Journal of Mechanical Strength 机械强度 2024,46(6): 1419-1432

DOI: 10.16579/j.issn.1001.9669.2024.06.019

# 空间交叉内凹蜂窝结构力学特性研究*

# STUDY ON MECHANICAL PROPERTIES OF SPATIAL INTERSECTION CONCAVE HONEYCOMB STRUCTURE

王 帅**[1,2] 陈 卓[3] 李佳璐[3] 王 鑫[3]

(1. 重庆工程职业技术学院 智能制造与交通学院, 重庆 402260)

(2. 重庆交通大学 航空学院, 重庆 400074)

(3. 重庆交通大学 土木工程学院, 重庆 400074)

WANG Shuai[1,2] CHEN Zhuo[3] LI JiaLu[3] WANG Xin[3]

(1. *School of Intelligent Manufacturing and Transportation, Chongqing Vocational Institute of Engineering, Chongqing* 402260, *China*)

(2. *School of Aeronautics, Chongqing Jiaotong University, Chongqing* 400074, *China*)

(3. *School of Civil Engineering, Chongqing Jiaotong University, Chongqing* 400074, *China*)

**摘要** 内凹六边形作为典型的负泊松比结构,使其成为能量吸收装置常用结构。首先,将内凹六边形和蜂窝结构,通过空间交叉设计得到五种结构。借助有限元仿真与试验探讨了五种结构的变形机制和结构力学特性。然后,利用矢量分析法给出了结构反力的瞬态等效计算方法,推导了反力、碰撞速度和加速度的计算式。结合结构压缩试验,对比了理论得到的反力结果,试验与理论结果基本一致。最后,将分析得到的最优结构填充到吸能盒内部并进行碰撞仿真分析。研究发现,具有负泊松比结构的内凹型蜂窝结构(Concave Honeycomb Structure,CHS)胞元力学性能明显优于传统型蜂窝结构(Traditional Honeycomb Structure,THS)。第二类结构中 C-C 结构既能够增大结构变形,又能降低所产生的应力,使得应力分布更加均匀。吸能盒碰撞仿真结果表明,C-C 结构吸能盒能够大幅度削减速度和加速度的峰值,加速度数值远远小于车辆碰撞规范规定的 40$g$。同时,与传统吸能盒结构相比,新设计的夹层结构吸能盒吸收能量提高 3 倍以上。

**关键词** 内凹六边形 负泊松比 蜂窝结构 能量吸收 吸能盒

**中图分类号** TG146.2

**Abstract** As a typical negative Poisson's ratio structure, the concave hexagon is commonly used in modern energy absorption devices. Based on the honeycomb structure and the concave hexagon, five kinds of structures were firstly obtained through space intersection design. The deformation mechanism and structural mechanical characteristics of five kinds of structures were discussed by finite element simulation and compression test. Then, the transient equivalent calculation method of structural counter-force was given by using vector analysis method, and the calculation formulas of counter-force, collision velocity and acceleration were derived. Counter-force calculation results were compared with compression test, and the test results were basically consistent with the theoretical results. Finally, the optimal structure was filled into the crash box, and the collision simulation analysis was processed with the new crash box. It is found that the mechanical properties of concave honeycomb stucture (CHS) cells with negative Poisson's ratio are better than those of the traditional honeycomb structure (THS). In the second type of structure, C-C structure can increase the structural deformation and reduce the stress. And the stress distribution of C-C structure is more uniform than that of the other structure. The collision simulation results show that the C-C structure crash box can greatly reduce the peak values of speed and acceleration, and the acceleration value is far less than the 40$g$, which reaches standard in the vehicle collision specification. At the same time, compared with the traditional crash box structure, the energy absorption of the new designed sandwich structure crash box is improved by more than 3 times.

**Key words** **Concave hexagon; Negative Poisson's ratio; Honeycomb structure; Energy absorption; Crash box**

*Corresponding author*: *WANG Shuai*, *E-mail*: *ws*15993500427@163.*com*

The project supported by the Natural Science Foundation of Chongqing (General Project) (No. cstc2019jcyj-msxmX0516), and the Science and Technology Research Program of Chongqing Education Commission (No. KJZD-K201905701).

Manuscript received 20221101, in revised form 20221127.

*20221101 收到初稿, 20221127 收到修改稿。重庆市自然科学基金 (面上项目) (cstc2019jcyj-msxmX0516), 重庆市教委科学技术研究计划项目 (KJZD-K201905701) 资助。

**王 帅, 男, 1987 年生, 河南南阳人, 蒙古族, 重庆工程职业技术学院智能制造与交通学院副教授, 硕士, 主要研究方向为机械设计和力学超材料等。

## 0 引言

现实生活中,大多数材料的泊松比都为正值,且取值都在0~0.5,如橡胶类材料为0.5,金属铝为0.133等。这些材料在拉伸时横向会发生收缩,而压缩时横向发生膨胀。近年来发现的一些特殊结构,在拉伸时横向发生膨胀,压缩时横向发生收缩,这种结构称为负泊松比(Negative Poisson′s Ratio,NPR)结构。负泊松比结构具有奇特性能,在受到轴向冲击时表现出负泊松比效应,可以增大材料的局部密度,提高能量吸收能力[1-2]。由于负泊松比结构的优良的性质(如吸能、隔热、消声等),其广泛应用在航空航天、船舶、汽车工程等领域中[3-5]。

在对新型负泊松比结构进行设计研究时,运用有限元法对负泊松比微极弹性蜂窝结构从几何角度进行探究[6]。利用能量等效原理得到蜂窝结构的等效弯曲刚度[7]。将蜂窝结构进行空间环形整列,得到内凹环形蜂窝结构模型[8],该模型大大降低了最大峰值应力,并且具有良好的冲击载荷。借助仿生结构,刘宇等[9]研究了胞元弧夹角、连杆长等5个几何参数对负泊松比蜂窝结构吸能量、比吸能、峰值碰撞力的影响,设计了一种最优结构。魏路路等[10]通过内凹六边形蜂窝与反手性蜂窝的结合得到了一种内凹-反手性蜂窝结构,其能量吸收性能更强,负泊松比效应更明显。

负泊松比材料在工程应用中,也表现出优异的性能。李兆凯等[11]将点阵夹层结构与负泊松比结构用于其设计,结果表明,新型复合总成的吸能性能与轻量化水平均优于高强钢。姚永永等[12]利用有限元模拟方法研究了内凹负泊松比蜂窝结构的面内双轴冲击响应,发现冲击速度是内凹蜂窝结构变形模态最主要的影响因素。王腾博等[13]提出了一种具有负泊松比效应的内凹工字形蜂窝结构,该内凹工字形蜂窝结构表现出更好的冲击载荷一致性和能量吸收特性。邓先溥等[14]设计了一种正交各向同性的新型空间负泊松比多孔材料的胞元结构,分析了几何参数对胞元无量纲弹性模量和泊松比的影响。杨泽水等[15]在传统二维负泊松比星形结构基础上延展,提出了一种新型三维负泊松比星形结构,其具有质量更轻,材料利用率更高,抗冲击性能强和实用性强等优点。WANG C Y等[16]提出了一种六边形夹层的三维负泊松比碰撞箱,该碰撞箱能够产生平滑可控的变形来吸收总能量。HW A等[17]将圆形单元和折叠板结合,建立了交叉圆形蜂窝模型,该十字形蜂窝的变形模式具有零泊松比特性,并且具有较高的能量吸收能力。LI Q Q等[18]提出了一种仿生晶格结构,建立了牵牛花晶格结构的有限元模型,其具有质量轻、能量吸收效率高、负泊松比效应等特点。WANG J等[19]开发了一种三维凹面晶格结构,其凹角和厚度等结构设计参数对泊松比和能量吸收有显著影响。

以上学者对负泊松比夹芯结构从几何形式、结构参数以及工程领域应用进行了探索。但负泊松比结构因为空间几何结构特殊,力学行为复杂,几何非线性等问题,大量研究未能系统完整对其进行深入探讨。基于此,本文以内凹六边形蜂窝结构为对象,从理论、有限元仿真和静力学试验三个方面对负泊松比结构进行系统探讨。以传统内凹六边形蜂窝结构为胞元,通过空间组合排列,设计了4种新型空间结构。通过有限元仿真研究并对比分析了4种结构的应力、位移和能量吸收。确定了较优结构后,进行静力学试验,探究结构的破坏机制。

## 1 结构与方法

### 1.1 参数及结构

内凹型蜂窝结构(Concave Honeycomb Structure,CHS)是一类典型的负泊松比结构。国内外学者在研究负泊松比结构性能时,经常将传统型蜂窝结构(Traditional Honeycomb Structure,THS)与CHS进行对比,结果发现CHS的变形能力和吸能能力都要优于THS。基于该结构具有良好的能量吸收性能和大变形行为,研究过程中采用内凹六边形蜂窝结构胞元形状(图1)。胞元结构的高度 $h=178$ mm,最大宽度 $a=204$ mm,壁厚为 $t=4.5$ mm,THS和CHS中的 $\theta=120°$。具体的构型以及几何尺寸如图1所示。

