

薄壁加筋结构随机振动疲劳研究*

RESEARCH ON RANDOM VIBRATION FATIGUE OF THIN-WALLED STIFFENED STRUCTURES

秦建兵**¹ 池福俭¹ 赵 玺² 李建平¹

(1. 中航西安飞机工业集团股份有限公司, 西安 710089)

(2. 中航西飞民用飞机有限责任公司, 西安 710089)

QIN JianBing¹ CHI FuJian¹ ZHAO Xi² LI JianPing¹

(1. AVIC Xi'an Aircraft Industry Group Company Ltd., Xi'an 710089, China)

(2. AVIC XAC Commercial Aircraft Co., Ltd., Xi'an 710089, China)

摘要 为研究薄壁加筋结构随机载荷下的振动疲劳特性,开展了随机振动试验;试验中采用锤击法和正弦扫频法获得了结构的固有频率和模态响应,记录了开裂时间和开裂模式;推导了通过等幅应力下的疲劳寿命曲线修正得到随机应力下疲劳寿命曲线的方法。基于MSC/Patran&Nastran有限元软件,获得了修正后模型的疲劳危险位置的动态响应,给出了结构的随机振动疲劳寿命,研究了建模方法对结构固有频率的影响,分析了阻尼的变化对模态振型的影响。结果表明,混合单元比单独的实体或壳单元更能反映结构的刚度,非线性阻尼下模态响应更符合扫频结果,最后,计算得到的疲劳寿命和破坏位置与试验结果吻合较好。

关键词 薄壁加筋结构 随机振动 功率谱密度 振动S-N曲线 高斯三区间法 动态响应

中图分类号 TB123 V215.9

Abstract In order to investigate the vibration fatigue characteristics of thin-walled stiffened structures under random vibration loading, a random vibration test was carried out. The structure inherent frequency and modal response were obtained by using the hammering and the sine-sweep method, the cracking time and pattern were recorded. The method for obtaining the fatigue life curve under random stress by revising the fatigue life curve under equal amplitude stress was deduced. Then based on MSC/Patran&Nastran simulation finite-element software, the dynamic response on the fatigue danger point and its random vibration fatigue life were obtained, the effects of creating model methods on the inherent frequency were studied, and the change of damping impacts on the vibration properties was analyzed. The results show that the model stiffness with using mixed element are much closer to the actual structure than only solid or shell, the modal responses under the nonlinear damping are more consistent with the sweep results. Finally, the calculated fatigue life and failure position are in good agreement with the experimental results.

Key words Thin-walled stiffened structure; Random vibration; Power spectral density; Vibration S-N curve; Gaussian three interval method; Dynamic response

Corresponding author: QIN JianBing, E-mail: qinjianbingtyut@163.com

Manuscript received 20240313, in revised form 20240513.

0 引言

薄壁加筋结构由于其良好的受载特性,减重效果明显,广泛应用在航空航天、轨道交通等领域。随着飞行器、车辆的运行速度和载重越来越大,轻量化给结构带来的振动疲劳问题越来越严重^[1]。与常规传统

疲劳问题不同,振动疲劳是指所受到的随机交变载荷的频率和结构固有频率相耦合,使结构产生共振引起高频振动应力导致的疲劳破坏现象,所以振动疲劳比静疲劳表现得更突然,破坏程度更严重,结构的振动疲劳失效已成为疲劳领域的一个热点问题^[2-6]。目前,越来越多的飞机在型号研制早期就开始考虑动强度

*20240313收到初稿,20240513收到修改稿。

**秦建兵,男,1986年生,山西应县人,汉族,中航西安飞机工业集团股份有限公司高级工程师,硕士,主要研究方向为飞机结构强度设计。

设计,改变了以往型号设计中长期沿用的“静强度设计,动强度修补”的现状^[7]。

国内外学者已对振动疲劳进行了大量的试验和理论分析研究。廉政等^[8]通过振动试验研究了铝合金加筋板在动态载荷下危险位置的应力应变响应的变化规律及其寿命特性。杨万均等^[9]通过试验研究了固有频率和裂纹长度的关系,提出了一种确定振动疲劳试验寿命的方法。肖寿庭等^[10]利用振动台完成了航空铝合金的振动疲劳 S-N 曲线的绘制工作,为结构振动条件下的疲劳寿命估算提供了计算依据。为了探讨薄壁加筋振动对疲劳寿命的影响,刘文光等^[11]针对单向和双向加筋板进行了随机振动试验,分析了筋条连接形式和布置方向对振动与寿命的影响。DAMIR A N 等^[12]对铸铁材料的试验件进行了旋转弯曲疲劳试验,研究了阻尼比、固有频率、激励幅值等模态参数对疲劳特性的影响,进而通过参数的变化来预测寿命。采用试验的方法,周期长、成本高,不适合研发设计初期的多轮次迭代。

为此,需要通过有限元模型(Finite Element Model, FEM)分析和疲劳寿命估算理论相结合来进行结构在随机振动环境下的疲劳寿命计算,进而提高设计效率。基于统计计数的时域分析方法,需要进行循环计数,数据统计量非常大^[13],在时域中进行振动疲劳分析是基本不可能的。有限元分析大多采用频域的方法,通过随机响应分析得到应力功率谱密度函数,然后结合材料疲劳寿命曲线及 Miner 理论估算结构的振动疲劳寿命^{[14][15]66-71[16]}。上述有限元分析中采用的阻尼比是恒定不变的。结构模态阻尼比是影响振动疲劳特性的主要因素,已有研究表明在振动疲劳试验过程中,阻尼比是随着激振频率变化的^{[17]254-259},所以仿真计算时要考虑阻尼比的变化对响应的影响。结构振动疲劳破坏一般表现为低应力高频载荷作用,属于超高周寿命,用非共振频率得到的静疲劳寿命曲线并不能准确地描述超高周寿命^[18]。振动疲劳载荷与传统疲劳载荷作用下的失效机制和寿命分布规律明显不同^[19]。因此,需要对等幅循环载荷下疲劳 S-N 曲线进行一定的修正。

