

含干摩擦-刚性间隙约束振动系统的动力学特性研究*

STUDY ON DYNAMIC CHARACTERISTICS OF VIBRATION SYSTEM WITH DRY FRICTION-RIGID CLEARANCE CONSTRAINT

张凌云^{**1,2} 刘俊杰³ 吕勇^{1,2} 韩兴国^{1,2} 刘忠^{***1,2}

(1. 桂林航天工业学院 机电工程学院, 桂林 541004)

(2. 桂林航天工业学院 广西特种工程装备与控制重点实验室, 桂林 541004)

(3. 塔里木大学 机械电气化工程学院, 阿拉尔 843300)

ZHANG LingYun^{1,2} LIU JunJie³ LÜ Yong^{1,2} HAN XingGuo^{1,2} LIU Zhong^{1,2}

(1. School of Mechanical Engineering, Guilin University of Aerospace Technology, Guilin 541004, China)

(2. Guangxi Key Laboratory of Special Engineering Equipment and Control, Guilin University of Aerospace Technology, Guilin 541004, China)

(3. College of Mechanical and Electrical Engineering, Tarim University, Alar 843300, China)

摘要 建立了含干摩擦-刚性约束的单自由度振动系统动力学模型,给出在考虑干摩擦和碰撞耦合条件下分段光滑振动系统动力学约束条件,同时引入非线性刚度因素,通过协同仿真的方法得出系统响应周期运动类型和分布区域,重点讨论了质量块发生速度黏滞和位移黏滞的动力学特征,并对低频小间隙参数域内的基本周期变迁规律进行了量化表征。研究表明,质量块与皮带之间发生的速度黏滞响应主要受激励频率影响;由于干摩擦的存在,质量块与约束面首次发生碰撞的速度更为复杂;质量块与刚性约束之间的碰撞振动响应与间隙 δ 和激励频率 ω 同时存在很强的关联关系,在低频小间隙参数域涌现了丰富的动力学响应特征。

关键词 干摩擦 刚性约束 速度黏滞 位移黏滞 颤碰

中图分类号 TH113

Abstract A dynamic model of vibration system with single degree of freedom with dry friction-rigidity constraint was established, and the dynamic constraint conditions of piecewise smooth vibration system considering the coupling conditions of dry friction and collision were given. At the same time, the nonlinear stiffness factor was introduced, and the response periodic motion types and distribution regions of the system were obtained by co-simulation method. The dynamic characteristics of motion viscosity and displacement viscosity of mass blocks were discussed, and the basic periodic transition rule in the low frequency and small clearance parameter domain was quantitatively characterized. The results show that the velocity viscosity response between the mass block and the belt is mainly affected by the excitation frequency. Due to the existence of dry friction, the velocity of the first collision between the mass block and the restraint surface is more complicated. The crash-vibration response between the mass block and the rigid constraint has a strong correlation with the clearance δ and excitation frequency ω , and abundant dynamic response characteristics appear in the parameter domain of low frequency and small clearance.

Key words Dry friction; Rigid constraint; Velocity of sticking; Displacement of sticking; Chattering-impact

Corresponding author: LIU Zhong, E-mail: liuzhong678@163.com

The project supported by the National Natural Science Foundation of China (No.51765014, 51965014), the Middle-aged and Young Teachers' Research Basic Ability Promotion Project of Guangxi (No.2024KY0806), and the University Fund of Guilin Institute of Aerospace Technology (No. XJ21KT26).

Manuscript received 20221116, in revised form 20230204.