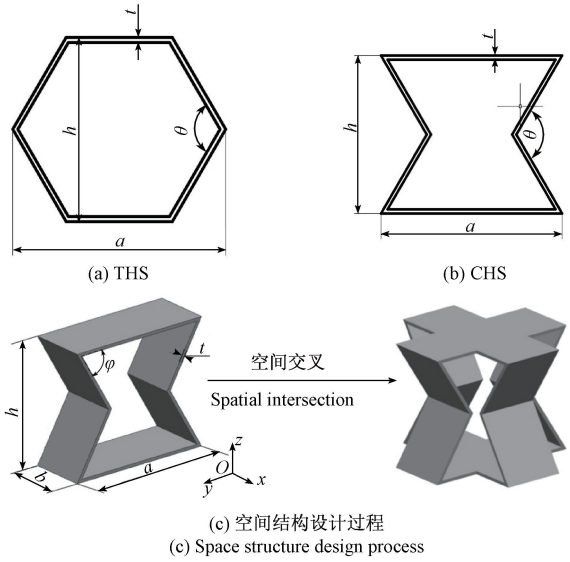



图1 胞元尺寸及空间结构设计

Fig. 1 Cell size and space structure design

由于单个CHS抵抗变形能力有限,本文将CHS进行再设计,设计出新的空间结构形式。将CHS与THS两两按照空间交叉方式进行组合,设计出新的空间结构形式。在图1所示胞元的基础上,分别将THS和CHS胞元沿 $Z$ 轴方向拉伸200 mm,形成了各自对应的立体模型。空间交叉设计时保证两个胞元结构高

度 $h$ 和中心宽度 $a$ 相等，同时，保证胞元底边中心重合。空间排列时各个结构均匀阵列，以保证结构的整体稳定性，设计过程如表 1 所示。

以空间内凹蜂窝结构（C-C）为例，先将 CHS 沿 $Z$ 轴方向拉伸 200 mm，形成立体结构。之后将两个完全相同的 CHS 胞元进行空间交叉组合，便得到了新的空间结构，命名为 C-C，将 THS、CHS 命名为第一类结构。除此之外，将由 THS-THS、THS-CHS、CHS-CHS 组成的 3 种结构分别命名为 T-T、T-C、C-C。将上述 3 种结构定义为第二类结构。上述所有结构如表 1 所示。

**表 1　交叉内凹蜂窝结构形成过程**

**Tab. 1　Formation process of intersecting concave honeycomb structure**

| 胞元 Cell | THS | CHS |
|---|---|---|
| THS | T-T | T-C |
| CHS | T-C | C-C |

## 1.2　材料与加载

为探究各个结构的静力学性能，本小节运用 Ansys WorkBench Static Structural 计算平台进行有限元模拟仿真。仿真时，将温度设置为 22 ℃。各结构选取的材料均为结构钢，其参数如表 2 所示。

**表 2　结构钢材料参数**

**Tab. 2　Material parameters of the structural steel**

| 密度 Density/(kg/m$^3$) | 弹性模量 Elasticity modulus/GPa | 屈服强度 Yield strength/MPa | 切线模量 Tangent modulus/GPa | 泊松比 Poisson′s ratio |
|---|---|---|---|---|
| 7 850 | 200 | 250 | 1.45 | 0.30 |

胞元静力学仿真时，胞元结构的上下表面放置一块面积与结构顶面积相等、高度为 20 mm 的刚性板。在上部刚性板施加均布荷载 $P=0.1$ MPa，在下部刚性板施加完全固定约束，$u(x,y,z)=0$，$R(x,y,z)=0$，如图 2(a)所示，其余结构的加载方式、约束方式及网格划分方式均相同。模型网格划分方法采用六面体网格。以 CHS 为例，网格单元最小尺寸为 4 mm，增长率为 1.2，如图 2(b)所示。

胞元动力学仿真时，每个结构的上下表面放置一块面积与结构顶面积相等、高度为 20 mm 的板。在上表面放置一个参数为 90 mm×90 mm×20 mm 的碰撞块。建模时，让碰撞块与板上表面接触。该碰撞块的材料仍然采用结构钢，但将碰撞块属性设置为刚体，防止反弹。初始状态时，给定物块初速度 $v=60$ km/h，如图 3 所示。下部刚性板施加完全固定约束。

## 1.3　接触关系

吸能盒作为车辆的吸能元件，其通过自身的变形破坏来吸收碰撞产生的能量。因此，本文根据国家标准 GB 17354—1998，设计的吸能盒长、宽、高尺寸为 55 mm×55 mm×96 mm，壁厚为 1 mm。将 C-C 夹芯结构填入吸能盒内部组装成新型夹芯吸能盒，如图 4(c)所示。结构上部刚性块质量按照汽车质量等效设定，将刚性块的密度设置为 $7.85\times10^6$ kg/m$^3$。设置碰撞时的速度为 60 km/h，将吸能盒下端完全固定，设置碰撞时间为 0.03 s，如图 5 所示。

将刚性块与吸能盒之间设置为面面接触，C-C 结构与吸能盒底部设置为固结约束。网格划分采用六面体网格单元，最小网格单元尺寸为 2 mm，刚性块的最小网格尺寸为 5 mm。吸能盒结构选用的材料为结构钢，材料参数如表 2 所示。结构碰撞过程运用 Ls-Dyna

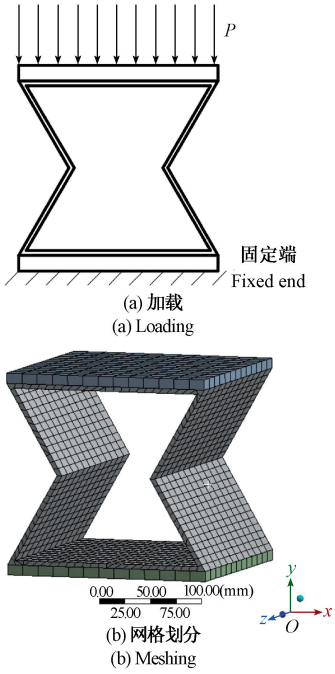



图 2 THS 静力学仿真模型

Fig. 2 Statics simulation model of THS

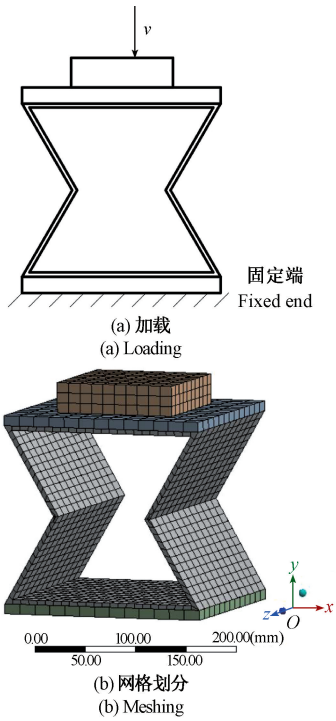



图 3 THS 动力学仿真模型

Fig. 3 Dynamics simulation model of THS

平台进行仿真计算。碰撞过程中,发生大变形后,不可避免地造成各部件之间的接触,为了防止结构发生穿透现象,各部件之间的接触关系如表 3 所示。

### 1.4 试验装置

为了进一步探究 C-C 结构的变形行为,本文对 C-C 结构进行了准静态轴向加载试验。本次 C-C 压缩试验参考国家标准 GB/T 5352—2005 进行。本次试验

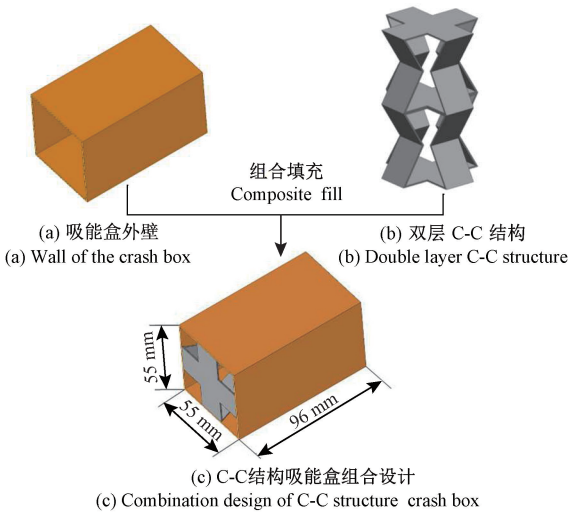



图 4 吸能盒设计过程

Fig. 4 Design process of the crash box

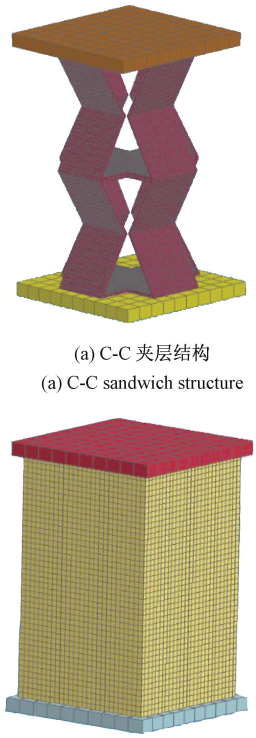



图 5 吸能盒碰撞模型

Fig. 5 Impact model of the crash box

采用了 CMT5205 型万能试验机,试件材料采用结构钢,牌号是 DC01,抗拉强度 $R_m$ 为 340 MPa,屈服强度 $R_e$ 为 250 MPa,断后伸长率$A \geqslant 28\%$。首先将试件 C-C 放置在下端刚性平台中心处,上端受刚性平台加载,加载速度为 5 mm/min,轴向压缩位移量为试件高度的 50%,压缩试验装置如图 6 所示。通过压头上的传感器,记录试件在准静态轴向时的压缩荷载-位移曲线,同时利用相机记录试件在不同位移时的变形过程。