基于此,从动力学和统计学理论出发,提出了一种修正等幅循环载荷下疲劳寿命曲线的方法,并采用 Nastran 软件对耐久振动条件下某薄壁加筋结构进行了有限元计算;利用锤击法和正弦扫频试验结果,着重研究了建模方法和阻尼的变化对结构模态振型与动态响应的影响;最后通过对比理论值与试验值,表明了所提方法的有效性。

1 基于功率谱密度的随机振动疲劳寿命分析方法

功率谱密度(Power Spectral Density, PSD)函数是稳态随机过程的频域描述,表征了随机过程在频域上的能量分布^{[15]67-68}。归纳总结了振动疲劳寿命估算流程,如图 1 所示。

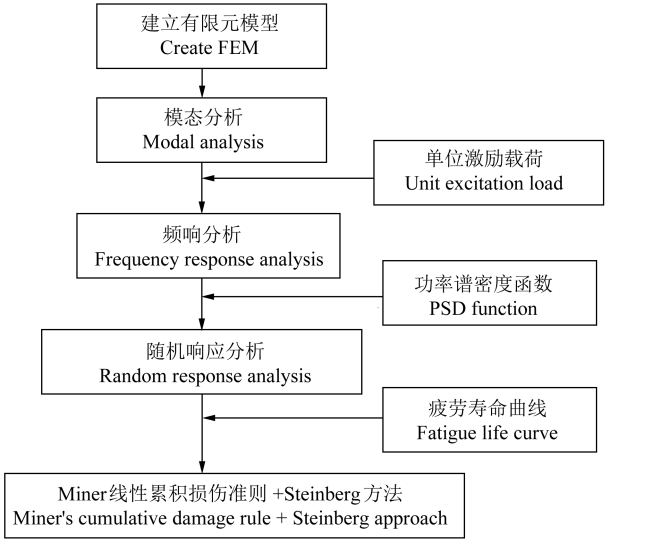


图 1 振动疲劳寿命估算流程
Fig. 1 Flow chart of estimating the vibration fatigue life

首先,建立动力学模型,进行模态分析,确保模型的重量和固有模态分布正常合理;然后,施加单位激励载荷进行频响分析;接着,进行随机响应分析,输入 PSD 谱,绘制严重位置的应力峰值的功率谱密度曲线,输出过零期望频率;最后,按照一定的损伤累积准则,结合材料的疲劳 S-N 曲线,求得结构的振动疲劳寿命。

1.1 动态疲劳寿命预估

计算随机载荷作用下振动疲劳寿命的理论方法有 Rayleigh 法、Steinberg 法、Ortiz-Chen 法、Dirlik 法等,可从相关疲劳分析手册中找到对应的使用说明。根据相关工程经验,采用了 Steinberg 法。根据 Steinberg 提出的三带宽理论,结构在随机荷载作用下的响应是基于高斯分布的,可将应力水平划分为 3 个区间:1σ 应力区间、2σ 应力区间和 3σ 应力区间,具体情况如表 1 所示。

由此可见,应力幅值落在 -3σ~3σ 之外的可能性只有 0.27%。Steinberg 法认为其对结构不造成损伤,根据 Miner 定律,总体损伤 D 的计算式为

表 1 基于高斯分布的三区间法	
Tab. 1 Three intervals' method based on the Gaussian distribution	
应力区间 Stress interval	概率 Probability/%
$[-1\sigma, 1\sigma]$	68.27
$[-2\sigma, -1\sigma) \cup (1\sigma, 2\sigma]$	27.18
$[-3\sigma, -2\sigma) \cup (2\sigma, 3\sigma]$	4.28
$(-\infty, -3\sigma) \cup (3\sigma, \infty)$	0.27

$$D = \frac{n_{1\sigma}}{N_{1\sigma}} + \frac{n_{2\sigma}}{N_{2\sigma}} + \frac{n_{3\sigma}}{N_{3\sigma}} \quad (1)$$

式中, $n_{1\sigma}$ 为等于或低于 1σ 水平的实际循环数目 ($0.6827E[0^+]T$); $E[0^+]$ 指过零期望频率, T 指作用时间; $n_{2\sigma}$ 为等于或低于 2σ 水平的实际循环数目 ($0.2718E[0^+]T$); $n_{3\sigma}$ 为等于或低于 3σ 水平的实际循环数目 ($0.0428E[0^+]T$); $N_{1\sigma}$ 、 $N_{2\sigma}$ 、 $N_{3\sigma}$ 为根据材料疲劳曲线查得的 1σ 、 2σ 、 3σ 应力水平分别对应的许可循环次数。当总体损伤 $D=1$ 时, 结构发生疲劳破坏^[20]。关迪等^[15]研究^[67-68]研究发现, 将 $[-3\sigma, 3\sigma]$ 之外应力对应的概率与 $[-3\sigma, -2\sigma] \cup (2\sigma, 3\sigma]$ 对应的概率之和作为后者的概率, 计算结果和试验结果吻合较好, 改进后 $n_{3\sigma}$ 为 $0.0455E[0^+]T$ 。

1.2 等幅循环载荷 $S-N$ 曲线修正

获得随机应力下疲劳寿命曲线的方法和等幅循环应力下的相似, 都非常耗时耗力。所以, 通过已有的等幅循环应力下的疲劳寿命曲线修正得到随机应力下的疲劳寿命曲线。方法基于以下假设: ①每一次随机振动循环载荷下, 结构出现应力峰值的概率服从 Rayleigh 分布^[21](图 2); ②符合线性累积损伤准则。