*20221116收到初稿, 20230204收到修改稿。国家自然科学基金项目(51765014, 51965014), 广西高校中青年教师科研基础能力提升项目(2024KY0806), 桂林航天工业学院校级基金项目(XJ21KT26)资助。

**张凌云, 男, 1990年生, 甘肃会宁人, 汉族, 桂林航天工业学院机电工程学院讲师, 硕士研究生, 主要研究方向为机械系统非线性动力学。

***刘忠(通信作者), 男, 1968年生, 湖南长沙人, 汉族, 桂林航天工业学院机电工程学院教授, 博士, 主要研究方向为特种工程装备、机电液控制。

0 引言

机械系统由于运动副的摩擦和装配间隙的存在,导致机器在运行过程中产生异常振动和噪声,尤其是摩擦-间隙约束碰撞耦合条件下的振动特性及复杂机理的揭示,对设备进行预测诊断具有重大的理论意义和工程应用价值。

含摩擦-间隙碰撞振动系统广泛存在于机械设备中,如滚动轴承滚子与保持架的碰撞振动、机床线性导轨滚珠与导轨的冲击振动、冲击钻进系统及机械手关节处摩擦副产生的异常振动等。因此,国内外学者对含摩擦-间隙约束的振动系统的发生机制和复杂现象进行了一系列的研究。张艳龙等^[1]通过将Dankowicz动摩擦模型引入含干摩擦对称间隙约束的振动系统,研究了摩擦诱导的多重非线性振动特性;PASCAL M^[2]在忽略阻尼的条件下建立了两自由度干摩擦刚性约束系统,通过解析解和数值分析发现了该系统存在的滑移运动、超调运动、黏着运动和冲击;马硕等^[3]研究了一类单自由度含非线性约束和干摩擦的碰撞振动系统的动力学模型的周期性冲击运动和分岔;李得洋等^[4]通过建立干摩擦振动系统模型,运用数值仿真的方法研究了相邻周期运动经非光滑分岔进行转迁的规律;吴丹等^[5]建立了含干摩擦对称间隙弹性约束系统动力学模型,研究了该系统在超低频和低频区的簇发振荡和混沌分布特征;张晓蓉等^[6]通过对两自由度赫兹接触碰撞振动系统的动力学模型的研究,发现了从基本单周期运动群转迁到非完全黏滞颤振的运动变化规律;安贵杰等^[7]研究了干摩擦单自由度弹性间隙约束碰撞振动系统的动力学模型,低频区域被颤振运动占据,同时对系统参数进行了讨论;杨艳等^[8-10]研究了两自由度刚性或弹性约束系统的动力学模型,揭示了低频参数域基本周期振动的转迁特征。

综上所述,以往大多集中在弹性间隙约束的低频参数域内基本周期振动转迁规律的研究,而含摩擦-刚性间隙约束系统广泛存在于机械系统中,本文通过多参数协同仿真的方法,得到干摩擦-刚性间隙约束碰撞系统的动力学响应特征,通过讨论质量块不同的运动形式和发生碰撞时的响应,表征了该系统发生速度黏滞和位移黏滞的参数域和边界条件。

1 系统动力学模型

含干摩擦-刚性间隙约束的单自由度系统动力学模型如图1所示,质量块 M 左边通过线性刚度弹簧 K_1 和线性阻尼 C_1 与左边支撑处相连,右边通过非线性刚

度弹簧 K_2 与右边支撑处相连,质量块的位移用 X 表示,质量块受到 $P(\sin \Omega T + \tau)$ 简谐力的作用,同时,质量块右边与支撑处存在间隙 B ,质量块置于速度为 V 的匀速运动的皮带上,质量块与皮带相对运动时受到的摩擦力为 F_f 。当质量块的位移 X 大于间隙 B 时,质量块与右侧刚性约束发生碰撞,通过速度回复系数 R 来表示碰撞过程。

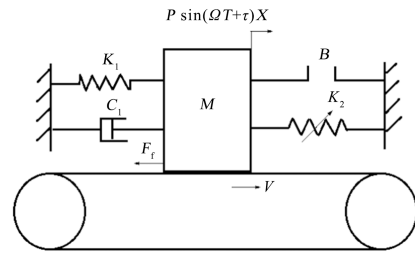


图1 含干摩擦-刚性间隙约束单自由度模型

Fig. 1 Single degree of freedom model with dry friction-rigid clearance constraint

