

基于HRR场的疲劳裂纹扩展模型研究*

RESEARCH ON FATIGUE CRACK GROWTH MODEL BASED ON HRR FIELD

刘俭辉** 徐建平***

(兰州理工大学 机电工程学院, 兰州 730050)

LIU JianHui XU JianPing

(School of Mechanical and Electronical Engineering, Lanzhou University of Technology, Lanzhou 730050, China)

摘要 针对实际工程中安全性与经济性的需求,基于Hutchinson-Rice-Rosengren(HRR)应力-应变场提出一种I型疲劳裂纹扩展速率预测模型。采用HRR应力-应变场描述裂纹尖端区域的应力应变分布状态,在考虑循环载荷及应变能密度理论的前提下,定义一个裂纹尖端损伤区域;同时,为消除裂纹尖端的应力奇异值问题,建立考虑裂纹尖端钝化效应的钝化半径计算方法;结合RICE的塑性叠加法与塑性应变能失效准则,发展一种I型疲劳裂纹扩展速率模型。利用所提LIUX(HRR)预测模型对9种金属材料裂纹扩展速率进行计算,与Pandey(HRR)与CHEN-CAI Rice-Kujawski-Ellyin(RKE)两种裂纹扩展预测模型计算结果进行对比分析。同时,基于 R^2 拟合效果及疲劳裂纹扩展三阶段的不同需求,给出三种预测模型的预测结果,并从安全性、精确性及经济性三方面给出相应的评分。最终结果表明,LIUX(HRR)预测模型适用范围更广,拟合效果更佳,能够更好地满足实际工程中的经济性与安全性的需求。

关键词 裂纹尖端 HRR应力-应变场 塑性应变能失效准则

中图分类号 O346.2 TB31

Abstract Aiming at the safety and economic requirements in practical engineering, a type I fatigue crack propagation rate prediction model was proposed based on the Hutchinson-Rice-Rosengren(HRR) stress-strain field. The stress-strain distribution state of the crack tip region was described by the HRR stress-strain field, and a crack tip damage area was defined under the premise of considering the cyclic load and strain energy density theory. At the same time, in order to eliminate the problem of stress singularity value of the crack tip, a passivation radius calculation method considering the passivation effect of crack tip was established. Combining RICE's plastic superposition method with plastic strain energy failure criterion, a type I fatigue crack propagation rate model was developed. The crack propagation rates of nine metallic materials were calculated using the proposed LIUX(HRR) prediction model, and the calculation results of the two crack propagation prediction models of Pandey (HRR) and CHEN-CAI Rice-Kujawski-Ellyin (RKE) were compared. At the same time, based on the different requirements of R^2 fitting effect and fatigue crack propagation in the three stages, the scoring results of three prediction models were given, and corresponding scores were given from three aspects, safety, accuracy and economy. The final results show that the LIUX(HRR) prediction model in this paper has a wider scope of application, better fitting effect, and can better meet the needs of economy and safety in practical engineering.

Key words Crack tip; HRR stress-strain field; Plastic strain energy failure criteria

Corresponding author: LIU JianHui, E-mail: liujh@lut.edu.cn

The project supported by the National Natural Science Foundation of China (No. 51605212), and the Gansu Provincial Science and Technology Plan Project (No. 20JR10RA161).

Manuscript received 20221227, in revised form 20230221.

0 引言

金属材料因疲劳而断裂的事故时有发生,导致重大人员和财产损失。断裂作为材料的主要的失效形式,引起了众多学者的广泛研究^[1]。在经典断裂力学

中,给出了无限大板中裂纹尖端附近任意一点处的正应力和剪应力的线弹性解答。当 $r \rightarrow 0$ 时,应力值以 $r^{-1/2}$ 的阶次趋于无穷大,从而裂纹尖端发生屈服。

目前,针对裂纹尖端应力应变场的分析,主要可以分为以下两类: Rice-Kujawski-Ellyin (RKE)场和

*20221227收到初稿, 20230221收到修改稿。国家自然科学基金项目(51605212), 甘肃省科技计划项目(20JR10RA161)资助。

**刘俭辉(通信作者),男,1985年生,河南商丘人,汉族,兰州理工大学副教授,博士,硕士研究生导师,主要研究方向为机械强度理论。

***徐建平,男,1998年生,山东青岛人,汉族,兰州理工大学硕士研究生,主要研究方向为金属材料的疲劳裂纹扩展。

Hutchinson-Rice-Rosengren (HRR) 场。基于裂纹尖端 HRR 场的弹塑性应力应变关系, GLINKA G^{[2]66} 认为造成疲劳裂纹扩展的根本原因是在裂纹尖端处存在一段微小的高应变区域 X^* , 并且连续裂纹在该区域内不断地萌生与扩展。此外, 考虑到裂纹的闭合效应, 提出了使用位于裂纹尖端区的有效接触区 g 分析与处理其对疲劳裂纹扩展速率的影响。该模型对于近门槛应力值与稳定扩展阶段的疲劳裂纹扩展速率的预估效果较好。同时, 基于平面应力分析, GLINKA G 等^[3] 发现了裂纹闭合影响因子 U 与 g 的函数关系。基于耗散塑性应变能的疲劳失效准则及 HRR 平面应力解, KUJAWSKI D 等^[4] 在综合考虑了循环载荷、疲劳特性与长度参数等因素的影响后, 提出了在裂纹尖端范围内定义一个损伤区域, 该区域主要针对裂纹扩展的第一和第二阶段进行预测。同样, 对于 RKE 应力应变场, ELLYIN F^[5] 导出了相应的裂纹扩展速率预测方程。基于能量耗散准则, PANDEY K N 等^[6] 771-774 假定裂纹尖端的能量耗散达到临界值时, 疲劳裂纹开始扩展, 开发了在恒定载荷幅下的疲劳裂纹扩展 (Fatigue Crack Growth, FCG) 模型。SKELTON R P 等^[7] 认为当能量密度累计达到材料的临界值时, 裂纹尖端的工艺区将发生失效, 并且导出了线弹性断裂力学/弹塑性断裂力学裂纹扩展的函数关系式。基于局部损伤累计理论, LI D M 等^[8] 397-400 通过在 Rice-Kujawski-Ellyin (RKE) 模型中引入了裂纹尖端的钝化半径, 改进了上述模型中通过疲劳裂纹扩展速率试验标定获取材料裂纹扩展区尺寸的方式。此外, 该模型对于预测局部平均应力效应十分有效。CHEN L 等^[9] 基于 RKE 场, 引入裂纹尖端钝化半径用以消除裂纹尖端奇异值问题, 提出了预测 I 型疲劳裂纹扩展的模型。