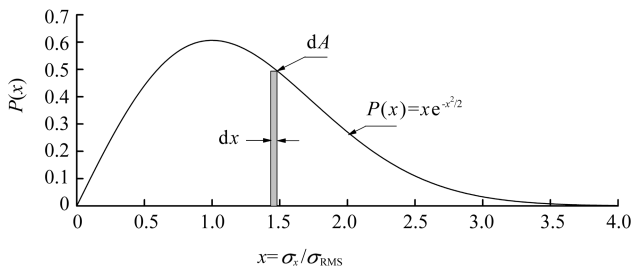


图 2 Rayleigh 分布曲线

Fig. 2 Rayleigh distribution curve

曲线下的面积等于 1 意味着结构发生失效。

$$\int_0^{\infty} P(x) dx = 1.0 \quad (2)$$

微元面积(图 2 中阴影部分面积)代表了一定比例

的失效循环数, 其表达式为

$$dA = \frac{n_x}{N_R} \quad (3)$$

式中, n_x 为一定等幅循环应力 σ_x 对应的失效循环数; N_R 为随机载荷下总的失效循环数。同时, 由图 2 也可得, 阴影部分的面积为

$$dA = P(x) dx \quad (4)$$

由式(3)和式(4)得

$$n_x = N_R P(x) dx \quad (5)$$

对于等幅循环载荷下 ($R=-1$) 疲劳寿命曲线, 令 σ_x 对应的循环总数为 N_x 。式(5)左右同时除以 N_x , 得

$$\frac{n_x}{N_x} = \frac{N_R P(x) dx}{N_x} \quad (6)$$

在等幅载荷 $S-N$ 曲线中, 式(6)左边代表一定比例失效循环数, 求和就得到总损伤。由 Miner 线性累积损伤准则知, 总和不超过 100%, 则

$$\sum_{i=1}^{\infty} \left(\frac{n_x}{N_x} \right) = 1 \quad (7)$$

将式(7)代入式(6)得

$$1 = N_R \int_0^{\infty} \frac{P(x) dx}{N_x} \quad (8)$$

变换得

$$N_R = 1 / \int_0^{\infty} \frac{P(x) dx}{N_x} \quad (9)$$

采用数值方法求解式(9)得到不同 σ_{RMS} 对应的寿命, 然后可以得到随机载荷下的疲劳寿命曲线。

由 MMPDS 手册可知^[22], 铝合金 7050-T7451 的疲劳寿命曲线如图 3 所示, 拟合 $K_f=1, R=-1$ 下的数据得到曲线 $\lg N_f = 9.73 - 3.24 \lg (S_{eq} - 15.5)$, $S_{eq} = S_{max} (1 - R)^{0.63}$ 。由图 3 可知, 等幅循环载荷 $S-N$ 曲线的应力范围在 103~445 MPa, 假定在曲线中平均插值 6 个点, 步长为 $(445 - 103)/6$ MPa = 57 MPa, 初始假定 σ_{RMS} 为 136 MPa, 计算结果如表 2 所示。

表 2 随机载荷下损伤计算结果

Tab. 2 Damage calculation results under the random load

序号 Number	$x = \frac{\sigma_x}{\sigma_{RMS}}$	$P(x) = x e^{-(x^2/2)}$	σ_x /MPa	$(S_{eq})_x$ /MPa	N_x	$\frac{P_x}{N_x}$	ΔA
1	0.8	0.57	103	157	7.17×10^6	7.90×10^{-8}	4.31×10^{-7}
2	1.2	0.59	160	246	2.97×10^5	1.99×10^{-6}	1.95×10^{-6}
3	1.6	0.45	217	335	6.15×10^4	7.36×10^{-6}	4.17×10^{-6}
4	2.0	0.27	274	424	2.14×10^4	1.26×10^{-5}	5.44×10^{-6}
5	2.4	0.13	330	513	9.67×10^3	1.35×10^{-5}	4.89×10^{-6}
6	2.8	0.05	388	602	5.11×10^3	1.00×10^{-5}	3.23×10^{-6}
7	3.3	0.02	445	691	3.00×10^3	5.51×10^{-6}	2.01×10^{-5}

表 2 中, $(\Delta A)_i = \{[(\frac{P_x}{N_x})_{i+1} + (\frac{P_x}{N_x})_i] \times [(x)_{i+1} - (x)_i] \} / 2$ 。

根据式(9)得

$$N_R = 1 / \left[\sum_{i=1}^7 (\Delta A)_i \right] = \frac{1}{4.02 \times 10^{-5}} = 4.97 \times 10^4$$

同理可得其他均方根应力下疲劳寿命,绘制 S-N 曲线如图 3 所示。

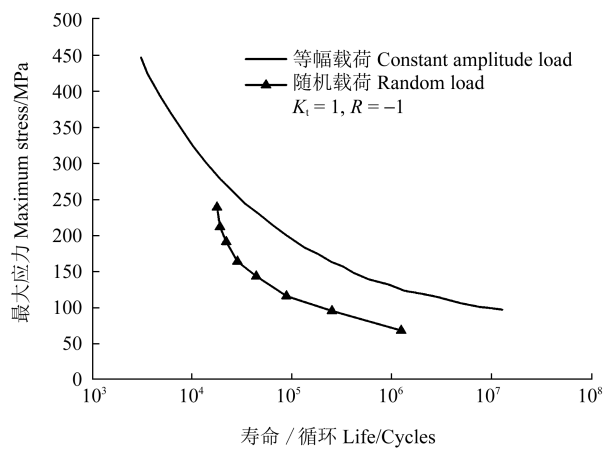


图 3 等幅载荷和随机载荷下 S-N 曲线

Fig. 3 S-N plots under the constant amplitude load and the random load

2 薄壁加筋结构耐久随机振动试验

试验件为薄壁加筋结构。由于试验件无法直接安装在试验台上,须设计试验夹具用于试验件和振动台的连接,保证将力不失真地传给试验件。试验件和试验夹具结构模型如图 4 所示。试验台采用国产苏式 DC-3200 振动台,该试验台额定频率范围为 5~2 500 Hz,垂直方向振动最大加速度可达 100g($g=9.8\text{ m/s}^2$),可进行正弦扫频、随机振动试验等振动试验,满足试验要求。试验件和夹具通过 4 个 $\Phi 30\text{ mm}$ 螺栓连接,试验夹具通过辐射状布置的螺栓和试验台连接,在试验件前端布置加速度响应测量点。振动台试验模型如图 5 所示。