1.1 系统动力学方程

根据上述条件,根据牛顿第二定理建立系统的动力学方程为

$$M\ddot{X} + C_1\dot{X} + K_1X + K_2(X + \varepsilon X^3) + F_f = \sin(\Omega T + \tau), X < B \quad (1)$$

$$\text{其中, } \begin{cases} F_f = \mu Mg, \dot{X} > V \\ F_f \in [-\mu Mg, \mu Mg], \dot{X} = V \\ F_f = -\mu Mg, \dot{X} < V \end{cases} \quad (2)$$

当质量块 M 的位移 $X = B$ 时,质量块与刚性约束发生碰撞,冲击速度可表示为

$$\dot{X}_+ = -R\dot{X}_-, X = B \quad (3)$$

对上式引入下列无量纲参数:

$$x = \frac{K_1 X}{P}; t = \Omega_0 T; \Omega_0 = \sqrt{\frac{K_1}{M}}; \zeta = \frac{C_1}{2\sqrt{K_1 M}};$$

$$\delta = \frac{K_1 B}{P}; \mu_k = \frac{K_2}{K_1}; \omega = \frac{\Omega}{\Omega_0}; v = \frac{V\sqrt{K_1 M}}{P};$$

$$f_u = \frac{\mu Mg}{P}; f = \frac{P}{K_1}; \mu_{kl} = \varepsilon \mu_k f^2$$

无量纲后的系统微分方程为

$$\ddot{x} + \zeta \dot{x} + x + \mu_k x + \mu_{kl} x^3 + f_f = \sin(\omega t + \tau) \quad (4)$$

其中无量纲摩擦力为

$$\begin{cases} f_f = f_u, \dot{x} > v \\ f_f \in [-f_u, f_u], \dot{x} = v \\ f_f = -f_u, \dot{x} < v \end{cases} \quad (5)$$

无量纲碰撞后的速度可表示为

$$\dot{x}_+ = -R\dot{x}_-, x = \delta \quad (6)$$

1.2 质量块的运动形式和边界条件分析

1.2.1 质量块位移 $x < \delta$, 未与刚性约束处发生碰撞

1) 质量块与皮带之间 $\dot{x} \neq v$ 为滑移运动, 此时质量块受力情况为

$$|\sin(\omega t + \tau) - \ddot{x} - \zeta\dot{x} - x - \mu_k x - \mu_{kl} x^3| > f_u \quad (7)$$

2) 质量块与皮带之间 $\dot{x} = v$ 为黏滞运动, 此时质量块受力情况为

$$|\sin(\omega t + \tau) - \ddot{x} - \zeta\dot{x} - x - \mu_k x - \mu_{kl} x^3| \leq f_u \quad (8)$$

1.2.2 质量块位移 $x = \delta$, 刚性约束处发生碰撞

1) 质量块以速度 $\dot{x}_- = 0$ 与刚性约束发生碰撞, 发生黏滞时, 质量块受力满足:

$$\sin(\omega t + \tau) - \ddot{x} - \zeta\dot{x} - x - \mu_k x - \mu_{kl} x^3 + f_u > 0 \quad (9)$$

2) 质量块以速度 $\dot{x}_- = 0$ 与刚性约束发生黏滞时, 质量块被以初速度 $\dot{x}_+ = 0$ 拉回脱离黏滞, 质量块受力满足:

$$\sin(\omega t + \tau) - \ddot{x} - \zeta\dot{x} - x - \mu_k x - \mu_{kl} x^3 + f_u < 0 \quad (10)$$

3) 质量块满足式(8)的条件下以速度 $\dot{x}_- = v$ 在皮带黏滞的条件下与刚性约束发生碰撞, 由于所受合力大于零, 质量块被以初速度 $\dot{x}_+ = -Rv$ 反向拉回, 质量块受力满足:

$$\sin(\omega t + \tau) - \ddot{x} - \zeta\dot{x} - x - \mu_k x - \mu_{kl} x^3 + f_u < 0 \quad (11)$$