借助于裂纹尖端前的应力-应变场, 并使用合适的失效准则, 可以描述裂纹扩展规律。已有的失效准则主要包括临界应力、裂纹前的塑性/总应变^[10]、裂纹尖端张开程度、裂纹前损伤累积和能量准则^[11]。

在疲劳裂纹的扩展过程中, 以能量的变化对裂纹扩展行为做出评估, 使得参量具有更加明确的物理意义及较为清晰的解释。对于疲劳裂纹扩展的预测效果而言, 基于能量标准比其他标准更合适^[12]。

本文借助裂纹尖端区域弹塑性应力-应变场的定量描述, 基于 HRR 应力-应变场与塑性应变能失效准则, 开发了一种用于 I 型疲劳裂纹扩展速率的预测模型。考虑到 HRR 场应力、应变等参量, 定义一种新的裂纹尖端损伤区域, 目的是在循环载荷作用下, 提出一种更加符合 HRR 场的描述方式; 同时为了消除裂纹尖端应力场存在奇异值的问题, 定义了裂纹尖端钝化半径, 从而提高模型预测精度, 降低模型对材料敏感

性的依赖程度。为验证模型的正确性与有效性, 使用 9 种材料试验数据进行预测对比。

1 裂纹尖端场基础理论

分析疲劳裂纹尖端扩展问题, 通常需要材料循环应力-应变关系以及应变-疲劳寿命关系。准静态加载时材料应力-应变关系可以由 Ramberg-Osgood 弹塑性应力-应变给出^[13], 即

$$\varepsilon = \frac{\sigma}{E} + \left(\frac{\sigma}{K}\right)^n \quad (1)$$

式中, E 为弹性模量; K 为材料强度系数, 具有应力量纲, MPa; n 为应变硬化指数, 为无量纲量。材料循环应力-应变响应曲线^[14-16]可以表述为

$$\varepsilon_a = \frac{\sigma_a}{E} + \left(\frac{\sigma_a}{K'}\right)^{n'} \quad (2)$$

式中, K' 为循环强度系数, 具有应力量纲, MPa; n' 为循环应变硬化指数, 为无量纲量。根据 Massing 几何相似性假设, 可以得到材料滞回环方程为

$$\Delta\varepsilon = \frac{\Delta\sigma}{E} + 2\left(\frac{\Delta\sigma}{2K'}\right)^{n'} \quad (3)$$

加载过程中总应变由弹性应变与塑性应变之和组成, 由 Manson-Coffin 低周应变疲劳寿命公式可以得到应变与寿命之间的关系式为

$$\frac{\Delta\varepsilon}{2} = \frac{\sigma'_f}{E} (2N)^b + \varepsilon'_f (2N)^c \quad (4)$$

式中, σ'_f 为疲劳强度系数; ε'_f 为疲劳延性系数; b 为疲劳强度指数; c 为疲劳延性指数。

HUTCHINSON J W 等^[17-18] 通过 J_2 塑性应变能理论将塑性应变与拉伸应力成简单的正比关系推广, 获得了裂纹尖端应力应变场分布解, 即

$$\sigma = R_e \left(\frac{K^2}{\alpha I R_e^2 r}\right)^{n/(n+1)} \tilde{\sigma}_\theta \quad (5)$$

$$\varepsilon = \frac{R_e}{E} \left(\frac{K^2}{\alpha I R_e^2 r}\right)^{n/(n+1)} (\tilde{\sigma}_\theta - \nu \tilde{\sigma}_r) + \frac{R_e}{E} \alpha \left(\frac{K^2}{\alpha I R_e^2 r}\right)^{1/(n+1)} (\tilde{\sigma}_\theta - 0.5 \tilde{\sigma}_r) \quad (6)$$

式中, ν 为泊松比; α 为材料常数; $\tilde{\sigma}_\theta$ 、 $\tilde{\sigma}_r$ 和 I 为 HRR 场中无量纲参数。

基于材料塑性分析, RICE J R^[19] 提出了塑性叠加法, 给出了在裂纹尖端处描述循环载荷下的应力-应变场。因此, 可以将式 (5) 与式 (6) 通过塑性叠加法变换, 得到循环载荷作用的应力-应变场:

$$\begin{cases} \Delta\sigma = 2R_e \left(\frac{\Delta K^2}{4\alpha I R_e^2 r}\right)^{n'/(n'+1)} \tilde{\sigma}_\theta \\ \Delta\varepsilon = 2\frac{R_e}{E} \left(\frac{\Delta K^2}{4\alpha I R_e^2 r}\right)^{n'/(n'+1)} (\tilde{\sigma}_\theta - \nu \tilde{\sigma}_r) + 2\frac{R_e}{E} \alpha \left(\frac{\Delta K^2}{4\alpha I R_e^2 r}\right)^{1/(n'+1)} (\tilde{\sigma}_\theta - 0.5 \tilde{\sigma}_r) \end{cases} \quad (7)$$