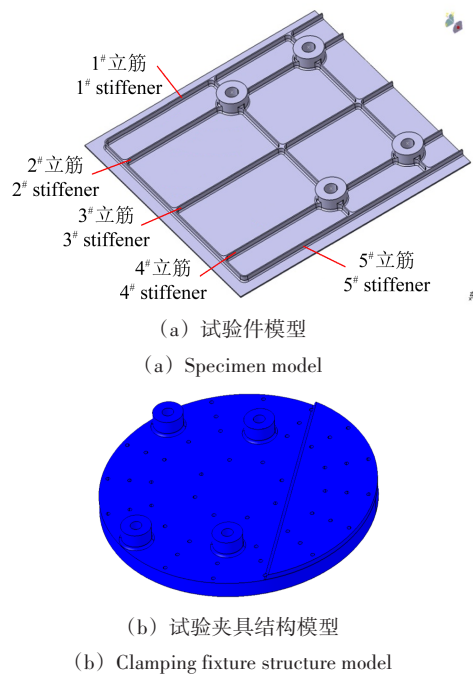


Fig. 4 Specimen and the clamping fixture structure model

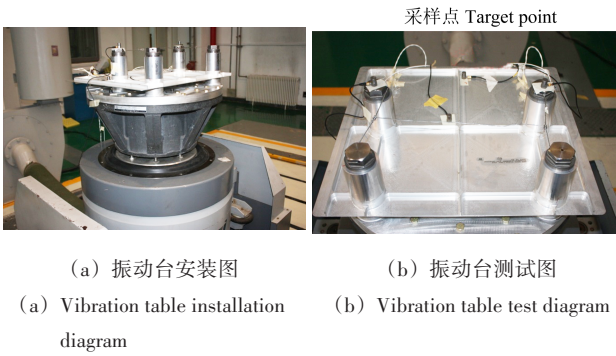


图 5 振动台试验模型

Fig. 5 Vibration table test model

首先采用锤击法^[23]对试验件的自由振动特性进行测试,利用安装有力传感器的“力锤”(型号为 CL-YD-312)击打试验件前端悬臂部分;通过快速傅里叶变换(Fast Fourier Transform,FFT)得到结构模态参数,测量结构采样点的响应输出加速度信号;再通过输入和输出信号之间的转换求得结构的传递函数,计算出结构的加速度响应曲线,如图 6 所示。图 6 中,峰值点出现的频率即是结构的固有频率。

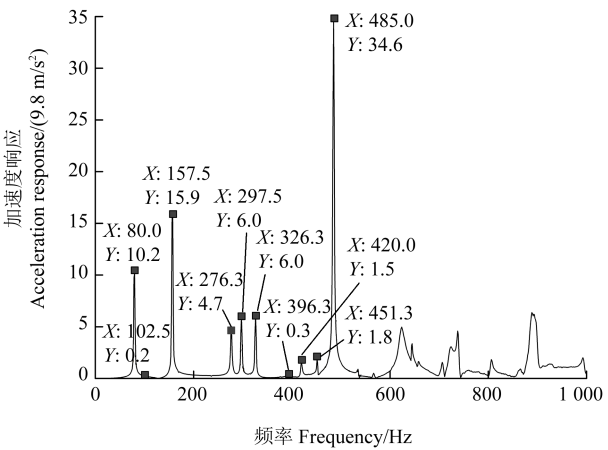


图 6 锤击法试验件加速度响应曲线

Fig. 6 Curve of the acceleration response with the hammering method

试验件耐久振动试验的加速度功率谱密度如表 3 所示,采样点加速度传感器监控的响应谱如图 7 所示。累积振动 0.311 h,检查发现 2 号立筋顶部靠近大螺栓凸台处出现裂纹,裂纹照片如图 8 所示。

表 3 功率谱密度

Tab. 3 Power spectral density

频率 Frequency/ Hz	15~64	>64~67	>67~96	>96~99	>99~240
PSD	0.12 [(9.8 m/s ²) ² /Hz]	45.5 (dB/Oct)	0.24 [(9.8 m/s ²) ² /Hz]	-67.8 (dB/Oct)	0.12 [(9.8 m/s ²) ² /Hz]

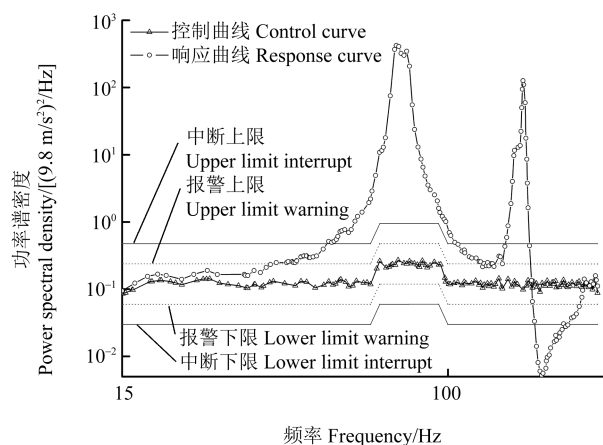
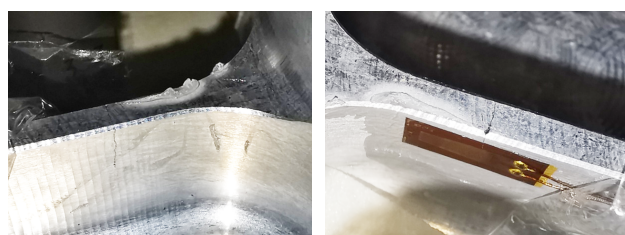