表 3　接触关系

Tab. 3　Contact relation

| 名称<br>Name | 接触类型<br>Contact type | 关键字<br>Key word |
|---|---|---|
| 上顶板与 C-C 夹层间接触<br>Contact between the upper roof and C-C interlayer | 面-面接触<br>Face to face contact | * CONTACT_AUTOMATIC_SURFACE_TO_SURFACE |
| 下底板与 C-C 夹层间接触<br>Contact between the lower bottom plate and C-C interlayer | 面-面接触<br>Face to face contact | * CONTACT_AUTOMATIC_SURFACE_TO_SURFACE |
| C-C 结构自接触<br>Self-contact of C-C structure | 自接触<br>Self-contact | * CONTACT_AUTOMATIC_SINGLE_SURFACE |

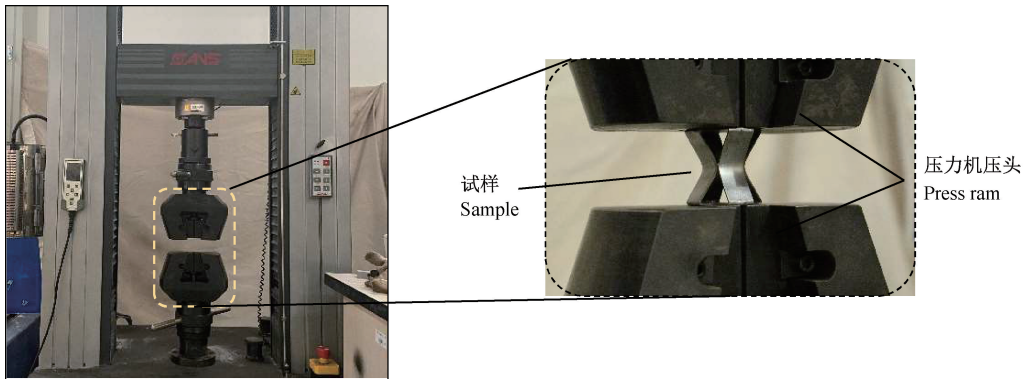



图 6　准静态压缩试验装置

Fig. 6　Device of quasi-static compression test

## 2　结果

### 2.1　应力与位移

利用 Ansys WorkBench 对结构进行静力学仿真后，对比分析最大应力值和最大位移值。表 4 给出了 5 种结构的静力学仿真结果，这 5 种结构变形都从上部开始，逐渐向下传递。最大应力位置分布在结构连接处，5 种结构的最大应力值和最大位移如表 5 所示。在第一类结构中，相对于 CHS，THS 的最大应力值为 35.484 MPa，约为 CHS 的 1/2；最大位移值也是 CHS 的 1/2。在同样尺寸和荷载条件下，CHS 的最大应力值和最大位移值都要显著增大。此外，与 THS 相比，CHS 的最大应力值和最大位移值都较大。虽然 CHS 的应力和位移都增大，但是位移增加明显，约是 THS 的 2 倍。第二类结构中，T-T 变形位移最小，其次是 T-C，变形位移最大的是 C-C。3 种结构应力排列顺序与位移结果一致。

结果发现，两个正泊松比结构 THS 组合而成的 T-T 的位移和应力值最小。这是因为两个 THS 叠加在一起使得 T-T 刚度增加，因此与 THS 相比，其最大应力值和最大位移值显著降低。相比于 T-T，T-C 由正泊松比结构 THS 和负泊松比结构 CHS 组合得到。由于 CHS 的加入，所以 T-C 的应力值和位移比 T-T 都增加。最后一种是两种负泊松比结构组合得到的 C-C。C-C 受力后的位移是 T-T 的 4 倍，是 T-C 的 2 倍。当在外载荷作用下，C-C 的最大应力值和最大位移值在 3 种结构中都是最大的。它们所表现出来的静力学性能差距就很明显。不仅如此，与第一类结构中的 CHS 相比较，C-C 最大应力值减小，位移反而增加，此现象也说明，C-C 增强了负泊松比效应，结构变形明显，且相对单个内凹六边形结构，其最大应力明显降低。

### 2.2　压缩试验变形

为了探究 C-C 压缩变形和破坏效果，同时检验有限元模拟的可靠性，本文将试验模型与有限元模型进行对比。图 7 展示了准静态加载及有限元模拟下的结构变形过程。

由图 7 可以发现，随着位移增加，C-C 四侧薄壁均在不断地向内收缩，具有明显的负泊松比现象。在轴向压缩值 $\Delta h = 5$ mm 时，C-C 的相邻薄壁向中间聚集，直至互相接触。在轴向压缩值 $\Delta h = 10$ mm 后，C-C 的相邻薄壁互相挤压，上部发生了弯曲现象，并且弯曲程度持续增大。轴向压缩达到峰值时，变形最大部位发生在侧壁尖角处。在轴向压缩值 $\Delta h = 15$ mm 后，结构上端与压头接触处，四侧薄壁开始向下变形弯曲，直至压缩最后重叠接触。在有限元模型中，$\Delta h = 5$ mm 时，结构开始接触；在 $\Delta h = 10$ mm 后，结构壁发生了同样挤压变形。对比有限元模拟变形可以看出，有限元模拟过程与试验变形历程基本一致。

表 4 静力学计算位移和应力结果

Tab. 4 Statically calculated displacement and stress results

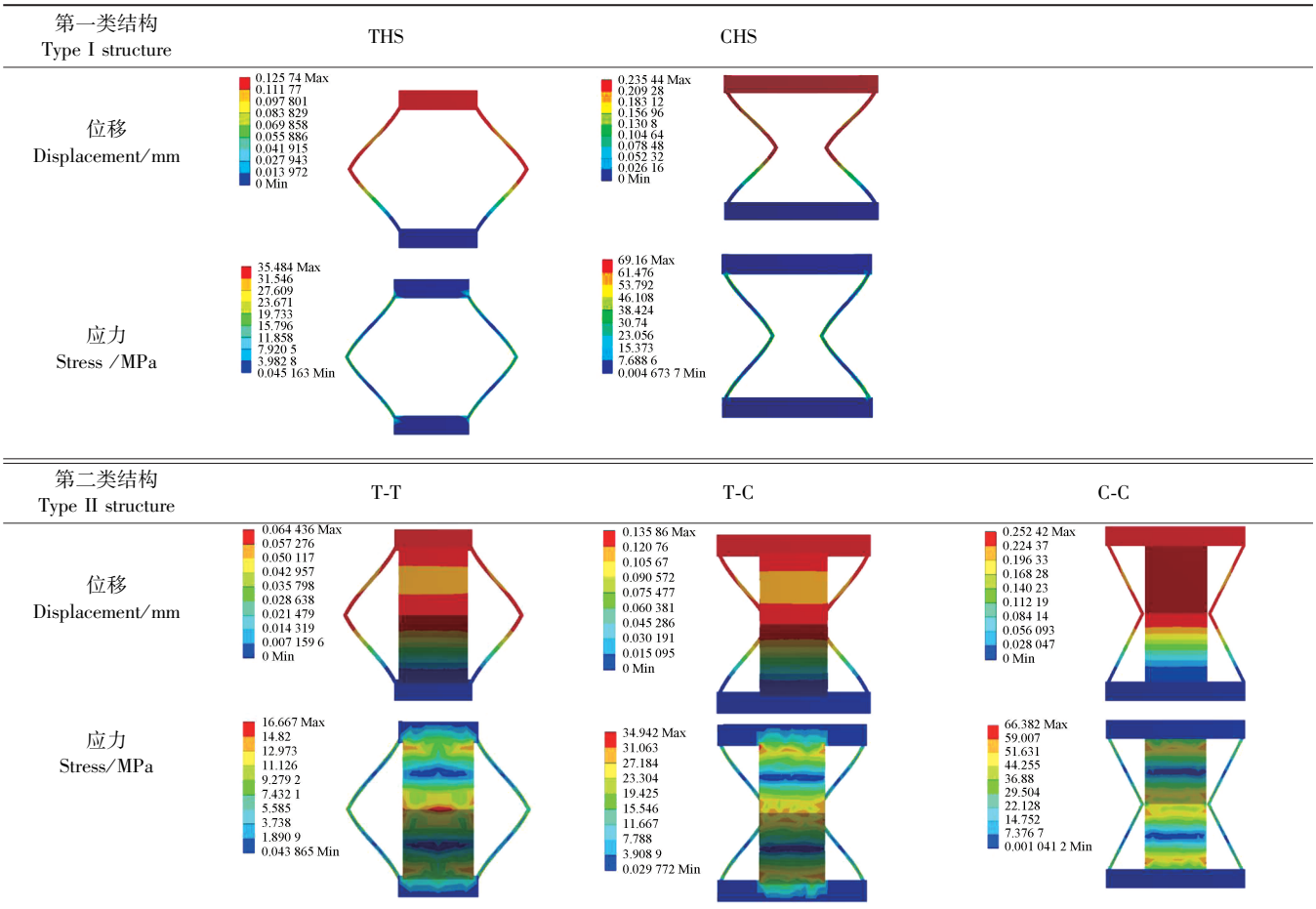



表 5 静力学仿真结果

Tab. 5 Statics simulation results

| 结构类别 Structure category | 结构名称 Structure name | 最大应力值 Maximum stress value/ MPa | 最大位移值 Maximum displacement/ mm |
|---|---|---|---|
| 第一类 Type I | THS | 35. 484 | 0. 125 74 |
| | CHS | 69. 160 | 0. 235 44 |
| 第二类 Type II | T-T | 16. 667 | 0. 064 44 |
| | T-C | 34. 942 | 0. 135 86 |
| | C-C | 66. 382 | 0. 252 42 |