式中, α_c 为材料常数, 其计算式为

$$\alpha_c = \frac{2E}{(2K_c)^{1/n'} (2R_e)^{1-1/n'}} \quad (8)$$

为了使得应力应变幅数值求解具有可实行性, HRR 场中无量纲参数的数值拟合表达式^[20]为

$$\tilde{\sigma}_\theta = -0.56168e^{-0.99531/n'} - 0.03151e^{-0.16508/n'} + 1.15310 \quad (9)$$

$$\tilde{\sigma}_r = 0.44386e^{-0.45292/n'} + 0.09435e^{-0.08423/n'} + 0.58278 \quad (10)$$

$$I = 0.69424e^{-0.06251/n'} + 2.18980e^{-0.36520/n'} + 2.54772 \quad (11)$$

2 考虑循环载荷与奇异性的裂纹扩展速率模型

由于裂纹尖端附近的反向塑性屈服, 致使疲劳裂纹发生扩展, 所以, 裂纹尖端附近应变等参量, 可以用于疲劳裂纹扩展。同时, 裂纹可以通过解理进行扩展, 故应力也可用于疲劳裂纹扩展。裂纹尖端的应力与应变在理论上是具有奇异性的, 很难进行准确的分析计算。然而, 可以通过裂纹尖端钝化理论将其奇异性问题得到有效的解决。此外, 反向塑性区中的应力和应变梯度可能遵循 HRR 模型, 可以使用循环应力-应变和应变-寿命特征, 加以计算裂纹尖端前各点的疲劳累积损伤。

为使得后续计算具有理论上的可行性, 现根据 HRR 应力应变场做出以下假设^{[2]61}:

1) 假设裂纹尖端的局部应变和应力可使用 HRR 模型计算, 并且循环和疲劳材料性能稳定。

2) 假设 r^* 对于给定材料为常数, 裂纹扩展可被视为在距离裂纹尖端 r^* 处连续裂纹萌生的累积, 其中 r^* 为除去裂纹尖端钝化半径的裂纹尖端循环塑性区尺寸。

3) 在距离 r^* 处的材料失效所需的循环次数 N^* 可根据 Manson-Coffin 的应变-寿命关系计算。

4) 疲劳裂纹扩展率可计算为一个比率, $da/dN = r^*/N^*$ 。

在循环载荷作用下, 裂纹尖端由于应力集中产生的高应力导致材料塑性屈服, 因此裂纹尖端附近材料可分为弹性区和塑性区。在裂纹尖端循环塑性区内, 塑性应变幅远大于弹性应变幅, 因此在计算时可以适当地忽略弹性应变幅部分, 同时借助 HRR 应力场描述裂纹尖端塑性应力、应变幅:

$$\begin{cases} \Delta\sigma = 2R_e \left(\frac{\Delta K^2}{4\alpha_c IR_e^2 r} \right)^{n'/(n'+1)} \tilde{\sigma}_\theta \\ \Delta\varepsilon_p = 2 \frac{R_e}{E} \alpha_c \left(\frac{\Delta K^2}{4\alpha_c IR_e^2 r} \right)^{1/(n'+1)} (\tilde{\sigma}_\theta - 0.5\tilde{\sigma}_r) \end{cases} \quad (12)$$

由式(12)可以看出, 材料参数居多, 并且大多为常数。为简化表达形式及便于后续计算的开展, 现做

以下处理:

$$\begin{cases} C_1 = 2\sigma_y \tilde{\sigma}_\theta \\ C_2 = 4\alpha_c IR_e^2 \\ C_3 = \frac{n'}{n'+1} \\ C_4 = 2 \frac{R_e}{E} \alpha_c (\tilde{\sigma}_\theta - 0.5\tilde{\sigma}_r) \\ C_5 = \frac{1}{n'+1} \\ C_6 = C_1 C_4 \\ C_7 = C_3 + C_5 = 1 \end{cases} \quad (13)$$

式中, $C_1 \sim C_7$ 为材料常数。

经过上述处理裂纹尖端塑性应力-应变场可以表述为

$$\begin{cases} \Delta\sigma = C_1 \left(\frac{\Delta K^2}{C_2 r} \right)^{C_3} \\ \Delta\varepsilon_p = C_4 \left(\frac{\Delta K^2}{C_2 r} \right)^{C_5} \end{cases} \quad (14)$$

由式(14)及塑性应变能理论, 可得在循环断裂过程中, 材料在距离裂纹尖端 r 处的塑性应变能为

$$\Delta\sigma \Delta\varepsilon_p = C_6 \frac{\Delta K^2}{C_2 r} \quad (15)$$

基于循环载荷作用下的 HRR 应力场分布, 本文定义一种新的裂纹尖端塑性区循环尺寸 r_c (图 1):

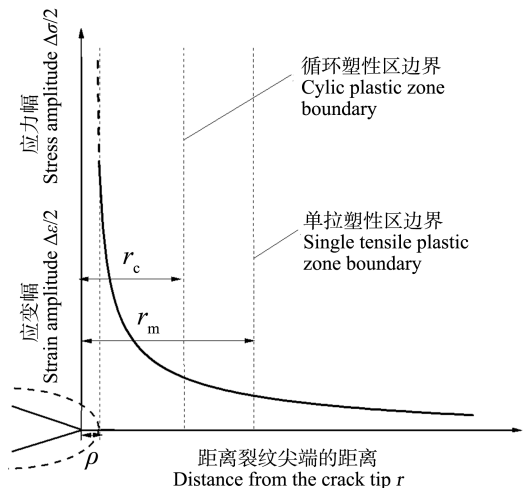
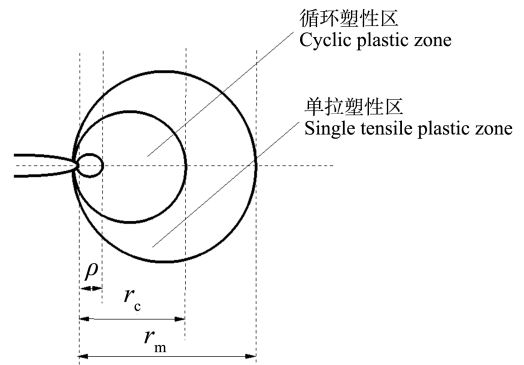