图7 传感器测量数据

Fig. 7 Measuring data of the sensor



(a) 立筋裂纹 a (b) 立筋裂纹 b
(a) Stiffener crack a (b) Stiffener crack b

图8 立筋边缘的裂纹源

Fig. 8 Crack initiation at the stiffener edge

3 随机振动疲劳强度分析

动力学模型和静力学模型最大的区别是,模型的重量和刚度是振动疲劳分析准确与否的前提。针对薄壁加筋类结构提出3种建模方法,即实体单元建模、纯壳单元建模、壳单元与刚性连接单元混合建模,3种建模不同之处在于结构倒角的简化。实体单元模型采用Tet4单元,保留了结构倒角的细节特征。纯壳单元模型采用Shell单元,筋条和底板采用共节点;相较于实体模型,单元质量好,建模速度快,但忽略了结构倒角特征,损失了一定的刚度。基于此,提出了一种新的方法,即混合单元建模,截面上力的作用点在剖面的形心处,考虑几何偏心的影响,同时保留一定的倒角刚度,在截面几何形心和底板壳单元之间,采用刚性单元RBE2连接,如图9所示。采用有限元软件Patran建立试验件有限元模型;材料为7050-T7451,弹性模量 $E=69$ GPa,泊松比 $\nu=0.33$;约束螺栓孔壁所有节点的3个平动自由度,模拟实际螺栓连接。

3.1 模态分析

通过模态分析得到振型和固有频率,分别如图10和表4所示。对比前四阶振型图发现,三种建模方法

的振型基本一致,说明单元类型不影响振型结果。由表4可知,采用实体单元的计算值相对于试验的最大相对误差的绝对值为25.3%,采用纯壳单元的计算值相对于试验的最大相对误差的绝对值为11.7%,而采用混合单元的计算值相对于试验的最大相对误差的绝对值为10.5%。因此,采用混合单元进行建模,计算精度有所提高。同时通过计算还可以看出,重量相同的前提下,实体单元模型的刚度比实际偏大,壳单元模型的刚度比实际偏小。

表4 试验与FEM前4阶固有频率计算结果对比

Tab. 4 Comparison of results between FEM and test values of first four order natural frequencies

FEM值 FEM values/Hz			试验值 Test values/Hz	相对误差 Relative error		
实体单元 Solid element	纯壳单元 Shell element	混合单元 Mix element		$\Delta_1/\%$	$\Delta_2/\%$	$\Delta_3/\%$
91	72	74	80	13.8	-10.0	-7.5
125	91	93	103	21.4	-11.7	-9.7
198	146	148	158	25.3	-7.6	-6.3
325	245	247	276	17.8	-11.2	-10.5

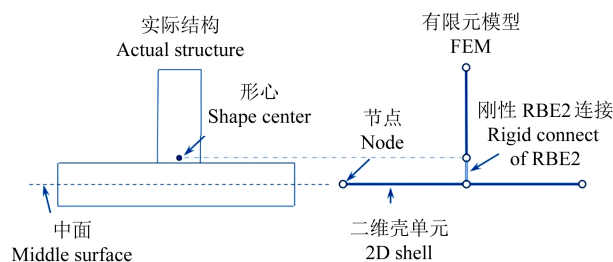


图9 I型截面筋条偏置建模

Fig. 9 Stiffener offset modelization-I cross section

3.2 频率响应分析

为了获得准确的传递函数,进行了从15~240 Hz再回至15 Hz的正、反扫频试验,扫频步长为每分钟0.5倍频程,施加1g的加速度激励,记录采样点加速度传感器的响应数据。根据文献[24-25],采用半功率带宽法得到阻尼比;根据是否随着频率变化,分为线性阻尼和非线性阻尼。提出了一种基于动力学有限元模型的模态阻尼系数修正方法。根据扫频试验的加速度频率历程曲线修正模型的参数,经过多次迭代获得了一种非线性阻尼,如图11所示。图11还给出了不同阻尼比下,改进前后有限元分析和试验采样点加速度响应结果曲线。改进前有限元模型的阻尼比是线性的,不随频率变化;改进后有限元模型的阻尼比是非线性的,随着频率变化。结合第3.1节结果,横向比较,在固有频率处,扫频试验和有限元分析的响应

