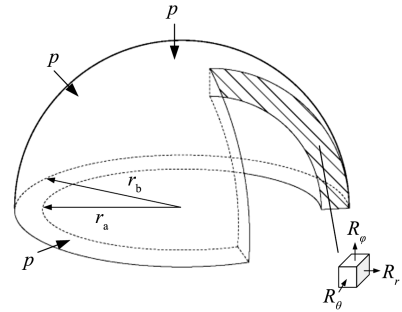
1-外壳;2-压环;3-球壳式堵盖;4-密封垫板。
1-Housing; 2-Pressure ring; 3-Spherical cover; 4-Sealing gasket.

图 1 漂浮接箍结构示意图

Fig. 1 Diagram of the floating coupling structure

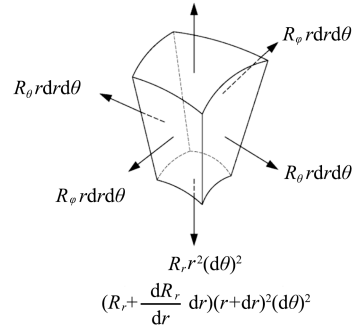
1.2 球壳式堵盖应力分析

在下套管过程中,球壳式堵盖承受上端钻井液的压力。球壳式堵盖的力学模型如图 2(a)所示,任意一点的受力模型如图 2(b)所示。其中, r_a 、 r_b 分别为球壳式堵盖的内半径和外半径; p 为外压力。



(a) 厚壁半球

(a) Thick-walled hemisphere



(b) 微元体受力模型

(b) Microelement force model

图 2 球壳式堵盖及其微元体受力模型

Fig. 2 Spherical cover and microelement force model

由于球壳式堵盖结构的几何对称性和液压载荷的对称性,忽略堵盖支撑面的约束效应,任一点的经向应力和纬向应力相同,即 $R_\theta = R_\varphi$ 。微元体的平衡方程为

$$\frac{rdR_r}{2dr} + R_r - R_\varphi = 0 \quad (1)$$

式中, r 为球壳结构半径的自变量; R_r 为结构径向应力。

几何方程为

$$\begin{cases} \varepsilon_r = \frac{du}{dr} \\ \varepsilon_\theta = \varepsilon_\varphi = \frac{u}{r} \end{cases} \quad (2)$$

式中, u 为受力时径向产生的弹性位移量。

弹性本构方程为

$$\begin{cases} \varepsilon_\varphi = \frac{1}{E} [R_\varphi - \mu(R_r + R_\varphi)] \\ \varepsilon_r = \frac{1}{E} (R_r - 2\mu R_\varphi) \end{cases} \quad (3)$$

式中, μ 为泊松比; E 为弹性模量。

球壳式堵盖在承压时仅外表面受到钻井液的液柱压力 p , 因此其边界条件为

$$\begin{cases} (R_r)_{r=r_a} = 0 \\ (R_r)_{r=r_b} = -p \end{cases} \quad (4)$$

通过式(1)~式(4)可以求出球壳式堵盖任意一点的应力解为

$$\begin{cases} R_r = -\frac{pr_b^3}{r_b^3 - r_a^3} \left(1 - \frac{r_a^3}{r^3}\right), \\ R_\theta = R_\varphi = -\frac{pr_b^3}{r_b^3 - r_a^3} \left(1 + \frac{r_a^3}{2r^3}\right), \end{cases} \quad r_a \leq r \leq r_b \quad (5)$$

由式(5)可见, 球壳式堵盖的径向应力和经(纬)向应力均为负值, 即均为压应力。径向应力由内到外应力的绝对值逐渐增大, 经(纬)向应力由内到外应力的绝对值逐渐减小, 但不成线性。同时, 经(纬)向应力的绝对值远大于径向应力。因此, 钻井液压力下球壳式堵盖的最大应力在内壁($r = r_a$)处。

1.3 球壳式堵盖的强度求解

球壳式堵盖采用硼硅玻璃材料, 对于脆性材料, 球壳式堵盖的最大应力达到材料的强度极限时, 结构会出现裂纹, 伴随着高应变能的快速释放, 裂纹迅速扩展, 导致结构失效。Mohr-Coulomb 强度准则是脆性材料应用最广泛的准则之一^[12], 根据式(5), 球壳式堵盖的临界打开压力应该满足:

$$p_{cr} = R_c \frac{2(r_b^3 - r_a^3)}{3r_b^3} \quad (6)$$

式中, p_{cr} 为临界打开压力; R_c 为硼硅玻璃的抗压强度。

$$r_b = r_a + t \quad (7)$$

式中, t 为厚度。

式(6)表明, 硼硅玻璃的抗压强度直接影响堵盖的临界压力。当堵盖的内径不变时, 临界压力随着外径的增加而增大, 即临界压力与堵盖的厚度成正比; 当堵盖厚度不变时, 临界压力随着堵盖的半径增大而减小, 即临界压力与堵盖的半径成反比。