图 1 裂纹尖端循环应力-应变场

Fig. 1 Cyclic stress-strain field at the crack tip

$$r_c = \frac{1}{4\alpha_c I} \left(\frac{\Delta K}{R_e} \right)^2 \quad (16)$$

则式(15)可表示为

$$\Delta\sigma\Delta\varepsilon_p = C_6 \frac{r_c}{r} \quad (17)$$

为便于计算,令

$$C_8 = \frac{C_6}{C_2} \quad (18)$$

则塑性应变能为

$$\Delta\sigma\Delta\varepsilon_p = C_8 \frac{\Delta K^2}{r} \quad (19)$$

式(19)表明,当距裂纹尖端无限小时,即 $r \rightarrow 0$ 时,应力值会出现趋近于无穷大的现象,致使应变能密度趋于无穷大,即

$$\lim_{r \rightarrow 0} \Delta\sigma\Delta\varepsilon_p \rightarrow \infty \quad (20)$$

由于裂纹尖端的较大的应力集中,裂纹尖端区域必然会存在一个材料屈服区。因此,引入一个临界裂纹钝化半径 ρ_c ,与裂纹扩展门槛值 ΔK_{th} 相关,可以看成一种材料常数。当距离裂纹尖端的长度低于该半径时,疲劳裂纹将不会扩展。因此,式(19)可改写为

$$\Delta\sigma\Delta\varepsilon_p = C_8 \frac{\Delta K^2}{r + \rho_c} \quad (21)$$

因此,每个循环的裂纹扩展速率 da/dN 可计算为

$$\frac{da}{dN} = \frac{r^*}{\Delta N} = \frac{r_c - \rho_c}{\Delta N} \quad (22)$$

其中, r_c 、 r^* 与 ρ_c 的关系为

$$r^* = r_c - \rho_c \quad (23)$$

当应力强度因子幅 ΔK 在门槛值 ΔK_{th} 以下时,疲劳裂纹不会进行扩展。随着应力强度因子幅 ΔK 的不断升高,当 $\Delta K \rightarrow \Delta K_{th}$ 时,疲劳裂纹扩展速率逐渐趋向于0,即

$$\lim_{\Delta K \rightarrow \Delta K_{th}} \frac{da}{dN} \rightarrow 0^- \quad (24)$$

因此,由式(22)与式(24)可得

$$\rho_c = \frac{1}{4\alpha_c I} \left(\frac{\Delta K_{th}}{\sigma_y} \right)^2 \quad (25)$$

将式(25)代入式(23),可得

$$r^* = \frac{1}{4\alpha_c I} \frac{\Delta K^2 - \Delta K_{th}^2}{R_e^2} \quad (26)$$

考虑到裂纹尖端钝化现象,引入钝化半径后塑性应变能为

$$\Delta\sigma\Delta\varepsilon_p = C_6 \frac{r_c}{r + \rho_c} \quad (27)$$

将式(27)在裂纹尖端循环塑性区内积分:

$$\int_0^{r_c - \rho_c} \Delta\sigma\Delta\varepsilon_p dr = C_6 r_c \ln \frac{r_c}{\rho_c} \quad (28)$$

忽略裂纹尖端循环塑性区内的弹性应变幅,由式(4)可得此时的塑性应变幅与循环次数的关系为

$$\frac{\Delta\varepsilon_p}{2} = \varepsilon'_f (2N^*)^c \quad (29)$$

裂纹前端的疲劳阻力受裂纹尖端局部应力幅和应变幅的控制,可以假定裂纹尖端循环塑性区内疲劳失效。此外,由Manson-Coffin低周疲劳寿命经验公式^[21]可得

$$\Delta\sigma = 2\sigma'_f (2N^*)^b \quad (30)$$

由式(29)和式(30)可得裂纹尖端循环塑性区内塑性应变能为

$$\Delta\varepsilon_p \Delta\sigma (r_c - \rho_c) = 4\varepsilon'_f \sigma'_f (2N^*)^{b+c} (r_c - \rho_c) \quad (31)$$

联立式(28)和式(31),可得裂纹尖端的失效循环数为

$$N^* = \frac{1}{2} \left(\frac{C_6}{4\varepsilon'_f \sigma'_f} \frac{r}{r_c - \rho_c} \ln \frac{r_c}{\rho_c} \right)^{\frac{1}{b+c}} \quad (32)$$

因此,由假设4)可得,式(33)即为I型疲劳裂纹扩展速率公式,并命名为LIUX疲劳裂纹扩展预测曲线:

$$\frac{da}{dN} = \frac{r^*}{N^*} \quad (33)$$

式中, N^* 为距离钝化后的裂纹尖端 r^* 处的材料失效所需的循环次数。

3 模型验证与对比

为验证本文所提模型的正确性及预测效果的优劣程度,现采用9种材料(10Ni钢、2024-T351铝、2219-T851铝、4340钢、7075-T6铝、8630钢、A5333-B1钢、E36钢及SAE-1020钢)裂纹扩展试验数据进行验证,材料属性如表1、表2所示。对比模型采用Pandey(HRR)模型与CHEN-CAI(RKE)模型,具体结果如图2所示。

由图2可以看出,本文提出的LIUX(HRR)曲线在裂纹扩展的3个阶段有着不同的表现。在近门槛值附近,预测安全性有着一定保障的前提下,还有着良好的经济性。在此阶段,通常与Pandey(HRR)的偏于危险相比,表现出更为安全的优良性能;与CHEN-CAI(HRR)的保守性相比,表现出更良好的经济性。在稳定扩展阶段,3种预测模型精度相似,LIUX(HRR)比其余两种模型略胜一筹。在失稳快速扩展到瞬间,CHEN-CAI(HRR)预测模型的安全性最高,LIUX(HRR)的安全性次之,Pandey(HRR)预测较危险情况较多。从安全性能角度出发,CHEN-CAI(HRR)在该阶段最好,本文所提模型次之。但从对疲劳寿命贡献角度分析,最后阶段对寿命的影响程度不大,LIUX(HRR)的预测效果是可以接受的。综上所述,考虑到3种模型于9种不同的材料中,在3种不同的裂纹扩展阶段,LIUX(HRR)预测模型拥有不错的预测能力。