都达到了峰值,改进后的响应更接近试验结果,说明在实际分析中应采用非线性阻尼,考虑阻尼对结构模态响应的影响,进一步验证了文献[17]²⁵⁴⁻²⁵⁶的结论。

纵向比较,固有频率处,阻尼变化的幅度对响应影响最大,有限元模型的固有频率不随阻尼的变化而变化,阻尼只影响模态响应。

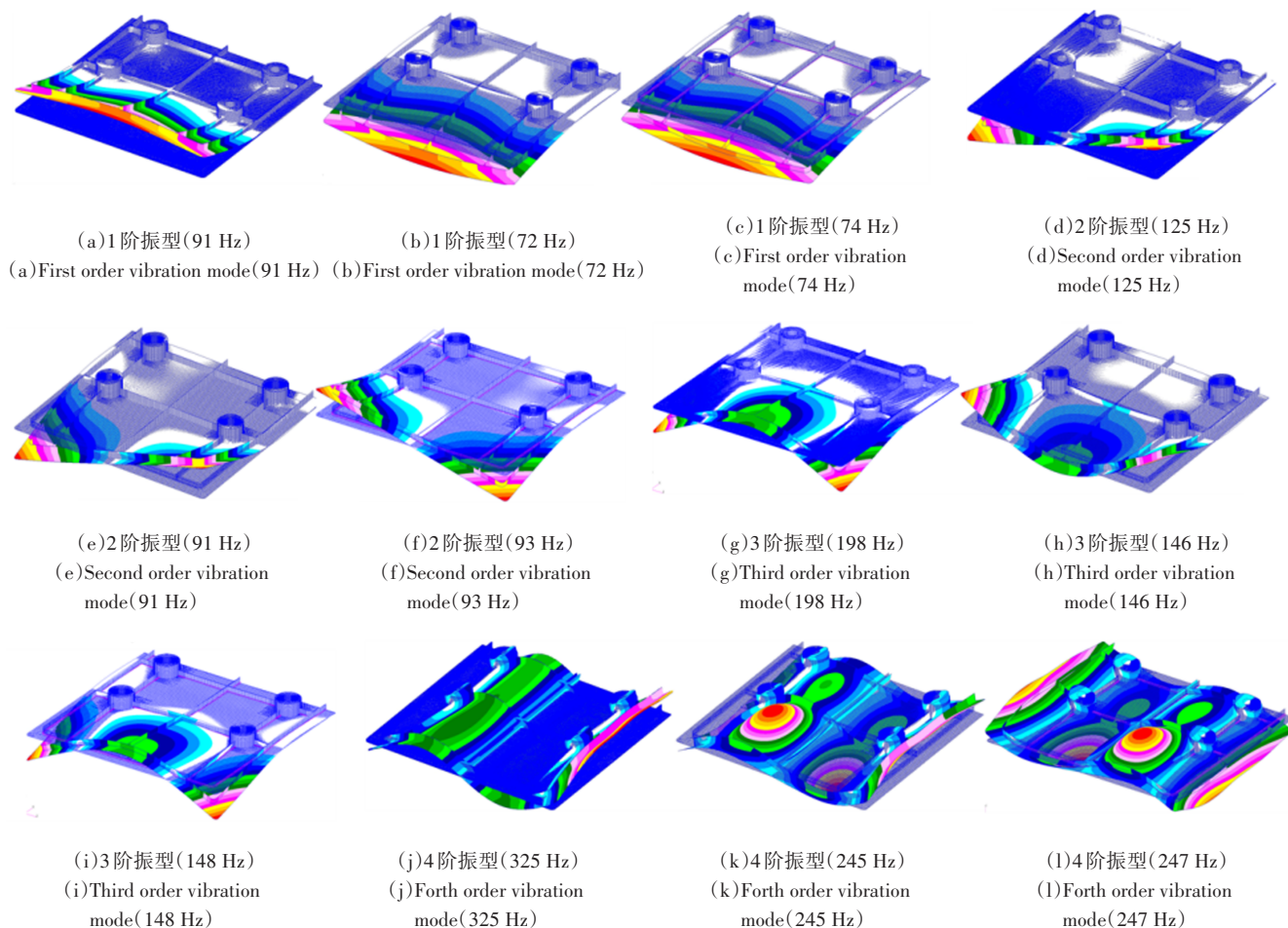


图 10 薄壁结构前 4 阶振型图

Fig. 10 First four modal shapes of the thin-walled structure

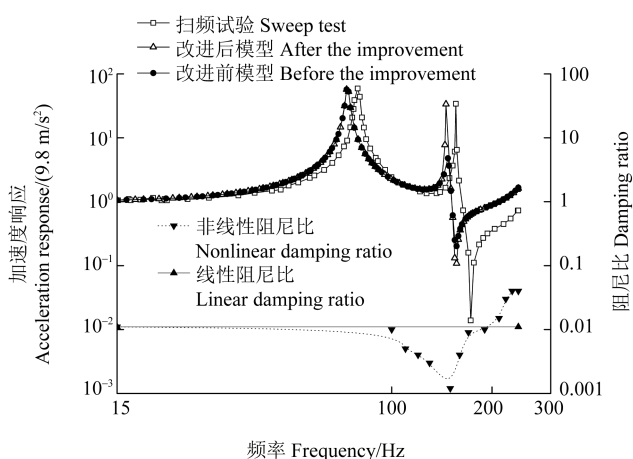


图 11 扫频试验与 FEM 采样点加速度响应曲线和阻尼比

Fig. 11 Curve of the acceleration response and the damping ratio with FEM and test values of the target point

3.3 随机响应分析

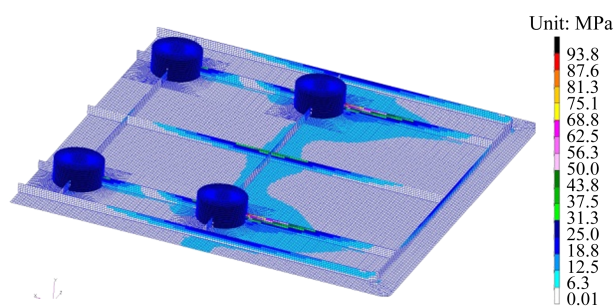
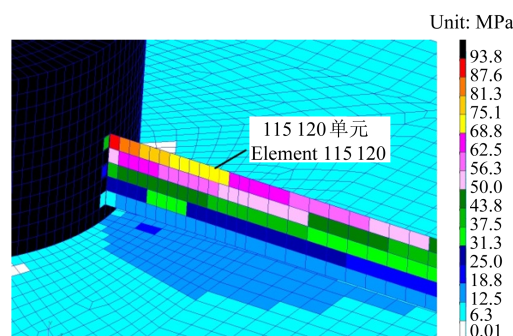
通过扫频试验修正了模态阻尼,对修正后的模型进行随机响应分析,施加表 3 所示的随机振动载荷,

方向沿竖直方向(Y向)。试验件的均方根应力云图如图 12 所示。由图 12 可以看出,随机振动载荷作用下的最大应力出现在 2[#]立筋处,不考虑根部应力集中的影响,危险位置和试验中裂纹的起始位置相同(图 8)。

选取图 12 单元 1 σ von Mises 应力作为响应输出,如图 13 所示。结合模态分析结果,在 1 阶、3 阶固有频率处应力响应最大,说明正是低频共振最终导致了结构的破坏。对图 13 阴影部分面积进行积分,得到 1 σ von Mises 应力为 78.6 MPa。