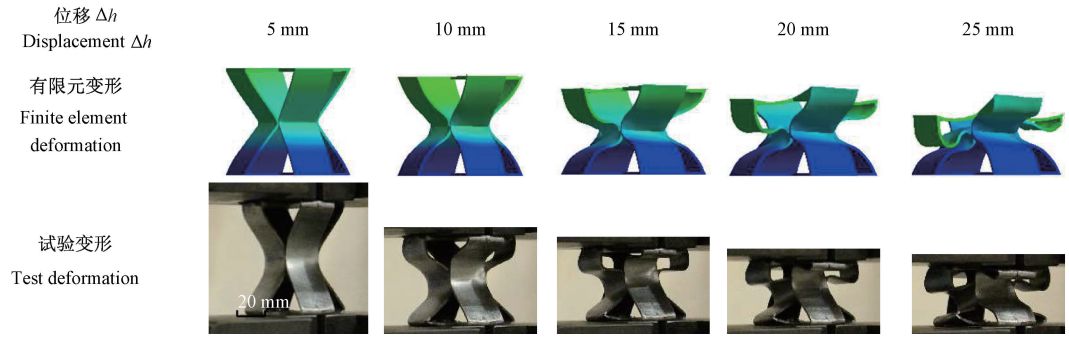



图 7 有限元模型与试验变形对比

Fig. 7 Deformation comparison of the test and the finite element model

## 2.3 速度与加速度

第一类结构碰撞结果如图 8 所示,物块速度和加速度的变化分为以下 3 个阶段。第 1 阶段,碰撞开始时,碰撞块与胞元结构接触但没有运动趋势,此时碰撞

块保持原有速度 1 m/s。第 2 阶段，碰撞过程中随着碰撞块与护栏接触时间的增加，结构吸收能量，碰撞块动能减小，在 CHS 和 THS 中的碰撞块的速度分别在 15 ms 和 9 ms 左右趋于稳定。此时 CHS 中的碰撞块速度为 0.11 m/s 左右；THS 中的碰撞块为 0.17 m/s 左右。第 3 阶段，撞击过程结束，CHS 和 THS 的加速度分别在 15 ms 以及 9 ms 后稳定为 0，与速度曲线趋势一致。相比于 THS，CHS 不仅能延长有效变形时间，还能使得碰撞块的速度降至更小。

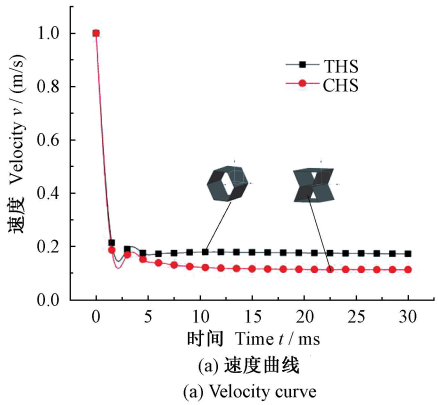



图 8　第一类结构动力学性能对比

Fig. 8　Dynamics performance comparison of the first type of structure

对第二类结构在冲击作用下速度和加速度结果分析发现，防撞块的速度呈现两个阶段，如图 9 所示。第 1 个阶段 0～1.8 ms 内速度快速减小，第 2 个阶段 1.8～30 ms 内速度呈现波动现象，但对于不同的结构波动幅值不同。其中 T-T 的速度波动幅值最大，且平均值 0.15 m/s 略高于其余两种结构的 0.1 m/s。C-C 的速度波动幅度相对较缓，而且在 3 种结构中速度的幅值也是最小的。速度的变化说明结构都在快速地吸收能量，但是由于结构自身的特性，在减速后期，出现了结构的振动从而出现速度波动。从速度结果来看，在加载时间内速度出现规律性波动，说明结构仍处于弹性阶段，C-C 在撞击后速度变化不剧烈，结构更加稳定。从加速度结果来看，3 种结构的加速度曲线也呈现两个阶段。第 1 个阶段加速度快速下降，第 2 个阶段加速度出现波动。在撞击后期，3 种结构的加速度在 0 值附近波动，且 3 条加速度曲线在计算时长内，均没有稳定为 0 的趋势，因此组合结构的减速时间相对于第一类结构都有所增加。3 种结构中 T-T 的波动最大，T-C 其次，C-C 波动最小，此结论与第一类结构的变化趋势一致。另外，T-T 和 T-C 的加速度有正有负，正负加速度数值相近，但是 C-C 的加速度大多为正值，且随着撞击时间的持续，加速度趋于 0。

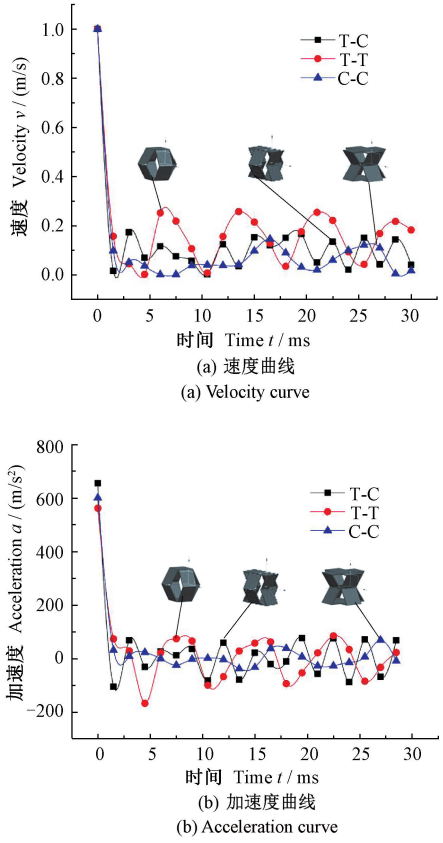



图 9　第二类结构动力学性能对比

Fig. 9　Dynamics performance comparison of the second type of structure

由图 9 可以看出，T-C 和 C-C 的波动幅值较小，是因为这类组合结构中负泊松比结构 CHS 的加入使得这类结构进一步被“软化”，结构刚度降低，结构发生变形更加容易，对碰撞块的反作用力较小，使得碰撞过程反弹较小，导致了速度波动幅值降低。从 3 种结构性能对比不难看出，随着负泊松比结构的加入，有效“软化”了结构整体刚度，改善组合结构的碰撞性能。相比之下，C-C 的速度和加速度变化平稳，说明 C-C 在撞击过程中更加稳定。

## 2.4　能量

C-C 夹层吸能盒碰撞变形过程如图 10 所示，碰撞过程吸能盒呈现逐层折叠压溃现象。折叠位置分布在 C-C 内凹处。从内部夹层 C-C 可以看到，0.8 ms 时，下部 C-C 先变形。直到下部结构完全折叠压溃，变形结束，如图 10 中 2.4 ms 时的图像。变

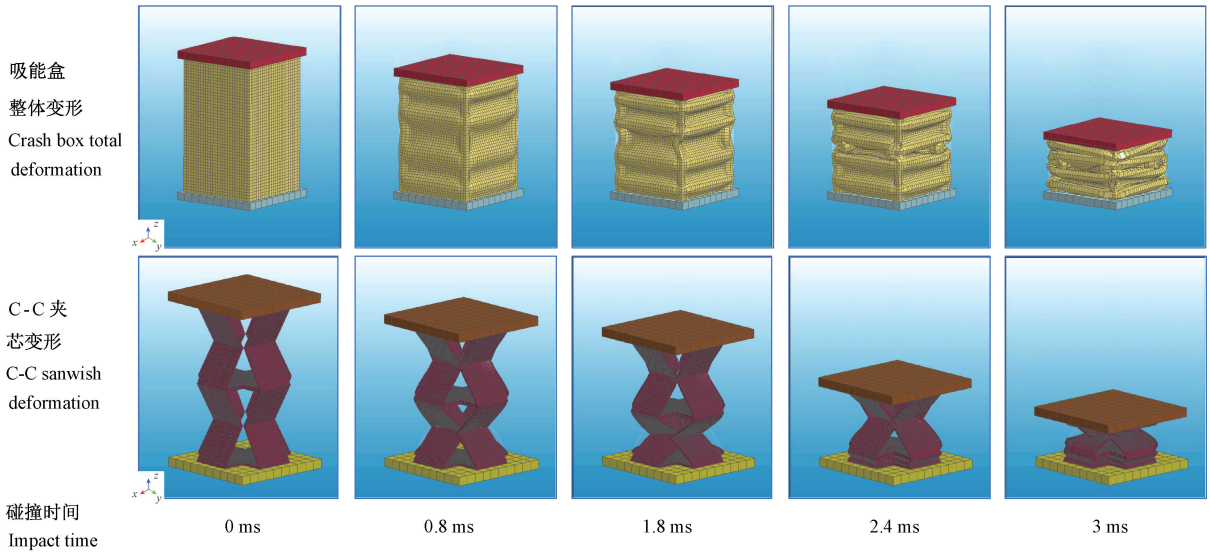



图 10 C-C 撞击变形过程

Fig. 10 Impact deformation process of C-C

形从下部开始,接着向上部结构开始传递,然后逐级折叠变形。

碰撞过程能量如图 11 所示,总能量约为 3.9 kJ,碰撞开始动能下降、内能增加,在 1.3 ms 时动能与内能数值上相等。碰撞结束,3 ms 时内能最终增加到 3.3 kJ。整个过程沙漏能小于 5%,满足工程规范要求。结构碰撞过程中的滑移能几乎为 0。碰撞过程的能量主要以内能的形式被吸收,其中内能占到了总能量的 84.6%。由图 11(b)可看到,动能衰减不明显,碰撞过程能量吸收较少,滑移能和沙漏能较大,说明刚性碰撞出现了刚性块的滑移等。