表 1 材料基本力学性能
Tab. 1 Basic mechanical properties of materials

材料 Material	屈服强度 Yield strength R_e /MPa	弹性模量 Elasticity modulus E /GPa	应力强度因子范围门槛值 Threshold stress intensity range $\Delta K_{th}/(\text{MPa} \cdot \text{m}^{1/2})$
10Ni 钢 ^{[6] 775} 10Ni steel	1106	207	5.00
2024-T351 铝 ^{[22] 1290} 2024-T351 aluminum	404	70	2.68
2219-T851 铝 ^{[2] 63} 2219-T851 aluminum	334	71	2.70
4340 钢 ^{[22] 1290} 4340 steel	889	200	4.56
7075-T6 铝 ^{[22] 1290} 7075-T6 aluminum	469	71	1.98
8630 钢 ^{[6] 775} 8630 steel	661	207	10.0
A5333-B1 钢 ^{[8] 402} A5333-B1 steel	345	200	7.70
E36 钢 ^{[23] 462} E36 steel	350	206	5.00
SAE-1020 钢 ^{[24] 1374} SAE-1020 steel	270	205	11.60

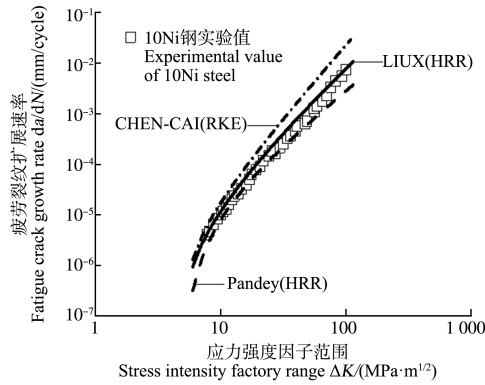
表 2 材料疲劳性能
Tab. 2 Fatigue properties of materials

材料 Material	疲劳强度系数 Fatigue strength coefficient σ_f /MPa	疲劳延性系数 Fatigue ductility coefficient ε_f /MPa	疲劳强度指数 Fatigue strength exponent b	疲劳延性指数 Fatigue ductility exponent c	循环硬化应变 指数 Cyclic strain hardening exponent n'	循环应变强度系数 Cyclic strain strength coefficient K'_c /MPa
10Ni 钢 ^{[6] 775} 10Ni steel	2 019	0.54	-0.080 0	-0.645	0.109	2 177
2024-T351 铝 ^{[22] 1290} 2024-T351 aluminum	738	0.30	-0.081 0	-0.600	0.100	751
2219-T851 铝 ^{[2] 63} 2219-T851 aluminum	613	0.35	-0.075 6	-0.550	0.121	710
4340 钢 ^{[22] 1290} 4340 steel	1879	0.64	-0.089 5	-0.636	0.123	1 910
7075-T6 铝 ^{[22] 1290} 7075-T6 aluminum	781	0.19	-0.045 0	-0.520	0.088	781
8630 钢 ^{[6] 775} 8630 steel	1 936	0.42	-0.121 0	-0.693	0.195	2 267
A5333-B1 钢 ^{[8] 402} A5333-B1 steel	869	0.32	-0.085 0	-0.636	0.163	1 047
E36 钢 ^{[23] 462} E36 steel	1 194	0.60	-0.124 0	-0.570	0.210	1 255
SAE-1020 钢 ^{[24] 1374} SAE-1020 steel	815	0.25	-0.114 0	-0.540	0.180	941

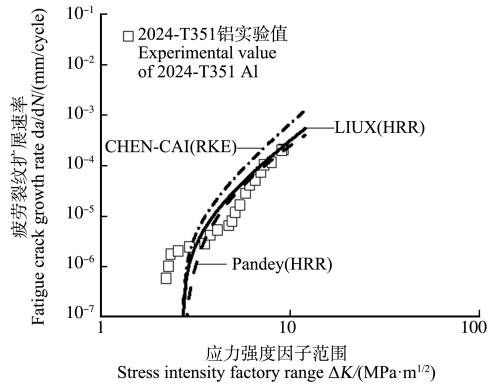
下面对预测中各种误差进行解释。首先,对疲劳裂纹扩展数据的采集,难免会引入机器误差与人为误差。但是,除了机器数据本身采集的固有误差之外,人为误差可以经多次重复操作进行降低,并且这两类

误差也不是很大,大多数情况下是可以忽略不计的。

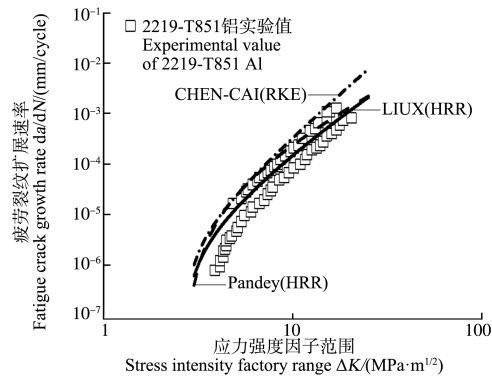
其次,出现 3 种模型在近门槛值附近预测效果较实际情况偏小的现象,是因为在预测过程中,忽略掉了弹性应变幅部分,最终导致预测的裂纹扩展速率偏