4) 质量块以速度 $\dot{x}_- \neq v$ 和 $\dot{x}_- = 0$ 与刚性约束发生碰撞, 质量块被以初速度 $\dot{x}_+ = -R\dot{x}_-$ 反向拉回, 质量块受力满足:

$$\sin(\omega t + \tau) - \ddot{x} - \zeta\dot{x} - x - \mu_k x - \mu_{kl} x^3 + f_u < 0 \quad (12)$$

2 数值仿真与分析

2.1 系统的 Poincaré 截面

本模型考虑干摩擦和刚性间隙约束碰撞等多重非光滑耦合因素, 导致系统出现速度黏滞和位移黏滞等复杂的非线性响应。为了研究含干摩擦-刚性间隙约束振动系统的周期运动分布及转迁机制, 分别建立如下碰撞 Poincaré 截面和周期 Poincaré 截面。

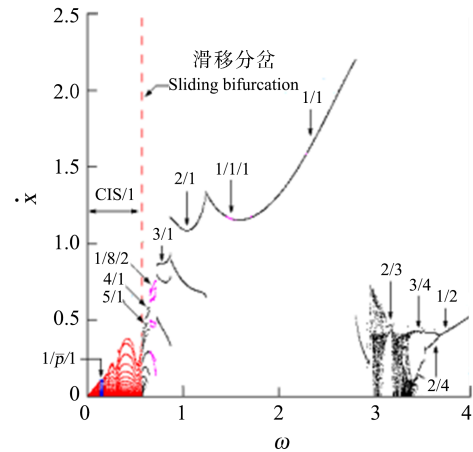
$$\begin{cases} \sigma_n = \{(x_1, \dot{x}_1, t) \in R^2 \times T \mid x = x_{ln}, \text{mod}(t = 2\pi/\omega)\} \\ \sigma_p = \{(x_1, \dot{x}_1, t) \in R^2 \times T \mid x = \delta, \dot{x} = \dot{x}_+\} \end{cases} \quad (13)$$

取 Poincaré 截面映射 δ_p 上的条数表示质量块 M 与右侧刚性间隙约束的碰撞次数, 用符号 p 表示; 映射 σ_n 上的支数表示一个激振力周期内质量块运动的循环次数, 用符号 n 表示。根据 Poincaré 截面的解来表征该系统的稳定性。 $1/(p/\tilde{p}/\bar{p})/n$ 表示振动系统的运动类型, 其中, 1 表示质量块与皮带发生速度黏滞; p 表示碰撞次数; $\tilde{p}$ 表示颤碰; $\bar{p}$ 表示颤碰-黏滞; n 表示系统振动周期与激振力周期的比值。

2.2 基本周期运动的分布及转迁规律分析

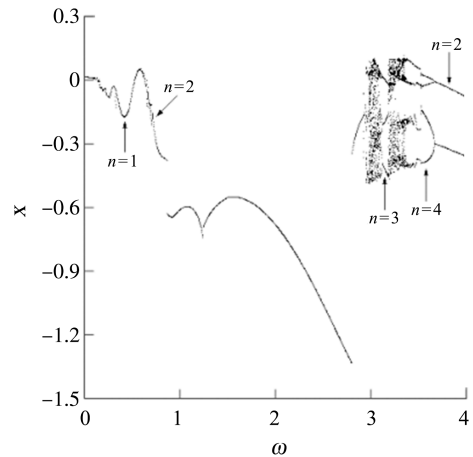
机械系统由于运动副和装配间隙的存在, 导致构件与约束之间发生碰撞, 又由于干摩擦的存在进一步加剧了系统振动的复杂性。因此建立了图1所示含干摩擦-刚性间隙约束等非光滑因素耦合的机械系统动力学模型, 本研究以约束间隙 δ 和激励频率 ω 作为控制变量, 其他参数取无量纲基本参数: $\mu_k = 0.5, \mu_{kl} = 0.6, \zeta = 0.1, f_u = 0.025, R = 0.8$ 进行数值仿真, 得到该基准参数下系统的周期运动类型和分布区域。