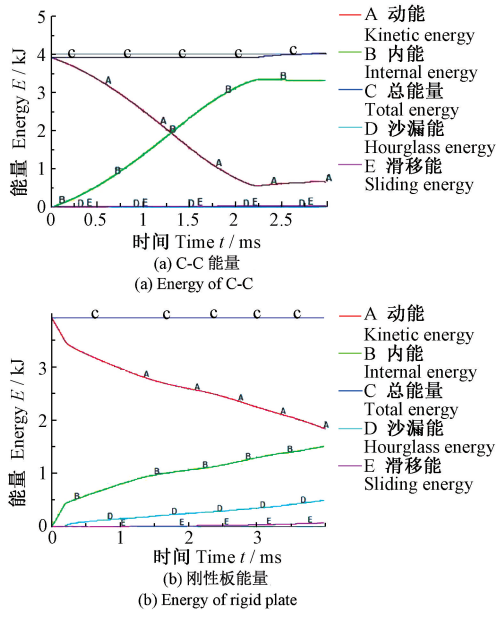



图 11 碰撞过程能量

Fig. 11 Energy of the collision process

## 3 讨论

### 3.1 应力与位移

由表 5 发现,C-C 上截面的最大位移为 0.252 42 mm,CHS 上截面的最大位移为 0.235 44 mm,两种结构的位移相差不大。最大应力位置都在结构弯折处。在撞击过程中,吸能盒通过变形将冲击所做的功转变为内能储存于变形结构内部。作为吸能元件,单靠比较应力和位移是不够的,因此,为了更好地比较两者的吸能效果,引入比吸能来衡量吸能盒的吸能性能,比吸能越大,吸能性越好。比吸能 $E_{SEA}$ 可以定义为

$$E_{SEA}=\frac{\int_0^V R\varepsilon \mathrm{d}V}{m}$$

式中,$R$ 为施加应力;$\varepsilon$ 为结构应变;$V$ 为结构体积;$m$ 为结构质量。

图 12 给出了 5 种结构比吸能,不难看出,CHS 和 C-C 的比吸能远远大于其他 3 种结构。作为典型的负泊松比结构,第一类结构中,CHS 胞元变形吸收的能量已经远远大于 THS,其比吸能值是 THS 的 3.6 倍。第二类结构中,C-C 吸能最多,其次是 T-C,最小的是 T-T。而且通过将 CHS 进行空间交叉得到的 C-C,能量吸收效应也很明显。结合表 5 数据,T-T 与 T-C 的应力和位移数值变化趋势一致,T-T、T-C 与 CHS 相比,整体位移和应力都降低。但是,T-C 的应力和位移与 T-T 相比却提高了 30%左右,说明负泊松比结构 CHS 的加入改变了结构的变形能力。而 C-C 却出现与 T-T 和 T-C 不一致的现象,C-C 的位移较 CHS 提高了 8%,但是最大应力却降低了 4%。因此,C-C 不仅具有负泊松比效应,在 5 种结构中还是承受载荷后变形

效果最明显的。C-C 夹芯结构的填入有利于结构均匀受力，提高结构极限承载能力。

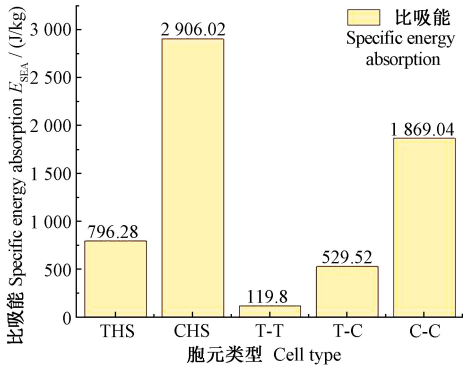



图 12　结构变形能

Fig. 12　Structural deformation energy

正泊松比结构和负泊松比结构组合 T-C、C-C 相比增加了结构变形位移，结果发现 C-C 的负泊松比效应显著增加，导致了 C-C 的最大位移值较其他 4 种结构都是最大的，最大应力值较 CHS 反而减小，能量吸收也是第二类结构中最多的。这是由于 THS 为正泊松比结构，刚度较大，变形较小；而 CHS 为负泊松比结构，表现出“较软”的特性，在相同荷载下，更加易于变形。

5 种结构的能量吸收特性主要由结构的泊松比差异造成的，而泊松比 $\nu = -\varepsilon_x/\varepsilon_y$，其中，$\nu$ 为泊松比，$\varepsilon_x$ 为横向应变，$\varepsilon_y$ 为纵向应变。借助应变计算了 5 种结构的泊松比见图 13。由图 13 可见，CHS 和 C-C 的泊松比为负值，THS 和 T-T 的泊松比为正值，且数值绝对值分别相等，符号相反。其中，T-C 的泊松比为 0，表现出零泊松比效应。相对于 THS，CHS 的泊松比为 −0.577 35，C-C 的泊松比为−0.816 5，负泊松比数值较大，负泊松比效应明显，解释了两种结构的位移和比吸能都能远远大于 THS 和 T-T，体现出了负泊松比结构大变形的特性，说明了 CHS 具有比 THS 更好的变形能力和能量吸收特性。

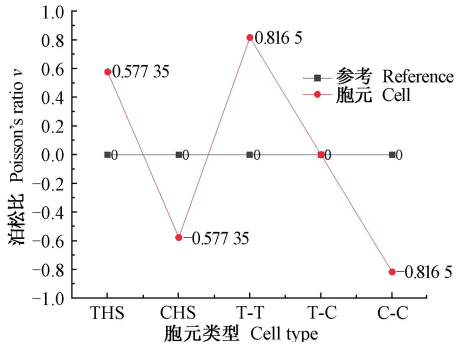



图 13　结构泊松比

Fig. 13　Structural Poisson's ratio

C-C 表现的特性与结构内部应力应变分布有关。准静态试验测定了 C-C 的整体变形和压溃过程。采集了 C-C 内凹侧壁处的应变，同时采集了结构整体与上夹层板之间的接触反力和位移。图 14(a)给出了试验反力与位移关系。由图 14(a)可见，C-C 夹层整体受压时，接触反力随着位移的增大逐渐减小。反力和位移关系呈现 4 个阶段。以试样 1 为例，第 1 阶段，当压缩位移≤7 mm 时，接触力随位移增加快速增大，最大反力达到 0.82 kN。第 2 阶段，位移为 7~15 mm 时，反力基本维持恒定。第 3 阶段，位移为 15~20 mm 时，反力继续增大，此时最大反力只达到 1.74 kN，与第一次最大峰值反力相比，提高了 1.12 倍。第 4 阶段，位移为 20~30 mm，反力随位移增加逐渐下降。最后达到 1.22 kN，相对于第 3 阶段下降了约 30%。由图 14(a)可以明显看出，结构最后遭到破坏，重叠一起，应变片失效，外力骤减到 0。

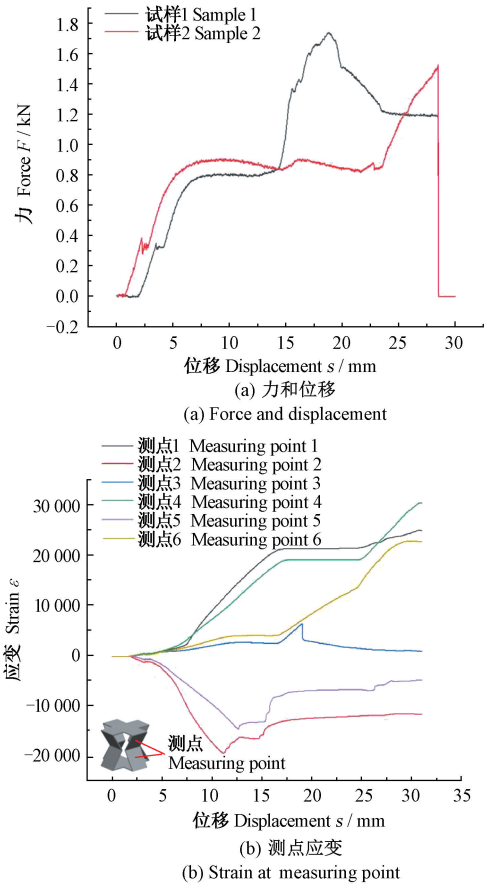



图 14　试验测定的力和应变

Fig. 14　Force and strain measured in the test

图 14(b)给出了压缩试验中采集的测点位置应变。由图 14(b)可见，6 个测点中，测点 1~4 的应变数据为正值，测点 5、6 的应变数据为负值。并且，测点 1、2 的数据变化趋势可分为 4 个阶段。第 1 阶段，缓慢增长阶段。位移为 0~7 mm 时，应变随着位移增加缓慢增长。第 2 阶段，线性快速增长阶段。当位移为 7~15 mm 时，随着位移增加，应变快速增长。第 3 阶段，为平台阶段，此时位移为 15~25 mm，应变基本保

持不变。第 4 阶段,为第 2 快速增长阶段,从 25 mm 开始直到加载结束,应变增加到最大并保持不变。测点 5、6 的数据变化趋势是先增大后减小,平台期不明显。

应变的变化趋势与反力和位移的变化趋势基本一致。反力出现两个线性增长阶段,两个平台阶段。从胞元结构内凹处将胞元分为上、下两个部分,两个线性增长阶段是结构上、下两个部分分别发生弹塑性变形引起的。在两个平台阶段应变保持不变,说明结构内部应力到达一个峰值,并一直保持不变。应力的产生使得结构产生形变,从而表现出位移增加。此时材料进入屈服阶段,因为内凹处受到外力作用,在峰值应力作用下,结构 4 个侧壁向内部收缩移动,使得位移一直增加,出现平台区。第二增长区的出现,使结构 4 个侧壁互相接触后,产生反力。因此,如果结构继续变形,需要继续增加外力。