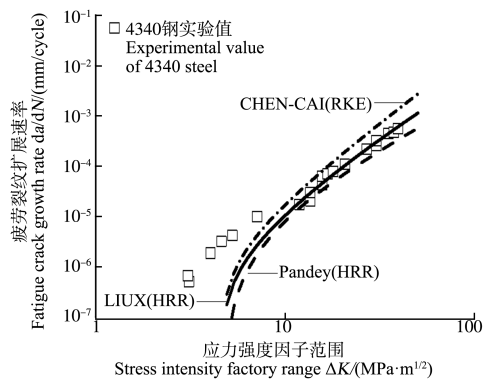
(a) 10Ni 钢
(a) 10Ni steel



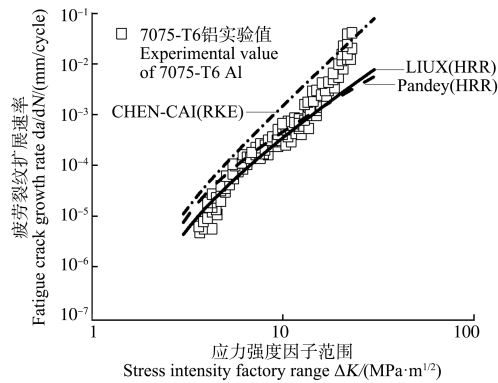
(b) 2024-T351 铝
(b) 2024-T351 aluminum



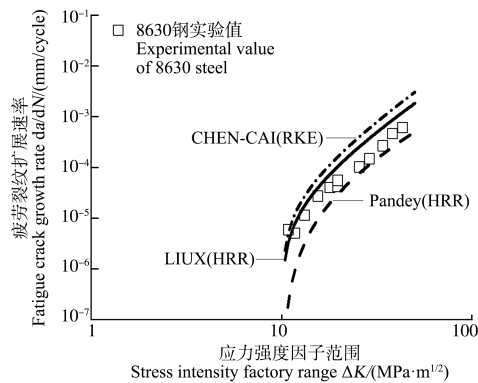
(c) 2219-T851 铝
(c) 2219-T851 aluminum



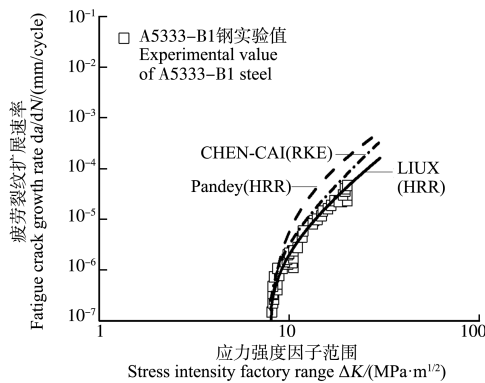
(d) 4340 钢
(d) 4340 steel



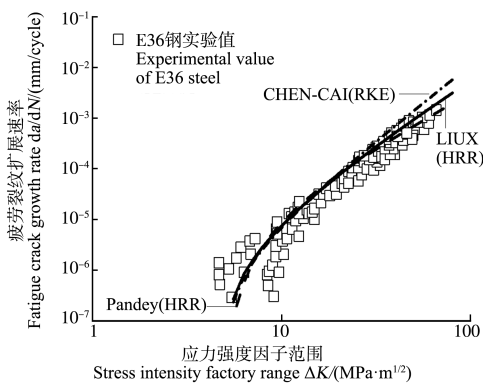
(e) 7075-T6 铝
(e) 7075-T6 aluminum



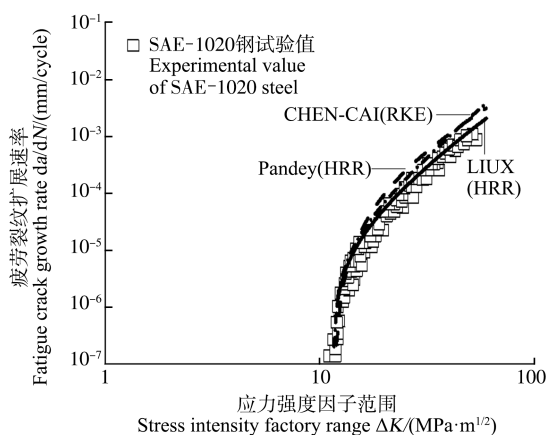
(f) 8630 钢
(f) 8630 steel



(g) A5333-B1 钢
(g) A5333-B1 steel



(h) E36 钢
(h) E36 steel



(i) SAE-1020 钢

(i) SAE-1020 steel

图 2 9 种金属材料的疲劳裂纹扩展速率

Fig. 2 Fatigue crack growth rate of nine metal materials

低。特别是在近门槛值附近,应力强度因子幅偏小,此时的弹性应变幅部分对裂纹扩展速率,可能具有一定的影响力。由此带入了一定的计算误差,不过该误差对实际疲劳裂纹扩展不会造成太大的影响。因为在应力门槛值附近,应力强度因子幅度不是很大,并且此时处于疲劳裂纹扩展刚起步阶段,裂纹扩展速率缓慢,剩余的疲劳裂纹扩展寿命居多,对实际工程中的安全性影响不是很大。因此,如果想提高在近门槛值的预测精度,可以适当地加上弹性应变幅部分,将会获得比较接近实际情况,但同时也难以避免由此带来的巨大计算量。由于在裂纹尖端循环塑性区内,塑性应变幅远大于弹性应变幅,所以在计算时可以适当地忽略掉弹性应变幅部分的做法,虽然在近门槛值附近牺牲掉了一定的精确性,但是带来了巨大的计算精简性,并且由此带来的误差不是很大,该部分误差也是可以接受的。最后,3种预测模型在裂纹扩展的第3阶段时,都具有一定的误差,说明模型的最好适用范围为第1与第2阶段。

4 分析与讨论

在数学上,曲线的拟合程度越高,代表着模型的预测效果越好。然而,在实际工程应用中,由于还需要综合考虑安全性与经济性等因素的影响,所以评判标准并非完全相同。此外,疲劳裂纹扩展具有3个不同的阶段,即:第1阶段为近应力门槛值附近低速区、第2阶段为稳定扩展中速区、第3阶段为失稳快速扩展至瞬断。一般而言,在寿命的计算中,只需考虑疲劳裂纹扩展的第1与第2阶段。第3阶段由于疲劳裂纹扩展速率快,寿命短,所以,其对裂纹扩展寿命的贡

献度通常可以不考虑。基于上述情况,作者认为一个良好的预测模型,在预测精度具有足够保障的前提下,对于不同的裂纹扩展阶段应当具有不同的偏向需求,即:在疲劳裂纹扩展的第1阶段,应当在安全的基础上偏于经济性方面考虑;在第2阶段应当偏向于高精度性方向考虑;在第3阶段应当着重考虑安全性,可以适当地牺牲一定的经济性。这三点要求应当成为评判一个裂纹扩展预测模型优劣的标准,而非单纯地依靠数值上的预测精确性,而忽略实际工程中安全性与经济性的需求,去评判预测模型的好坏。