首先取约束间隙为 $\delta = 0.1$ 条件下, 以激励频率 ω 为变量得到图2系统的全局动力学分岔图, 本文分岔图中 $1/\bar{p}/1$ 区域表示质量块与皮带发生速度黏滞和质量块与约束面发生位移黏滞的共存参数域; $\bar{p}/1$ 区域表示质量块仅发生位移黏滞参数域; $1/p/n$ 区域为质量块与皮带发生速度黏滞参数域; p/n 区域表示质量块与约束面发生周期碰撞运动区域。



(a) 碰撞分岔图

(a) Impact bifurcation diagram



(b) 周期分岔图

(b) Periodic bifurcation diagram

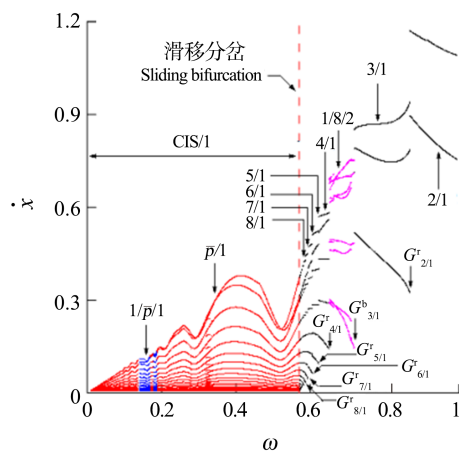
图2 系统在激励频率改变参数域内的分岔图

Fig. 2 Bifurcation diagram of the system in the field of excitation frequency change parameter

观察图2可见,在激励频率 ω 较大时呈现未发生质量块与皮带速度黏滞的 p/n ($n > 1$) 亚谐运动,沿着激励频率 ω 减小的方向,系统首先进入 $p/1$ ($p \leq 8$) 基本周期碰撞振动,其中基本周期碰撞振动之间的转迁是通过 Grazing 分岔依次发生的,导致基本周期碰撞振动的碰撞次数有序递增,并经过 $\bar{p}/1$ 颤碰振动转迁为 $\bar{p}/1$ 完全颤碰-黏滞振动, $\bar{p}/1$ 颤碰振动分布域由于过小在图2中无法体现,通过下文的时间历程图响应说明此振动特征。当激励频率 ω 进一步减小, $\bar{p}/1$ 颤碰振动通过 Sliding 分岔转迁为约束面处的 $\bar{p}/1$ 颤碰-黏滞振动,参数域内用 CIS/1 表示 $\bar{p}/1$ 颤碰-黏滞振动分布域。同时可观察到在较小的频率范围内质量块与皮带出现了分段连续的 $1/(p/\bar{p})/n$ 速度黏滞振动特征。

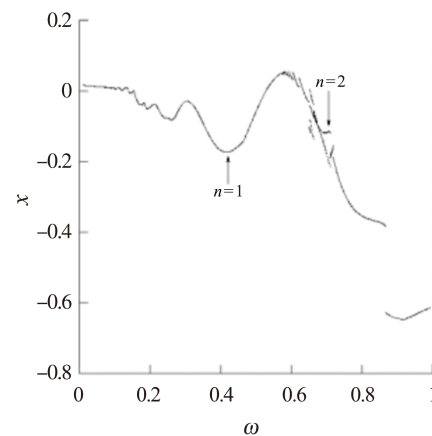
通过图3和图4更深入分析较小激励频率 ω 条件下系统的基本周期振动转迁机理。图3(a)、图3(b)分