2 材料与试样

2.1 材料的性能测试

球壳式堵盖的临界打开压力由其在水平井中的工作深度决定, 为了计算出球壳式堵盖的尺寸, 首先对硼硅玻璃材料进行力学性能测试, 获取其真实有效的力学性能参数。将硼硅玻璃原材料加工制备成圆柱形压缩试件, 直径和高度均为 12 mm, 表面做抛光处理。在液压试验机上对试件进行准静态压缩试验, 为了防止圆柱试件边缘由于受力不均而提前剥离, 在试

件的下方放置厚度为 1.5 mm 的橡胶垫片。硼硅玻璃试件仅产生很小的变形即发生断裂, 表现出脆性特征, 单轴压缩试验得到的位移-载荷关系如图 3 所示。由图 3 可以看出, 位移-载荷曲线在第 I 阶段曲线呈上凹形, 该阶段是硼硅玻璃被压缩形成的非线性阶段。而第 II 阶段, 载荷-位移曲线几乎保持线性。

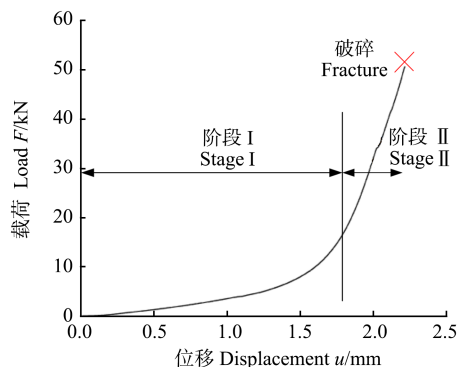


图 3 硼硅玻璃单轴压缩位移-载荷曲线

Fig. 3 Displacement-load curve of the borosilicate glass under the uniaxial compression

为了保证试验数据的可靠性, 共进行 24 组试验。硼硅玻璃材料的抗压强度如表 1 所示。由表 1 可知, 硼硅玻璃材料的抗压强度具有一定的分散性, 相关理论验证了可以用正态分布来描述脆性材料抗压强度的分布特征^[13], 最终得到硼硅玻璃材料的平均抗压强度为 454 MPa, 标准差为 38.7 MPa。

表 1 硼硅玻璃试件抗压强度 (24 组试验结果)

Tab. 1 Compressive strength of the borosilicate glass specimen (results of 24 groups of experiments)

抗压强度 Compressive strength R_c /MPa				
519	466	408	415	434
391	519	408	435	437
478	515	410	482	456
418	472	462	428	447
518	465	432	485	

2.2 球壳式堵盖的制备

对于最大垂深为 2 000 m 的水平井, 漂浮接箍的球壳式堵盖的工作压力是 30 MPa, 硼硅玻璃材料抗压强度取其平均抗压强度值, 采用式(6)即可计算出球壳式堵盖的厚度。

对加工出的球壳式堵盖试件进行测量, 尺寸如表 2 所示。试件拥有标准的球形和光滑的表面, 密封端面经过精心打磨, 表面平整, 倾斜角度准确。

表2 试件各测点的尺寸

Tab. 2 Dimension of each measuring point of the specimen

试件编号 Specimen number	内径 Inner radius r/mm	壁厚 Thickness t/mm	
		中心厚度 Center thickness	边缘厚度 Edge thickness
1	69.06	4.05	4.01
2	69.12	3.96	4.01
3	69.05	4.02	4.03
4	69.08	4.06	4.05
5	69.14	4.04	4.06
6	69.10	4.02	4.02

3 球壳式堵盖仿真研究

3.1 仿真模型

由于承压球壳式堵盖以及承受的压力均匀对称,所以本文的计算模型仅取堵盖的1/4。根据实物的真实尺寸确定球壳式堵盖的内表面半径以及厚度,在对称面上取对称条件,在球壳式堵盖的支撑面约束全部位移自由度,在球壳式堵盖的外表面施加均匀压力,使用C3D8R单元对有限元模型做强度分析。硼硅玻璃是脆性材料,当球壳式堵盖的最大应力达到材料的强度极限时,结构就会出现裂纹,并且裂纹在高应变能下快速扩展,导致球壳式堵盖瞬间破碎,因此球壳式堵盖在强度范围内加载的过程中处于弹性阶段,属于线性问题。