为了将拟合精度进行量化,采用 R^2 判据对3种模型关于9种材料的分析与对比。 R^2 为决定系数,也称为拟合优度,是相关系数的平方,决定了相关的密切程度。当 R^2 越接近1时,表示相关的方程式参考价值越高;相反,表示参考价值越低。其 R^2 判据为

$$R^2 = 1 - \frac{\sum_{i=0}^n (\hat{y}_i - \bar{y})^2}{\sum_{i=0}^n (y_i - \bar{y})^2} \quad (34)$$

为便于总体分析模型的拟合程度,现根据 R^2 值大小进行评分,其规则为:由低到高,分数为0、1、2。 R^2 值越大,得分越高,代表材料的适用性及精确性。此方式可以将拟合精度的高低转化为数值的大小,由定性分析进一步转为定量分析。这不但对每种材料的拟合效果进行定量化处理,而且通过总分高低可以分析不同模型对材料敏感性的高低,如表3、表4所示。

表 3 模型拟合 R^2 数值Tab. 3 Model fitting values R^2

材料 Material	LIUX(HRR)	Pandey(HRR)	CHEN-CAI(RKE)
10Ni 钢 10Ni steel	0.981	0.952	0.994
2024-T351 铝 2024-T351 aluminum	0.975	0.969	0.985
2219-T851 铝 2219-T851 aluminum	0.713	0.727	0.675
4340 钢 4340 steel	0.991	0.994	0.983
7075-T6 铝 7075-T6 aluminum	0.654	0.582	0.726
8630 钢 8630 steel	0.989	0.986	0.991
A5333-B1 钢 A5333-B1 steel	0.931	0.931	0.927
E36 钢 E36 steel	0.903	0.898	0.889
SAE-1020 钢 SAE-1020 steel	0.958	0.965	0.941

表 4 模型拟合精确性数值评分

Tab. 4 Numerical scores for model fitting accuracy			
材料Material	LIUX(HRR)	Pandey(HRR)	CHEN-CAI(RKE)
10Ni 钢	1	0	2
10Ni steel			
2024-T351 铝	1	0	2
2024-T351 aluminum			
2219-T851 铝	1	2	0
2219-T851 aluminum			
4340 钢	1	2	0
4340 steel			
7075-T6 铝	1	0	2
7075-T6 aluminum			
8630 钢	1	0	2
8630 steel			
A5333-B1 钢	1	1	0
A5333-B1 steel			
E36 钢	2	1	0
E36 steel			
SAE-1020 钢	1	2	0
SAE-1020 steel			
总计Total	10	8	8

单纯地从拟合精度的角度出发,去评判模型的优劣是远远不够的。由于预测模型或多或少会存在保守与危险的情况之分,所以,即使模型的拟合精度再高,倘若出现危险的情况,在实际工程中也会带来巨大的安全隐患,这一点是任何情况下都不允许发生的,模型的安全性应当摆在第一位。与此相反,如果预测模型过于保守,虽然会降低安全事故发生的概率,但是会带来不必要的经济浪费,不符合经济性的设计要求。综上所述,唯有将三方面同时考虑,方能满足安全性、精确性及经济性要求。故表4列出了3种模型的预测情况,其中规定预测程度分为良好(安全的基础上经济性高)、保守(安全)及危险三种,分别对应评分等级2、1和0,具体情况如表5所示。

表 5 模型安全性及经济性综合评分

Tab. 5 Comprehensive score of model security and economy			
材料Material	LIUX(HRR)	Pandey(HRR)	CHEN-CAI(RKE)
10Ni 钢	2	0	1
10Ni steel			
2024-T351 铝	1	2	1
2024-T351 aluminum			
2219-T851 铝	2	1	1
2219-T851 aluminum			
4340 钢	1	0	1
4340 steel			
7075-T6 铝	1	1	1
7075-T6 aluminum			
8630 钢	1	0	1
8630 steel			

续表

材料Material	LIUX(HRR)	Pandey(HRR)	CHEN-CAI(RKE)
A5333-B1 钢	2	1	1
A5333-B1 steel			
E36 钢	1	2	1
E36 steel			
SAE-1020 钢	1	1	1
SAE-1020 steel			
总计Total	12	8	9

由表3、表4与表5可以发现,上述9种材料的预测效果中,LIUX(HRR)预测精度是3种模型中最高的,材料的适应性更强。Pandey(HRR)与CHEN-CAI(RKE)的预测精度基本相同,且对某些材料的拟合精度会出现最高的情况,但是也会出现预测精度最低的情形,说明两种模型对材料的敏感性偏大,预测效果因材料属性的变化而异,模型的预测效果具有不稳定性。相对而言,LIUX(HRR)模型预测精度普遍居中,没有最低的情况出现,并且还有预测精度最高的情况出现。它在9种材料中的预测精度得分最高,而且预测精度效果稳定,对材料的敏感性不高,因此适用范围广,有着良好的预测能力。

5 结论

本文考虑了裂纹尖端场及奇异值问题对疲劳裂纹扩展的影响,提出了一种新的裂纹尖端损伤区域,提高了裂纹扩展速率的预估精度,具体结论如下:

1)基于HRR应力-应变场,提出了一种新的用于描述循环塑性区尺寸的定义式,并且在考虑到裂纹尖端钝化半径用以处理奇异值的基础上,开发了一种用于计算I型疲劳裂纹扩展速率的LIUX(HRR)模型。

2)在9种材料的预测效果中,与Pandey(HRR)的危险而言,LIUX(HRR)呈现出的拟合效果较为安全;与CHEN-CAI(RKE)的保守预估相比,LIUX(HRR)预测更为经济。这一点更加符合低应力因子强度幅偏向经济性,高应力因子强度幅偏向安全性的实际工程需求。此外,LIUX(HRR)的材料敏感性低,较Pandey(HRR)与CHEN-CAI(RKE)而言,适用范围更加广泛。