别为图2(a)、图2(b)的局部放大图。沿着激励频率 ω 减小的方向观察图3(a),基本周期振动的碰撞次数 p 随着 Grazing 分岔的发生依次增加,并且 $p/1$ ($p \leq 8$) 基本周期振动的分布范围随着的 p 增加逐次减小。在 $p/1$ ($p \leq 8$) 基本周期振动通过 Grazing 分岔转迁为 $(p+1)/1$ ($p \leq 8$) 基本周期振动的发生过程中出现了 real-Grazing 分岔和 bear-Grazing 分岔两种 Grazing 分岔,分别记作 $G_{p/1}^r$ 和 $G_{p/1}^b$, $p/1$ ($p \leq 8$) 基本周期振动经 real-Grazing 分岔转迁为稳定的 $(p+1)/1$ ($p \leq 8$) 基本周期振动,如图3(a)中 $2/1$ 振动经 $G_{2/1}^r$ 分岔转迁为稳定的 $3/1$ 振动,而 $p/1$ ($p \leq 8$) 基本周期振动经 bear-Grazing 分岔转迁为不稳定的亚谐振动或混沌再过渡为 $(p+1)/1$ ($p \leq 8$) 基本周期振动,图3(a)中 $3/1$ 振动经 $G_{3/1}^b$ 分岔转迁为稳定的 $4/1$ 振动过程中出现了 $1/8/2$ 亚谐振动,图4分别呈现了 $G_{2/1}^r$ 、 $G_{3/1}^b$ 和 $G_{4/1}^r$ 转迁过程的相轨迹特征。



(a) 碰撞分岔图

(a) Impact bifurcation diagram



(b) 周期分岔图

(b) Periodic bifurcation diagram

图3 图2的局部放大图

Fig. 3 Local enlargement of Figure 2

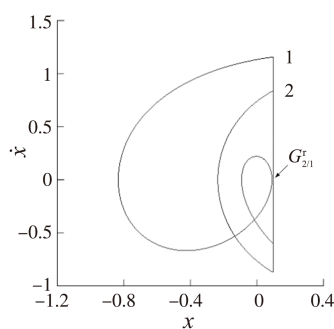
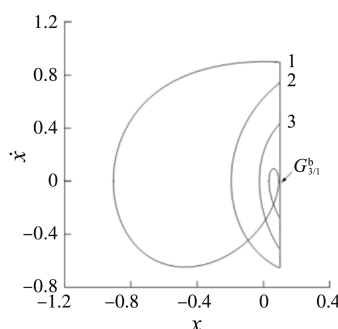
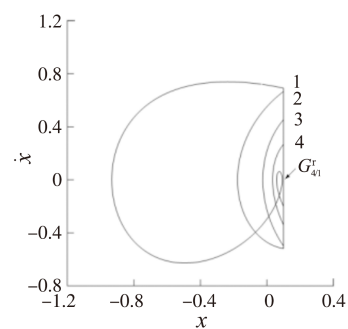
(a) $G_{2/1}^r$, $\omega = 0.867712$ (b) $G_{3/1}^b$, $\omega = 0.718438$ (c) $G_{4/1}^r$, $\omega = 0.649853$

图4 Grazing分岔点发生转迁的相图

Fig. 4 Phase diagrams at grazing bifurcation point

随着激励频率 ω 不断减小, $p/1$ ($p \leq 8$)基本周期振动相继发生,直到质量块出现 $\tilde{p}/1$ 颤碰振动。

图5呈现了 $\omega = 0.58$ 时系统发生 $\tilde{p}/1$ 颤碰振动的时间历程图,此时质量块在约束间隙 $\delta = 0.1$ 处发生多次碰撞,随着碰撞次数的增加对应的碰撞位移变化量和速度依次减小,直至位移和速度分别无限接近0.1和0,质量块经反向激励被拉回,此过程满足第1.2.2