3.2 仿真结果

有限元仿真结果如图4所示。由图4可知,球壳式堵盖在30 MPa压力载荷下的最大应力为400.2 MPa,在堵盖支撑端面的内表面,应力在支撑端面应力由内

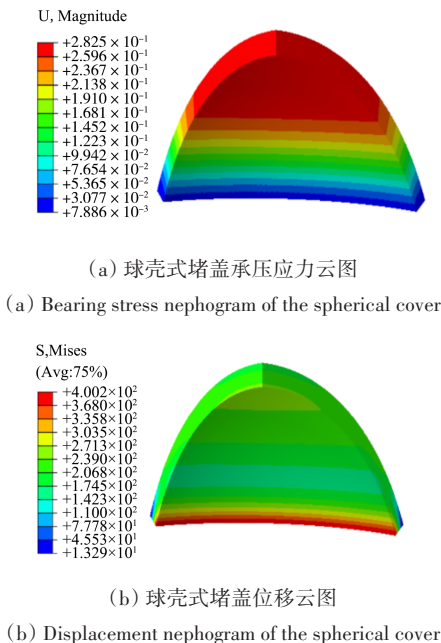


图4 球壳式堵盖承压应力及位移云图

Fig. 4 Bearing stress and displacement nephograms of the spherical cover

向外逐渐减小,远离支撑端面处应力趋于一致。出现的最大变形为0.28 mm,在堵盖的顶端。在实际应用过程中,球壳式堵盖在支撑端面上有法向反力和约束力矩,从而使得球壳式堵盖在支撑端面处应力增大,与理论分析结果一致。

图5所示是球壳式堵盖内表面应力随纬度变化规律。由图5可以看出,球壳式堵盖在支撑端面的内边界处(纬度为30°)应力急剧增大,出现应力集中现象。在水平井下套管的最末数百米,套管的摩擦阻力最大,通常采用上提下放的方式增加套管的下入能力,此时球壳式堵盖因套管内钻井液的惯性载荷导致该部位容易因疲劳现象提前破碎。因此,球壳式堵盖支撑端面的内边界为危险区域,应该重点关注该部位的加工质量。

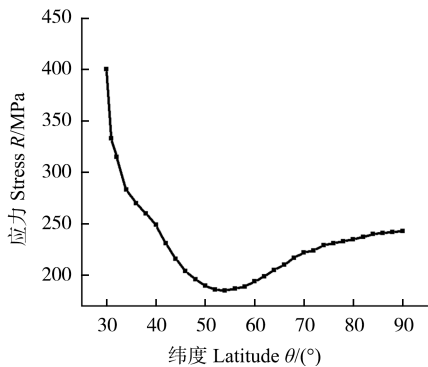


图5 内表面应力随纬度分布

Fig. 5 Distribution of inner surface stress with latitude

4 球壳式堵盖压力试验

4.1 试验方案

球壳式堵盖压力试验是为了检验硼硅玻璃球壳式堵盖是否满足井下液柱压力下的强度要求,验证球壳式堵盖在30 MPa下的密封性能和45 MPa下破碎的性能。

4.1.1 试验设备

使用如图6所示的WYC70-7.5型高压测试系统。将球壳式堵盖装入漂浮接箍内进行压力试验,尾部连接浮鞋收集玻璃碎片。

4.1.2 试验原理

漂浮接箍在下套管过程中受到的钻井液液柱压力逐渐增大,到达井底的压力为30 MPa,最大35 MPa。由于本次试验所用试验装置加压速度不能调整,所以采用阶梯加压的方式,在保压阶段如果压降大于0.5 MPa,则系统自动卸压到0 MPa,试验结束。压力分为3个阶段:第I阶段,压力从0升至10 MPa,并保压1 min,检测整个压力管线与盲板式漂浮接箍的

密封性能;第Ⅱ阶段,压力升至 30 MPa,并保压 5 min,检测球壳式堵盖的承压性能;第Ⅲ阶段,压力上升至球壳式堵盖破碎,统计球壳式堵盖的破碎压力。试件 1 的压力试验曲线如图 7 所示。