3)对拟合过程中的几种误差类型进行了简单的分析。其中,在裂纹扩展的第1阶段即近应力门槛值附近,出现偏于危险的情况,原因在于计算过程中忽略了弹性应变幅部分,导致预测结果偏低。欲提高近应力门槛值附近的预测效果,可以适当地考虑弹性应变幅部分。

参考文献(References)

- [1] 项玉霞, 武志斐. 变幅载荷下的钢板弹簧疲劳裂纹扩展研究[J]. 机械强度, 2021, 43(6): 1462-1466.
XIANG YuXia, WU ZhiFei. Research on fatigue crack propagation of leaf spring under variable amplitude load [J]. Journal of Mechanical Strength, 2021, 43(6): 1462-1466 (In Chinese).
- [2] GLINKA G. A cumulative model of fatigue crack growth [J]. International Journal of Fatigue, 1982, 4(2): 59-67.
- [3] GLINKA G, ROBIN C, PLUVINAGE G, et al. A cumulative model of fatigue crack growth and the crack closure effect [J]. International Journal of Fatigue, 1984, 6(1): 37-47.
- [4] KUJAWSKI D, ELLYIN F. A fatigue crack propagation model [J]. Engineering Fracture Mechanics, 1984, 20(5/6): 695-704.
- [5] ELLYIN F. Crack growth rate under cyclic loading and effect of different singularity fields [J]. Engineering Fracture Mechanics, 1986, 25(4): 463-473.
- [6] PANDEY K N, CHAND S. An energy based fatigue crack growth model [J]. International Journal of Fatigue, 2003, 25(8): 771-778.
- [7] SKELTON R P, VILHELMSSEN T, WEBSTER G A. Energy criteria and cumulative damage during fatigue crack growth [J]. International Journal of Fatigue, 1998, 20(9): 641-649.
- [8] LI D M, NAM W J, LEE C S. An improvement on prediction of fatigue crack growth from low cycle fatigue properties [J]. Engineering Fracture Mechanics, 1998, 60(4): 397-406.
- [9] CHEN L, CAI L X, YAO D. A new method to predict fatigue crack growth rate of materials based on average cyclic plasticity strain damage accumulation [J]. Chinese Journal of Aeronautics, 2013, 26(1): 130-135.
- [10] 杨泊莘, 许浩杰, 安琦. 立轧塑性变形的力学分析及边缘裂纹研究[J]. 华东理工大学学报(自然科学版), 2023, 49(4): 606-614.
YANG BoXin, XU HaoJie, AN Qi. Mechanical analysis of plastic deformation and research on edge crack in vertical rolling process [J]. Journal of East China University of Science and Technology (Natural Science Edition), 2023, 49(4): 606-614 (In Chinese).
- [11] 张瑞龙. 基于临界面能量法的多轴疲劳寿命预测方法研究[D]. 兰州: 兰州理工大学, 2020: 41-42.
ZHANG RuiLong. Research on multiaxial fatigue life prediction method based on critical plane energy method[D]. Lanzhou: Lanzhou University of Technology, 2020: 41-42 (In Chinese).
- [12] 兑红娜, 刘小冬, 王凡, 等. 基于平均扩展速率的裂纹扩展模型[J]. 航空学报, 2020, 41(11): 343-352.
DUI HongNa, LIU XiaoDong, WANG Fan, et al. Crack growth model based on average growth rate [J]. Acta Aeronautica et Astronautica Sinica, 2020, 41(11): 343-352 (In Chinese).
- [13] 李维, 蒋康河, 马莉, 等. TiAl合金低循环疲劳行为与寿命预测模型[J]. 航空动力学报, 2021, 36(12): 2482-2489.
LI Wei, JIANG KangHe, MA Li, et al. Low cycle fatigue behavior and life prediction model of TiAl superalloy [J]. Journal of Aerospace Power, 2021, 36(12): 2482-2489 (In Chinese).
- [14] CAMILLA J, SOUMYA M, REJI J, et al. High-throughput characterization of the cyclic response of Ti6Al4V using spherical microindentation stress-strain protocols [J]. International Journal of Fatigue, 2022, 161: 106921.
- [15] GILLEMOT L F. Criterion of crack initiation and spreading [J]. Engineering Fracture Mechanics, 1976, 8(1): 239-253.
- [16] GLINKA G. A notch stress-strain analysis approach to fatigue crack growth [J]. Engineering Fracture Mechanics, 1985, 21(2): 245-261.
- [17] HUTCHINSON J W. Singular behavior at the end of a tensile crack in a hardening material [J]. Journal of the Mechanics and Physics of Solids, 1968, 16(1): 13-31.
- [18] RICE J R, ROSENGREN G F. Plane strain deformation near a crack tip in a power-law hardening material [J]. Journal of the Mechanics and Physics of Solids, 1968, 16(1): 1-12.
- [19] RICE J R. Mechanics of crack tip deformation and extension by fatigue [J]. Fatigue Crack Propagation, 1967, 415: 247-309.
- [20] SHIH C F. Tables of hutchinson-rice-rosengren singular field quantities [R]. Brown University Materials Research Laboratory Technical Report. MRL E-147, 1983.
- [21] 石凯凯, 蔡力勋, 包陈. 预测疲劳裂纹扩展的多种理论模型研究[J]. 机械工程学报, 2014, 50(18): 50-58.
SHI KaiKai, CAI LiXun, BAO Chen. Various theoretical models study of prediction fatigue crack growth [J]. Journal of Mechanical Engineering, 2014, 50(18): 50-58 (In Chinese).
- [22] NOROOZI A H, GLINKA G, LAMBERT S. A two parameter driving force for fatigue crack growth analysis [J]. International Journal of Fatigue, 2005, 27(10/12): 1277-1296.
- [23] PANDEY K N, CHAND S. Fatigue crack growth model for constant amplitude loading [J]. Fatigue & Fracture of Engineering Materials & Structures, 2004, 27(6): 459-472.
- [24] CASTRO J T P D, MEGGIOLARO M A, MIRANDA A C D O. Singular and non-singular approaches for predicting fatigue crack growth behavior [J]. International Journal of Fatigue, 2005, 27(10/12): 1366-1388.