压缩试验过程中发现 C-C 表现出逐层收缩行为。应变分析发现,C-C 应变出现正负差异。正应变主要是因为结构上部侧壁受到外力作用时主要承受压应变。而负应变是因为结构下部侧壁结构受到外力作用时主要承受压应变。

C-C 压缩试验表现出的负泊松比和逐层变形与结构特性息息相关。首先,CHS 是典型的负泊松比结构,受外力作用时就会出现受压收缩现象,表现出大变形特性。其次,将 CHS 胞元交叉设计得到空间结构 C-C,保留了负泊松比效应,而且使得结构在空间上更加对称,受力时变形更加对称稳定。同时四周内凹的设计使得结构上、下两部分变形有顺序性,即下部先变形、上部后变形,整体表现出逐层压缩变形特性。最后,四周内凹的设计为结构提供了受力变形空间。压缩时材料可以向内部流动聚集,而且聚集的材料使得结构受压过程得到一次强化,提高了反力。这样的强化为结构吸能提供了二次吸能机会。作为吸能结构,C-C 的逐层变形特性为其在防撞装置上的应用提供了很多可能。

### 3.2 受力分析

本文建立的静态载荷模型如下:假设结构胞元受到均布荷载 $F$,胞元底边采用固定约束 $u(x,y,z)=0$,结构在荷载下发生的变形如图 15 所示。图 15 中实线代表胞元结构受力前的形状,虚线代表结构受力后的形状。假设撞击前后结构壁为刚体,不发生长度变化,只发生弯曲变化和角度改变,结构顶角由原来的 $\varphi$ 变为 $\varphi_1$,高度由原来的 $h$ 变为 $h_1$,其他条件不发生改变。由于 C-C 为轴对称结构,只取 1/4 部分进行分析。将结构节点分别命名为节点 1、节点 2 和节点 3。

受压前,结构内部保持力系平衡状态,能量处于稳定状态。受到荷载后结构平衡遭到破坏,内部开始出现力的变化。节点各力的方向和大小命名如图 16 所示,假定 2 点对 1 点的力矩为 $M_{21}$, 2 点对 3 点的力矩为 $M_{23}$。根据力的平衡条件,可以建立各节点平衡方程。

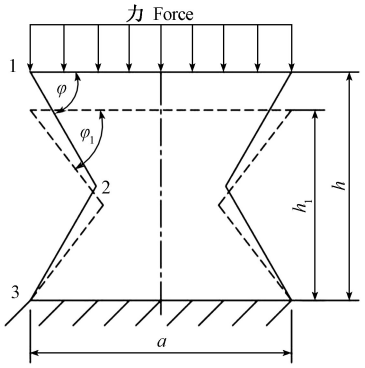



图 15 内凹蜂窝结构荷载变形

Fig. 15 Deformation of the CHS under load

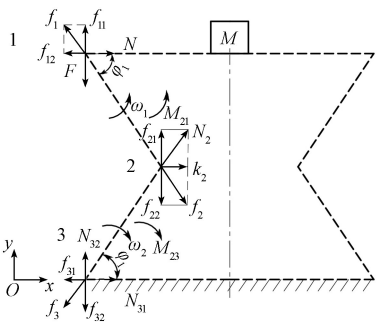



图 16 内凹蜂窝结构节点受力

Fig. 16 Force of joints of the CHS

节点 1 受力为

$$f_{ii}=F,i=1,j=2,k=3 \tag{1}$$

$$f_{ij}=N_i \tag{2}$$

$$f_{ii}=f_i\cos\varphi \tag{3}$$

$$f_{ij}=f_i\sin\varphi \tag{4}$$

节点 2 受力为

$$f_i=f_j,i=1,j=2,k=3 \tag{5}$$

$$f_j\sin\varphi=N_j\sin\varphi \tag{6}$$

$$k_j=f_j\cos\varphi+N_j\cos\varphi \tag{7}$$

$$M_{ji}=k_j\frac{h_1}{2} \tag{8}$$

节点 3 受力为

$$f_{ki}=N_{ki}=f_k\cos\varphi \tag{9}$$

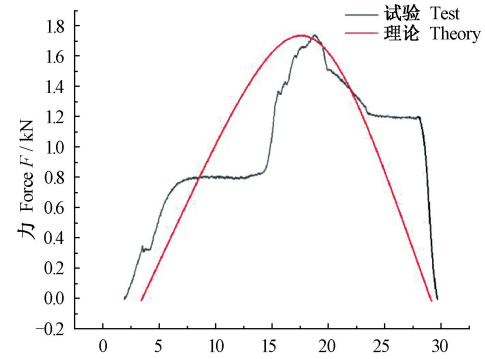
$$f_{kj}=N_{kj}=f_k\sin\varphi \tag{10}$$

$$M_{jk}=k_j\frac{h_1}{2} \tag{11}$$

式中,$f_{11}$ 为 $f_1$ 为沿 $y$ 方向力的分量;$f_{12}$ 为 $f_1$ 沿 $x$ 方向力的分量;$F$ 为碰撞后结构受到的外力;$N_1$ 为节点 1 沿杆方向的轴向力;$f_1$ 为杆 1-2 节点 1 受到的轴向力;

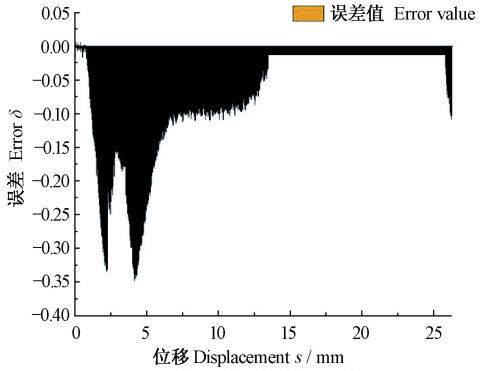
$f_2$ 为杆 1-2 节点 2 受到的轴向力；$N_2$ 为节点 2 沿杆 2-3 方向的轴向力；$k_2$ 为节点 2 受到的合力；$M_{21}$ 为节点 2 对节点 1 的弯矩；$f_{31}$ 为 $f_3$ 沿 $x$ 方向力的分量；$f_{32}$ 为 $f_3$ 沿 $y$ 方向力的分量；$f_3$ 为杆 1-2 节点 3 受到的轴向力；$N_{31}$ 为节点 3 沿杆方向的轴向力；$N_{32}$ 为节点 3 垂直杆方向的力；$M_{23}$ 为节点 2 对节点 3 的弯矩。

式(9)、式(10)给出了外载荷作用下的反力计算式，根据静力学分析，将结构变形过程角度逐一代入式中，可以计算出理论上的反力和位移关系。对比试验得到的反力与位移结果如图 17 所示。由图 17 可见，理论与试验结果存在一定误差，反力的最大误差小于 33%，但理论预测的大多数结果都小于 10%。这说明理论预测还是可靠的。试验测定过程中的干扰和应变片的误差等，使得个别试验数据误差过大，但是基本上能够和理论相一致。




(a) 反力理论与试验结果对比

(a) Counter-force comparison between theory and test




(b) 反力理论与试验结果误差

(b) Error between counter-force theory and test results

图 17　理论与试验结果对比

Fig. 17　Comparison of theoretical and experimental results

### 3.3　速度与加速度

为了说明结构在冲击物作用下的变形过程，分析过程中做出假定：①结构杆件都是刚体；②结构的基本力学性质只发生简单的轴向变形和转动，没有其他变形模式(弯曲、剪切)；③变形过程中二维蜂窝的泊松比和结构的弹性模量固定不变；④假设在施加外力时，将细胞壁视为梁，使用梁的转动惯量和转动轴角动量理论方法，能够推导出二维六角形蜂窝的变形特性方程。为了简化计算，理论计算过程采用二维平面结构进行动力学分析。为了满足进一步计算过程需要，设整体结构的厚度尺寸为 $l$，以便计算结构整体的质量、转动惯量、角动量和能量吸收。

建立冲击载荷模型，假设冲击物块的质量为 $M$，以速度 $v$ 撞击结构胞元，胞元底边采用固定约束 $u(x,y,z)=0$，结构物理过程如图 18 所示。图 18 中实线代表胞元结构撞击前形状，虚线代表结构撞击后的形状。由于撞击前后细胞壁为刚体，不发生长度变化，只发生弯曲变化和角度改变，胞元结构底角由原来的 $\varphi$ 变为 $\varphi_1$，角变形 $\Delta\varphi=\varphi-\varphi_1$。胞元结构高度由原来的 $h$ 变为 $h_1$，结构沿 $Y$ 方向的位移 $\Delta u=h-h_1$，其他条件不发生改变。为了便于分析，结构节点分别命名为节点 1、节点 2 和节点 3(由于对称关系，只分析结构左半部分，右半部分类似，不再赘述)。

冲击前，结构内部保持力系平衡状态，能量处于稳定状态。受到冲击后结构平衡遭到破坏，结构内部开始出现力的变化，同时能量稳定状态被打破，能量开始增加。结构在冲击载荷下发生位移变形，整体移动，但局部保持平衡状态，速度的分解如图 19 所示。假定 2 点对 1 点的力矩为 $M_{21}$，2 点对 3 点的力矩为 $M_{23}$。