(a) 试验设备
(a) Test equipment



(b) 控制台
(b) Console



(c) 漂浮接箍
(c) Floating coupler

图 6 压力试验装置

Fig. 6 Pressure test device

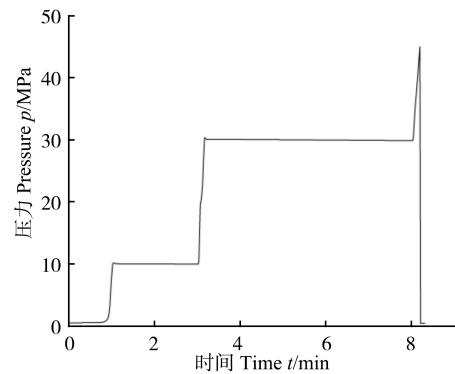


图 7 试件 1 压力曲线

Fig. 7 Pressure curve of specimen 1

4.2 试验结果分析

根据图 7 可知,试件 1 在 30 MPa 保压 5 min 过程中总压降为 0.22 MPa,在正常压降范围内,表明球壳堵盖在工作压力下的密封性能完好。压力继续增加,在 44.99 MPa 时堵盖瞬间破碎,压力骤降,收集堵盖的最大破碎颗粒尺寸如表 2 所示,最大颗粒尺寸是 12 mm×9 mm×2 mm,能顺利通过浮鞋经钻井液循环出地面,说明球壳堵盖有良好的打开性能。6 个堵盖试件的试验结果如表 3 所示。

表 3 堵盖压力试验结果

Tab. 3 Results of cover pressure test

试件编号 Specimen number	保压阶段压降 Pressure drop $\Delta p/\text{MPa}$	试验打开压力 Test opening pressure p_1/MPa	设计打开压力 Design opening pressure p_2/MPa	相对误差 Relative error/%	最大破碎颗粒粒径 Maximum crushing particle size/ mm^3
1	0.22	44.99	47.15	4.6	10×8×3
2	0.42	45.30	46.58	2.7	10×9×2
3	0.34	43.40	47.26	8.2	10×8×3
4	0.22	53.60	47.55	12.7	8×8×3
5	0.18	46.32	47.41	2.3	10×7×3
6	0.20	43.50	47.23	7.9	9×8×3

由表 3 可知,6 个试件在工作压力 30 MPa 保压阶段的压降均小于 0.5 MPa,是橡胶在保压阶段出现变形,导致压力有所降低,属于正常现象,表明堵盖在工作压力 30 MPa 下的密封性能良好,能够在下套管过程中实现暂堵的功能,减小漂浮段套管与井壁之间的摩擦阻力。堵盖的最大试验打开压力为 53.6 MPa,与设计值相差 6.05 MPa,相对误差为 12.7%。最小试验打开压力为 43.4 MPa,与设计值相差 3.73 MPa,相对误差为 7.9%。

试件 4 堵盖的设计打开压力,即临界压力,是由硼硅玻璃的平均抗压强度计算得到,与试验打开压力值相差较大。当抗压强度采用均值与标准差之和计算

堵盖的打开压力,此时设计打开压力为 51.6 MPa,相对误差为 3.9%,与试验值更接近。因此,球壳堵盖的临界压力计算应该引入硼硅玻璃材料的分散性,即

$$p'_{cr} = \frac{2(r_b^3 - r_a^3)}{3r_b^3} (\bar{R} \pm \delta) \quad (8)$$

式中, $\bar{R}$ 为硼硅玻璃平均抗压强度; δ 为硼硅玻璃抗压强度的标准差。

堵盖压力试验中,6 个试验样件的打开压力值与设计值误差均在 8% 以内,即打开压力偏差在 3.76 MPa 以内,打开压力相对稳定。试验后打开漂浮接箍,堵盖完全破碎,漂浮接箍内部无残留玻璃。并且,堵盖的最大破碎颗粒均小于 10 mm×9 mm×3 mm,

由此可以认为球壳式堵盖能满足 30 MPa 的承压。

5 结论

通过对球壳式堵盖的仿真、分析与试验测试,可得出如下结论:

1) 球壳式堵盖在液柱压力的环境下,厚度和材料分散性对堵盖的结构强度影响显著,因此需要将材料的分散性计入对堵盖的强度影响。

2) 球壳式堵盖在 30 MPa 压力下满足有关强度要求,且打开压力稳定,破碎完全,满足水平井的使用要求。

3) 采用球壳式堵盖可以有效避免常规破裂式(玻璃盘)漂浮接箍存在的缺陷,破碎完全,提高水平井下套管效率。

参考文献(References)