3.4 随机振动疲劳寿命计算

由图 3 中随机载荷下 S-N 曲线可知,应力幅值 1 σ =78.6 MPa 时,对应的疲劳寿命 $N_{1\sigma}=6.08 \times 10^5$;应力幅值 2 σ =157.2 MPa 时,对应的疲劳寿命 $N_{2\sigma}=3.34 \times 10^4$;应力幅值 3 σ =235.8 MPa 时,对应的疲劳寿命 $N_{3\sigma}=1.81 \times 10^4$ 。根据软件计算得到,过零期望频率 $E[0^+]=74$ Hz,将上述结果代入式(1)可得,单位时间内结构损伤为

(a) 试验件 1σ von Mises 整体应力云图(a) Global stress nephogram of the specimen 1σ von Mises

(b) 试验件细节应力云图

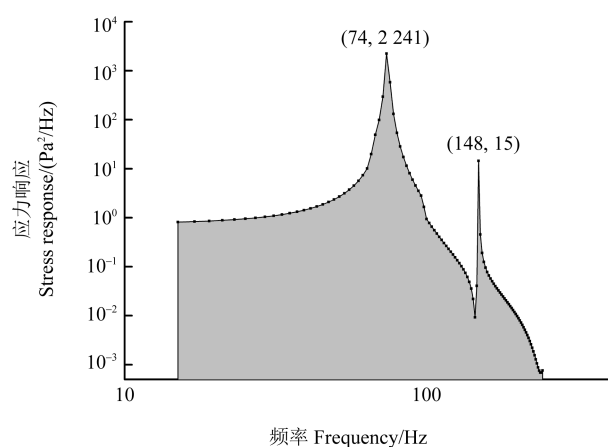
(b) Detail stress nephogram of the specimen 1σ von Mises图 12 1σ von Mises 应力云图Fig. 12 Stress nephogram of 1σ von Mises

图 13 115 120 单元的应力响应

Fig. 13 Stress response at element 115 120

$$D = 0.000\ 871$$

则可计算出试验件的随机振动疲劳寿命,即

$$T_f = 1/D = 0.319\ \text{h}$$

与试验结果对比可知,有限元计算结果比试验实测寿命大 2.5%,误差较小,基本与试验结果相符。

4 结论

以某薄壁加筋结构为研究对象,进行了振动耐久试验和有限元振动疲劳分析,并结合线性累积损伤理论和 Steinberg 法等估算结构的随机振动疲劳寿命。得出以下结论:

1) 采用修正静态等幅循环载荷疲劳寿命曲线的方法得到随机载荷下的疲劳寿命曲线,准确合理地反映了材料的动态疲劳特性,寿命估算结果和试验结果吻合较好。

2) 对于薄壁加筋类结构的振动特性分析,建模时采用混合单元的方法,不仅模型规模小,而且能更好地反映结构的刚度,计算得到的固有频率更接近实际结构。

3) 结构的阻尼与激励的频率有关,非线性阻尼能更精确地反映结构的模态,为准确获得传递函数提供了依据。

参考文献 (References)

- [1] 杨竣博,宋笔锋,钟小平.曲加筋壁板优化设计研究[J].机械强度,2014,36(6):904-910.
YANG JunBo, SONG BiFeng, ZHONG XiaoPing. Research on optimal design of curvilinearly stiffened panels[J]. Journal of Mechanical Strength, 2014, 36(6): 904-910 (In Chinese).
- [2] 周敏亮,陈忠明,邓吉宏,等.飞机结构振动疲劳寿命频域预估方法研究[J].飞机设计,2017,37(3):25-30.
ZHOU MinLiang, CHEN ZhongMing, DENG JiHong, et al. Research on vibration fatigue life frequency-domain estimation method of aircraft structure[J]. Aircraft Design, 2017, 37(3): 25-30 (In Chinese).
- [3] 姚起杭,姚 军.工程结构的振动疲劳问题[J].应用力学学报,2006,23(1):12-15.
YAO QiHang, YAO Jun. Vibration fatigue in engineering structures [J]. Chinese Journal of Applied Mechanics, 2006, 23(1): 12-15 (In Chinese).
- [4] YU D, AL-YAFAWI A, NGUYEN T T, et al. High-cycle fatigue life prediction for Pb-free BGA under random vibration loading [J]. Microelectronics Reliability, 2011, 51(3): 649-656.
- [5] WANG Z Y, WANG Y Q, WANG Q, et al. Fuzzy norm method for evaluating random vibration of airborne platform from limited PSD data [J]. Chinese Journal of Aeronautics, 2014, 27(6): 1442-1450.
- [6] 赵旭升,陈果,张旭,等.装配应力对飞机管道随机疲劳寿命的影响分析与试验验证[J].机械强度,2024,46(1):208-215.
ZHAO XuSheng, CHEN Guo, ZHANG Xu, et al. Analysis and experimental verification of the effect of assembly stress on the random fatigue life of aircraft pipeline [J]. Journal of Mechanical Strength, 2024, 46(1): 208-215 (In Chinese).
- [7] 李 鹏,马君峰,王 纯,等.基于振动疲劳损伤分析的飞机壁板结构加筋参数优选[J].应用力学学报,2017,34(4):691-697.
LI Peng, MA JunFeng, WANG Chun, et al. Optimization of stiffened panel structure parameters based on vibration fatigue damage analysis [J]. Chinese Journal of Applied Mechanics, 2017, 34(4): 691-697 (In Chinese).
- [8] 廉 政,周卫冬.铝合金加筋板共振疲劳实验研究[J].实验科学与技术,2017,15(5):82-87.