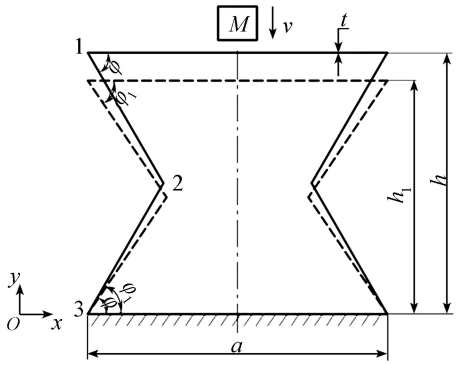



图 18　内凹蜂窝结构撞击变形

Fig. 18　Impact deformation of the CHS

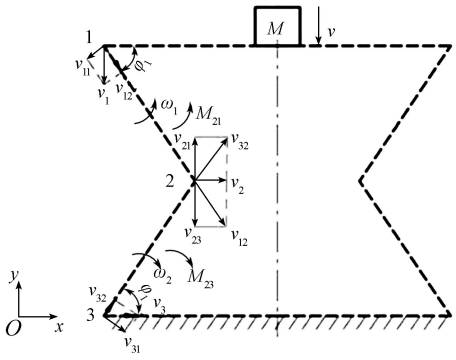



图 19　内凹蜂窝结构节点速度分解

Fig. 19　Node velocity decomposition of the CHS

#### 3.3.1　节点 1 速度

假设撞击后物块随胞元 1 杆一同下移，节点 1 的

速度为撞击后胞元顶部 1 杆获得的速度,方向竖直向下,大小为 $v_1$。$v_1$ 分别产生两个方向的速度趋势:一个是 $v_{11}$,垂直于杆方向;另外一个是 $v_{12}$,沿杆 1-2 方向。节点 1 速度的存在,使得胞元顶部 1 杆整体向下移动。根据简单梁理论,由于假设细胞壁为刚体,不发生伸缩和剪切变形,所以 1-2 杆会围绕节点 1 发生转动,产生角位移,设角速度为 $\omega_1$,角加速度为 $\beta_1$,角动量为 $L_1$,1-2 杆的转动惯量为 $I_{12}$。

$$\mathrm{d}\varphi \approx \Delta\varphi = \varphi - \varphi_1 \tag{12}$$

$$\omega_1 = \frac{\mathrm{d}\varphi}{\mathrm{d}t} \tag{13}$$

$$\beta_1 = \frac{\mathrm{d}\omega_1}{\mathrm{d}t} \tag{14}$$

$$L_1 = mr^2\omega_1 \tag{15}$$

$$I_{12} = \frac{1}{3}mr^2 \tag{16}$$

$$v_{11} = v_1\cos\varphi_1 \tag{17}$$

$$v_{12} = v_1\sin\varphi_1 \tag{18}$$

### 3.3.2 节点 2 速度

由于节点 1 的运动导致杆 1-2 转动和 2-3 杆转动,所以节点 2 受到来自 1-2 杆的速度 $v_{12}$ 和来自 2-3 杆的速度 $v_{32}$ 共同作用。由图 19 可知,节点 2 的速度 $v_2$ 方向沿水平方向向右,有运动趋势,这正好说明了负泊松比结构的压缩现象。根据简单梁理论,假设细胞壁杆为刚体,不发生伸缩和剪切变形,因此 2-3 杆会围绕节点 3 发生转动,产生角位移,设角速度为 $\omega_2$,角加速度为 $\beta_2$,角动量为 $L_2$,2-3 杆的转动惯量为 $I_{23}$。

$$v_{12} = v_{12} \tag{19}$$

$$v_{12}\sin\varphi_1 = v_{32}\sin\varphi_1 \tag{20}$$

$$v_2 = v_{12}\cos\varphi_1 + v_{32}\cos\varphi_1 \tag{21}$$

$$\mathrm{d}\varphi \approx \Delta\varphi = \varphi - \varphi_1 \tag{22}$$

$$\omega_2 = \frac{\mathrm{d}\varphi}{\mathrm{d}t} \tag{23}$$

$$\beta_2 = \frac{\mathrm{d}\omega_2}{\mathrm{d}t} \tag{24}$$

$$L_2 = mr^2\omega_2 \tag{25}$$

$$I_{23} = \frac{1}{3}mr^2 \tag{26}$$

### 3.3.3 节点 3 速度

节点 2 的速度导致杆 2-3 绕节点 3 转动。为了更好地说明解释杆 2-3 的转动问题,假设节点 3 的速度方向水平向右,大小为 $v_3$。$v_3$ 分别产生两个方向的速度趋势:一个是 $v_{31}$,垂直于杆方向;另外一个是 $v_{32}$,沿杆 2-3 方向,如图 19 所示。建立速度关系方程如下:

$$v_{31} = v_3\sin\varphi_1 \tag{27}$$

$$v_{32} = v_3\cos\varphi_1 \tag{28}$$

但是,建立模型时由于胞元底边采用固定约束 $u(x,y,z)=0$,所以 $v_3=0$。故 $v_{31}$ 和 $v_{32}$ 的速度都为 0。虽然 $v_{31}$ 和 $v_{32}$ 速度为 0,杆 2-3 仍然会绕节点 3 转动,这是因为节点 2 的速度使杆 2-3 发生转动。上述计算过程中,计算杆长 $r$ 和质量 $m$ 由下面等式给出,分别将杆长 $r$ 和质量 $m$ 代入式(15)、式(16)、式(25)、式(26),可得到杆 1-2 和杆 2-3 的角动量和转动惯量。

$$r = \frac{h_1}{2\sin\varphi_1} \tag{29}$$

$$m = \rho V = \rho ltr = \rho lt\frac{h_1}{2\sin\varphi_1} \tag{30}$$

式中,$\rho$ 为材料密度。

为进一步分析负泊松比组合结构的性能,对具有负泊松比胞元结构的 CHS 与负泊松比组合结构 C-C 进行比较。由图 20(a)可以看出,C-C 中的速度平均值为 0.033 8 m/s,较 CHS 的 0.140 9 m/s 降低了 76%,因此 C-C 能够把撞击块速度维持在较低的位置。不仅如此,CHS 在 15 ms 左右加速度稳定为 0,而 C-C 中的加速度在整个碰撞时间内均有波动。CHS 的速度变化平缓,且快速趋于稳定,但是速度减小时间过长。C-C 能够快速降低撞击块的速度、减缓速度的振动频率以及降低速度的平均值。C-C 不仅能够大幅度降低碰撞块的速度,还能延长防阻时间,明显提高结构性能。C-C 与单个内凹六边形结构相比具有“弹性”,能够使结构具有缓慢减速的效果,能够使撞击块能量缓慢释放,对结构保护更加有效。此外,对比图 20(a)、(b)可知,CHS 与 C-C 的加速度变化趋势与速度变化趋势一致,使得撞击块在碰撞过程中,保持缓慢减速状态。因此,C-C 的抗冲击性有较大的提升,可以更好保护结构。

## 3.4 能量变化

为了计算胞元结构的能量变化,假设整个结构为刚体,只发生绕节点的转动,不发生失稳屈曲等现象,结构形状变化过程中,内部能量守恒。计算力矩 $M^*$,力矩做功 $W$,转动动能为 $E_\mathrm{k}$,重力势能为 $E_\mathrm{p}$,具体计算式为

$$M^* = \sum_i F_i r_i \tag{31}$$

$$W = \int_{\varphi}^{\varphi_1} M^*\,\mathrm{d}\varphi \tag{32}$$

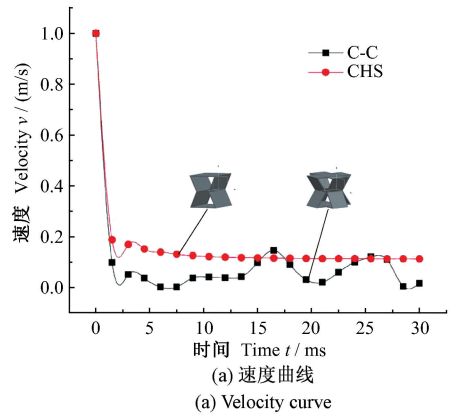
$$E_\mathrm{k} = \sum_i \frac{1}{2}m_i v_i^2 \tag{33}$$

$$E_\mathrm{p} = \sum_i m_i g H_i \tag{34}$$

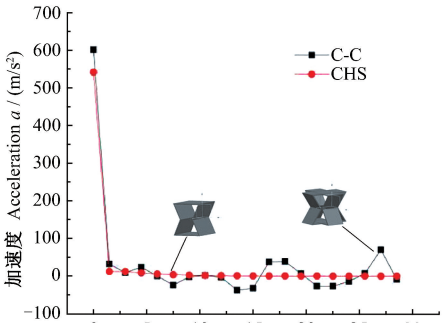
式中,$g$ 为重力加速度;$H_i$ 为高度位移。

根据刚体转动角动量定理得

$$M = I\beta \tag{35}$$




(a) 速度曲线
(a) Velocity curve




(b) 加速度曲线
(b) Acceleration curve

图 20　C-C 与 CHS 动力学性能对比

Fig. 20　Comparison of dynamics performance between C-C and CHS

根据刚体转动动能定理得

$$\sum W_{外} + \sum W_{内} = \Delta E_k \tag{36}$$

刚体定轴转动时，$\sum W_{内} = 0$，则

$$\sum W_{外} = \int_{\varphi}^{\varphi_1} M^* \mathrm{d}\varphi = \frac{1}{2} I_1 \omega_1^2 - \frac{1}{2} I_2 \omega_2^2 \tag{37}$$

图 21 给出了碰撞过程中理论速度和有限元模拟速度的结果对比。由图 21 可见，两者变化趋势基本一致。由图 22 可以看出，最大误差为 16%，但是整体误差都在 10%以下。这说明式(27)、式(28)计算速度的方法是可靠的。由于有限元计算次数的限制，得到的数据是离散的，加上计算时取值区间较大，导致有限元计算结果与理论结果存在一定差异，但是数据误差在能接受的范围之内，说明有限元模型也是合理准确的。