- [1] 焦亚军,陈安环,何方雨,等. 漂浮下套管技术在浅层页岩气水平井中的应用及优化[J]. 天然气工业,2021,41(增刊1):177-181.
JIAO YaJun, CHEN AnHuan, HE FangYu, et al. Application and optimization of floating casing running technology in shallow shale gas horizontal wells[J]. Natural Gas Industry, 2021, 41(Suppl. 1): 177-181 (In Chinese).
- [2] 穆总结,李根生,黄中伟,等. 水平井套管居中器关键技术探讨[J]. 断块油气田,2020,27(5):657-660.
MU ZhongJie, LI GenSheng, HUANG ZhongWei, et al. Discussion of key technology on casing centralizer of horizontal well[J]. Fault-Block Oil & Gas Field, 2020, 27(5): 657-660(In Chinese).
- [3] 陈保山,程智远,徐敏,等. 新型 $\phi 139.7$ mm 漂浮接箍的研制与应用[J]. 石油机械,2016,44(11):29-32.
CHEN BaoShan, CHENG ZhiYuan, XU Min, et al. The development and application of novel $\phi 139.7$ mm casing floating tool[J]. China Petroleum Machinery, 2016, 44(11): 29-32(In Chinese).
- [4] 吴瑜,何志豪,李友洁,等. 深海全通透耐压结构有限元分析[J]. 舰船科学技术,2024,46(17):14-19.
WU Yu, HE ZhiHao, LI YouJie, et al. Finite element analysis of deep sea fully transparent pressure resistant hull[J]. Shipbuilding of China, 2024, 46(17): 14-19(In Chinese).
- [5] 张伟玮,王仲仁,王小松,等. 厚壁半球形液压缸的强度计算及其与圆筒形液压缸对比分析[J]. 机械工程学报,2012,48(24): 50-54.
ZHANG WeiWei, WANG ZhongRen, WANG XiaoSong, et al. Strength calculation of thick-walled hemispherical hydraulic cylinder comparative analysis with cylindrical hydraulic cylinder [J]. Journal of Mechanical Engineering, 2012, 48(24): 50-54 (In Chinese).
- [6] 李晔,郭洪志,曹建,等. 开孔包络耐压球舱强度校核与压力试验[J]. 哈尔滨工程大学学报,2020,41(1):17-23.
LI Ye, GUO HongZhi, CAO Jian, et al. Strength proof and pressure testing of open-hole envelope pressure ball cabin[J]. Journal of Harbin Engineering University, 2020, 41(1): 17-23 (In Chinese).
- [7] ZHOU F, CHEN Z P, ZHENG C C, et al. Experimental and numerical buckling failure analysis of acrylic hemispheres for application in neutrino detector[J]. Engineering Failure Analysis, 2017, 78: 147-160.
- [8] 刘岑,吴森林,杨帆,等. 承压设备强度设计公式的适应性与可靠性研究[J]. 机械强度,2021,43(4):856-867.
LIU Cen, WU SengLin, YANG Fan, et al. Reserch on adaptability and reliability of design formulas in pressure equipment pressure [J]. Journal of Mechanical Strength, 2021, 43(4): 856-867 (In Chinese).
- [9] 张磊,胡震. 大深度载人潜水器载人舱球壳极限承载能力计算公式研究现状分析[J]. 中国造船,2022,63(5):125-135.
ZHANG Lei, HU Zhen. Analysis on the research status of the formula for ultimate bearing capacity of the spherical shell of the large-depth hov's manned submersible[J]. Shipbuilding of China, 2022, 63(5): 125-135(In Chinese).
- [10] 李伟峰,王艳,于小龙. Z88P4 井双漂浮下套管技术研究与应用[J]. 非常规油气,2021,8(4):93-98.
LI WeiFeng, WANG Yan, YU XiaoLong. The study and application of double floating casing running technology in Z88P4 [J]. Unconventional Oil & Gas, 2021, 8(4): 93-98 (In Chinese).
- [11] 王耀稼. 大位移井漂浮下套管技术优化设计及软件开发[D]. 西安:西安石油大学,2017:8-14.
WANG YaoJia. Optimization design and software development of casing floating technology in extended reach wells[D]. Xi'an: Xi'an Shiyou University, 2017: 8-14 (In Chinese).
- [12] 邓绪彪,于怀昌,顾懿君,等. 考虑剪切带细观物理几何特征的 Mohr-Coulomb 强度准则修正[J]. 煤矿安全,2018,49(10): 50-53.
DENG XuBiao, YU HuaiChang, GU YiJun, et al. Modification for Mohr-Coulomb strength rule by considering microscopic physical geometric features of shear band [J]. Safety in Coal Mines, 2018, 49(10): 50-53(In Chinese).
- [13] PAGNONCELLI A P, ANDREA T, SALVATORE P D. Static strength of brittle materials under multiaxial nonuniform stress states: a novel statistical model for assessing size effects[J]. Fatigue & Fracture of Engineering Materials & Structures, 2021, 44(4): 997-1013.