- LIAN Zheng, ZHOU WeiDong. Experimental study on the resonance fatigue of stiffened structures [J]. Experiment Science and Technology, 2017, 15(5): 82-87 (In Chinese).
- [9] 杨万均, 施荣明. 振动疲劳试验寿命确定方法研究 [J]. 机械设计与研究, 2012, 28(2): 71-72.
- YANG WanJun, SHI RongMing. Research on the confirmation method of vibration fatigue experiment life [J]. Machine Design & Research, 2012, 28(2): 71-72 (In Chinese).
- [10] 肖寿庭, 杜修德. LY¹²CZ 铝合金悬臂梁动态疲劳 S-N 曲线的试验测定 [J]. 机械强度, 1995, 17(1): 22-24.
- XIAO ShouTing, DU XiuDe. Measurement of a dynamic fatigue S-N curve for LY¹²CZ AL alloy cantilever specimens [J]. Journal of Mechanical Strength, 1995, 17(1): 22-24 (In Chinese).
- [11] 刘文光, 林炜彦, 颜 龙, 等. 基于抗振动疲劳的薄板加筋设计分析 [J]. 工程设计学报, 2016, 23(4): 385-390.
- LIU WenGuang, LIN WeiYan, YAN Long, et al. Analysis on stiffen design of a skin plate by anti-vibration fatigue [J]. Chinese Journal of Engineering Design, 2016, 23(4): 385-390 (In Chinese).
- [12] DAMIR A N, ELKHATIB A, NASSEF G. Prediction of fatigue life using modal analysis for grey and ductile cast iron [J]. International Journal of Fatigue, 2007, 29(3): 499-507.
- [13] 董乐义, 罗 俊, 程 礼. 雨流计数法及其在程序中的具体实现 [J]. 航空计测技术, 2004, 24(3): 38-40.
- DONG LeYi, LUO Jun, CHENG Li. Rain flow count method and its realization in programming [J]. Aviation Metrology & Measurement Technology, 2004, 24(3): 38-40 (In Chinese).
- [14] 李齐兵, 敬 敏, 张梁娟, 等. 某机载单元随机振动疲劳分析 [J]. 电子机械工程, 2018, 34(6): 32-35.
- LI QiBing, JING Min, ZHANG LiangJuan, et al. Random vibration fatigue life analysis of an airborne unit [J]. Electro-Mechanical Engineering, 2018, 34(6): 32-35 (In Chinese).
- [15] 关 迪, 范学领, 肖 滨, 等. 某型机载模块的随机振动疲劳分析 [J]. 机械强度, 2019, 41(1): 66-71.
- GUAN Di, FAN XueLing, XIAO Bin, et al. Random vibration fatigue analysis for an airborne module [J]. Journal of Mechanical Strength, 2019, 41(1): 66-71 (In Chinese).
- [16] 孟凡涛, 胡愉愉. 基于频域法的随机振动载荷下飞机结构疲劳分析 [J]. 南京航空航天大学学报, 2012, 44(1): 32-36.
- MENG FanTao, HU YuYu. Analysis of aircraft structural fatigue under random vibration loadings based on information in frequency domain [J]. Journal of Nanjing University of Aeronautics & Astronautics, 2012, 44(1): 32-36 (In Chinese).
- [17] 王建强, 周苏枫, 王 纯. 基于数值分析的模态阻尼系数获取方法 [J]. 应用力学学报, 2019, 36(2): 254-259.
- WANG JianQiang, ZHOU SuFeng, WANG Chun. Modal damping coefficient acquisition method based on numerical analysis [J]. Chinese Journal of Applied Mechanics, 2019, 36(2): 254-259 (In Chinese).
- [18] 张 钊, 张万玉, 胡亚琪. 飞机结构振动疲劳分析研究进展 [J]. 航空计算技术, 2012, 42(2): 60-64.
- ZHANG Zhao, ZHANG WanYu, HU YaQi. Development of aircraft structure vibration fatigue life study [J]. Aeronautical Computing Technique, 2012, 42(2): 60-64 (In Chinese).
- [19] 陈群志, 周志强, 张 强, 等. 振动环境下飞机薄壁结构紧固件疲劳寿命研究 [J]. 机械强度, 2015, 37(1): 52-57.
- CHEN QunZhi, ZHOU ZhiQiang, ZHANG Qiang, et al. Study on fatigue life of thin-wall structure fasteners of aircraft [J]. Journal of Mechanical Strength, 2015, 37(1): 52-57 (In Chinese).
- [20] 周敏亮, 王虎寅, 曹奇凯. 翼尖悬挂物结构动强度设计与分析 [J]. 飞机设计, 2020, 40(3): 26-29.
- ZHOU MinLiang, WANG HuYin, CAO QiKai. Structure dynamic strength design and analysis for wing-tip pod of electronic warfare aircraft [J]. Aircraft Design, 2020, 40(3): 26-29 (In Chinese).
- [21] BENDAT J. Probability functions for random responses: prediction of peaks, fatigue damage and catastrophic failures [R]. Washington D. C.: NASA, 1964-04-01.
- [22] FEDERAL AVIATION ADMINISTRATION. Metallic material properties development and standardization (MMPDS): MMPDS-08 [M]. Washington D.C.: Federal Aviation Administration, 2013: 545.
- [23] 张 莹, 王鲲鹏, 马 梁. 基于传递函数的航空发动机柔性转子动平衡研究 [J]. 机械强度, 2021, 43(6): 1321-1327.
- ZHANG Ying, WANG KunPeng, MA Liang. Study on dynamic balance of aeroengine flexible rotor based on transfer function [J]. Journal of Mechanical Strength, 2021, 43(6): 1321-1327 (In Chinese).
- [24] 潘大虎, 吴清文, 刘宏伟, 等. 航天相机主镜组件随机振动仿真分析 [J]. 机械强度, 2011, 33(2): 290-295.
- PAN DaHu, WU QingWen, LIU HongWei, et al. Simulation analysis for random vibration of the primary mirror subassembly in a space-flight camera [J]. Journal of Mechanical Strength, 2011, 33(2): 290-295 (In Chinese).
- [25] TORVIK P J. On estimating system damping from frequency response bandwidths [J]. Journal of Sound and Vibration, 2011, 330(25): 6088-6097.