## 4　结论

本文基于传统六边形蜂窝结构、内凹六边形蜂窝结构，采用胞元结构空间交叉设计，提出了 5 种空间结构。为了探究以上 5 种结构的相关性能，分别对 5 种结构进行了静动力学分析。借助静力学压缩试验探究了准静态压缩下 CHS 的变形过程和压缩变形特性。利用矢量分析法给出了结构反力的计算式。从动力学角度采用有限元模拟了 C-C 的撞击变形过程，得到其

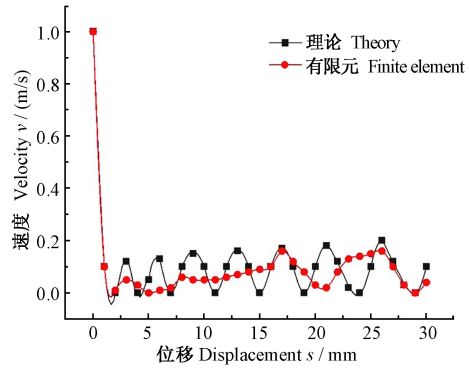



图 21　速度理论与有限元结果对比

Fig. 21　Comparison between the velocity theory and finite element results

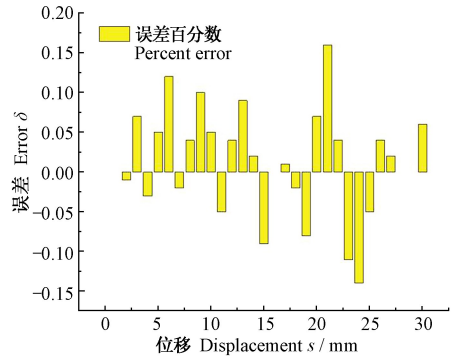



图 22　速度理论与有限元结果误差

Fig. 22　Error between the velocity theory and the finite element result

碰撞过程中的能量变化。同时，采用动态能量守恒法在理论上给出结构碰撞过程中速度和加速度的计算式。得出结论如下：

1)静力计算结果表明，第一类结构中 CHS 胞元本身变形吸收的能量已经远远大于 THS，其比吸能值是 THS 的 3.6 倍，第二类结构中 C-C 的比吸能分别是 T-C、T-T 的 3.5 倍和 15 倍。C-C 的特性明显优于另外两类结构。结合分析，不难发现，负泊松比结构相比于传统蜂窝结构，产生的位移更大，但是结构受到的应力却减小。并且这种现象在第二类结构中表现得更加明显。分析发现，C-C 的位移较 CHS 提高了 8%，但是最大应力却降低了 4%。

2)动力学仿真说明，C-C 能有效提高碰撞时的加速度平均值，能够有效降低撞击块速度；C-C 的负泊松比效应增强，能够在增加位移的同时减小应力。同时能够减小速度波动范围，提高结构的稳定性。

3)基于瞬时静态平衡过程，分析了内凹蜂窝结构的变形过程，建立了瞬态下的力变形计算模型。基于动量定理，结合静力分析，得到了速度和加速度计算方程。上述模型计算结果与试验数据基本一致，很好地预测了 C-C 的变形过程与破坏规律。

**参考文献(References)**

[1]　任　鑫，张相玉，谢亿民. 负泊松比材料和结构的研究进展[J].

力学学报,2019,51(3):656-687.
REN Xin, ZHANG XiangYu, XIE YiMin. Research progress in auxetic materials and structures[J]. Chinese Journal of Theoretical and Applied Mechanics, 2019,51(3):656-687 (In Chinese).

[2] LEE W, JEONG Y, YOO J, et al. Effect of auxetic structures on crash behavior of cylindrical tube [J]. Composite Structures, 2019, 208(1): 836-846.

[3] 于靖军,谢 岩,裴 旭. 负泊松比超材料研究进展[J]. 机械工程学报,2018,54(13):1-14.
YU JingJun, XIE Yan, PEI Xu. State-of-art of metamaterials with negative Poisson's ratio [J]. Chinese Journal of Mechanical Engineering,2018,54(13):1-14 (In Chinese).

[4] 高玉魁. 负泊松比超材料和结构[J]. 材料工程,2021,49(5):38-47.
GAO YuKui. Auxetic metamaterials and structures[J]. Journal of Materials Engineering, 2021,49(5):38-47 (In Chinese).

[5] 竺 清,张海军,韩 磊,等. 机械超材料研究进展[J]. 稀有金属材料与工程,2021,50(10):3786-3796.
ZHU Qing, ZHANG HaiJun, HAN Lei, et al. Research progress in mechanical metamaterials[J]. Rare Metal Materials and Engineering, 2021,50(10):3786-3796 (In Chinese).

[6] YANG D U, LEE S, HUANG F Y. Geometric effects on micropolar elastic honeycomb structure with negative Poisson's ratio using the finite element method[J]. Finite Elements in Analysis & Design, 2003, 39(3):187-205.

[7] 郭瑜超, 王立凯, 段世慧. 复杂多边形蜂窝结构等效弯曲刚度研究[J]. 机械强度,2017,39(1):122-129.
GUO YuChao, WANG LiKai, DUAN ShiHui. A study on equivalent flexural rigidity of complex polygonal honeycomb structure [J]. Journal of Mechanical Strength, 2017, 39 (1): 122-129 (In Chinese).

[8] 沈振峰, 张新春, 白江畔,等. 负泊松比内凹环形蜂窝结构的冲击响应特性研究[J]. 振动与冲击,2020,39(18):89-95.
SHEN ZhenFeng, ZHANG XinChun, BAI JiangPan, et al. Dynamic response characteristics of re-entrant circular honeycombs with negative Poisson's ratio[J]. Journal of Vibration and Shock,2020,39 (18):89-95 (In Chinese).

[9] 刘 宇,郝 琪,田钰楠,等. 负泊松比蜂窝结构胞元几何参数影响研究[J]. 机械强度,2021,43(6):1409-1416.
LIU Yu, HAO Qi, TIAN YuNan, et al. Study on the influence of geometric parameters of cellular structure with negative Poisson's ratio[J]. Journal of Mechanical Strength, 2021,43(6):1409-1416 (In Chinese).

[10] 魏路路, 余 强, 赵 轩,等. 内凹-反手性蜂窝结构的面内动态压溃性能研究[J]. 振动与冲击,2021, 40(4):261-269.
WEI LuLu, YU Qiang, ZHAO Xuan, et al. In-plane dynamic crushing characteristics of re-entrant anti-trichiral honeycomb [J]. Journal of Vibration and Shock, 2021, 40 (4): 261-269 (In Chinese).

[11] 李兆凯,马正东,李亦文,等. 新型点阵夹层防撞梁与负泊松比吸能盒复合总成开发与吸能性能[J]. 中国公路学报,2021,34(9):322-334.
LI ZhaoKai, MA ZhengDong, LI YiWen, et al. Development and energy-absorption performance of a novel composite assembly of a lattice sandwich anti-collision beam and crash box with negative Poisson's ratio[J]. China Journal of Highway and Transport, 2021, 34(9):322-334 (In Chinese).

[12] 姚永永,苏步云,肖革胜,等. 内凹负泊松比蜂窝结构的面内双轴冲击响应[J]. 高压物理学报,2021,35(2):72-79.
YAO YongYong, SU BuYun, XIAO GeSheng, et al. In-plane biaxial impact response of re-entrant auxetic honeycomb[J]. Chinese Journal of High Pressure Physics,2021,35(2):72-79(In Chinese).

[13] 王腾博,秦东晨,王婷婷, 等. 内凹工字形蜂窝结构的面内冲击性能[J]. 塑性工程学报,2022,29(8):183-192.
WANG TengBo, QIN DongChen, WANG TingTing, et al. In-plane impact performance of concave I-shaped honeycomb structure[J]. Journal of Plasticity Engineering, 2022, 29 (8): 183-192 (In Chinese).

[14] 邓先溥,班宝旺,郄彦辉. 新型 3D 负泊松比多孔材料胞元的弹性性能研究[J]. 机械科学与技术,2024,43(1):173-179.
DENG XianPu, BAN BaoWang, QIE YanHui. Study on elastic properties of novel 3D cellular materials with negative Poisson's ratio [J]. Mechanical Science and Technology for Aerospace Engineering, 2024,43(1):173-179 (In Chinese).

[15] 杨泽水,薛玉祥,刘爱荣. 三维负泊松比星形结构冲击动力学研究[J]. 工程力学,2022,39(增刊 1):356-363.
YANG ZeShui, XUE YuXiang, LIU AiRong. Study on the impactdynamics of three-dimensional starshaped structure with negative Poisson's ratio [J]. Engineering Mechanics, 2022, 39 (Suppl. 1):356-363 (In Chinese).

[16] WANG C Y, ZOU S C, ZHAO W Z. Multi-objective optimization of a novel crash box with a three-dimensional negative Poisson's ratio inner core[J]. Journal of Automobile Engineering, 2019, 233(2): 263-275.

[17] HW A, XZ B, YING L C. In-plane crushing behavior of density graded cross-circular honeycombs with zero Poisson's ratio [J]. Thin-Walled Structures, 2020(151):106767.

[18] LI Q Q, ZHAN L Y, MIAO X J, et al. Morning glory-inspired lattice structure with negative Poisson's ratio effect [J]. International Journal of Mechanical Sciences, 2022,232: 107643.

[19] WANG J, LUO X B, WANG K, et al. On impact behaviors of 3D concave structures with negative Poisson's ratio [J]. Composite Structures, 2022, 298:115999.