节第4)步的响应条件。当激励频率 ω 继续减小,系统在 $\omega = 0.57$ 时经滑移分岔转迁为约束面处的 $\tilde{p}/1$ 颤碰-黏滞振动,图6呈现了 $\omega = 0.5$ 时系统发生 $\tilde{p}/1$ 颤碰-黏滞振动的时间历程图,此时质量块在约束间隙 $\delta = 0.1$ 处经多次碰撞后满足第1.2.2节第1)步黏滞条件发生黏滞,具体表现为位移和速度分别在0.1和0处长时间黏滞停留,直至质量块所受合力反向满足第1.2.2节第3)步条件时被拉回,进入下一次循环。

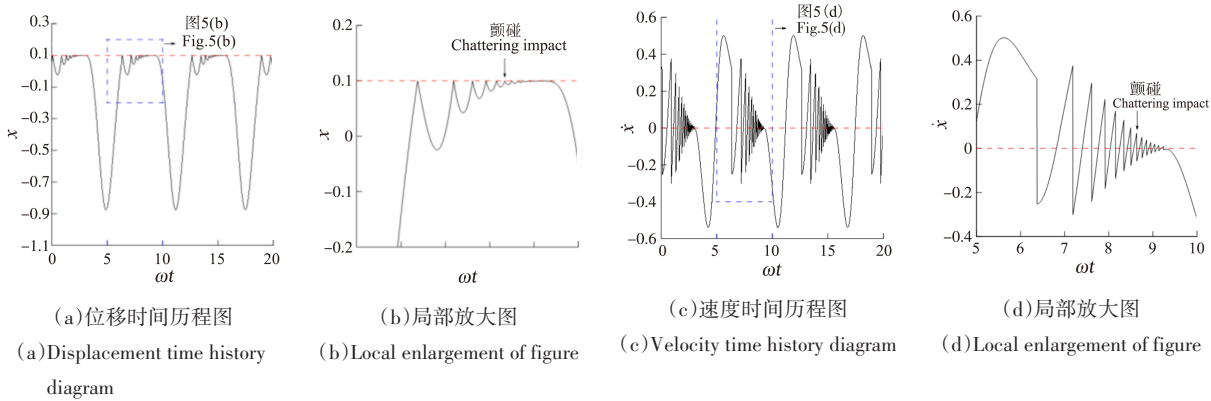


图5 $\omega = 0.58$ 系统发生颤碰响应的时间历程图

Fig. 5 Time history diagram of the response of chattering impact when $\omega = 0.58$

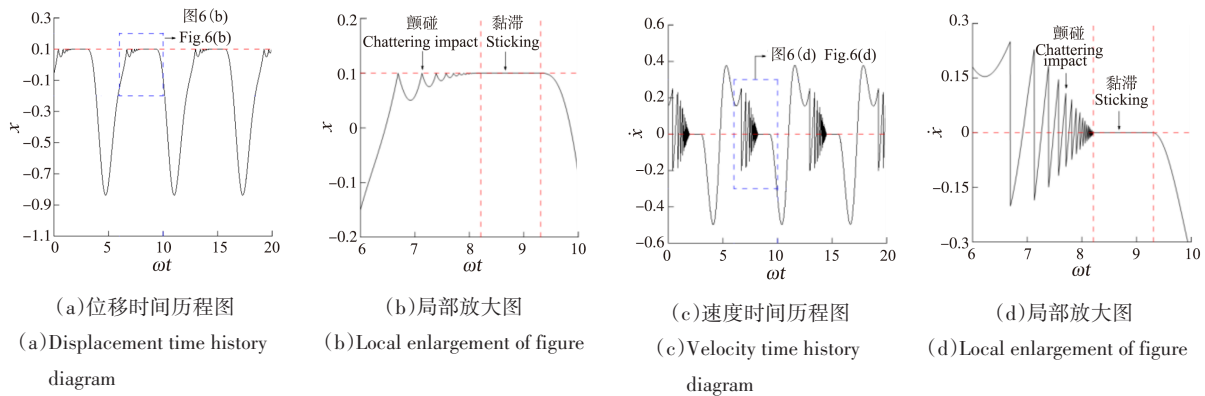
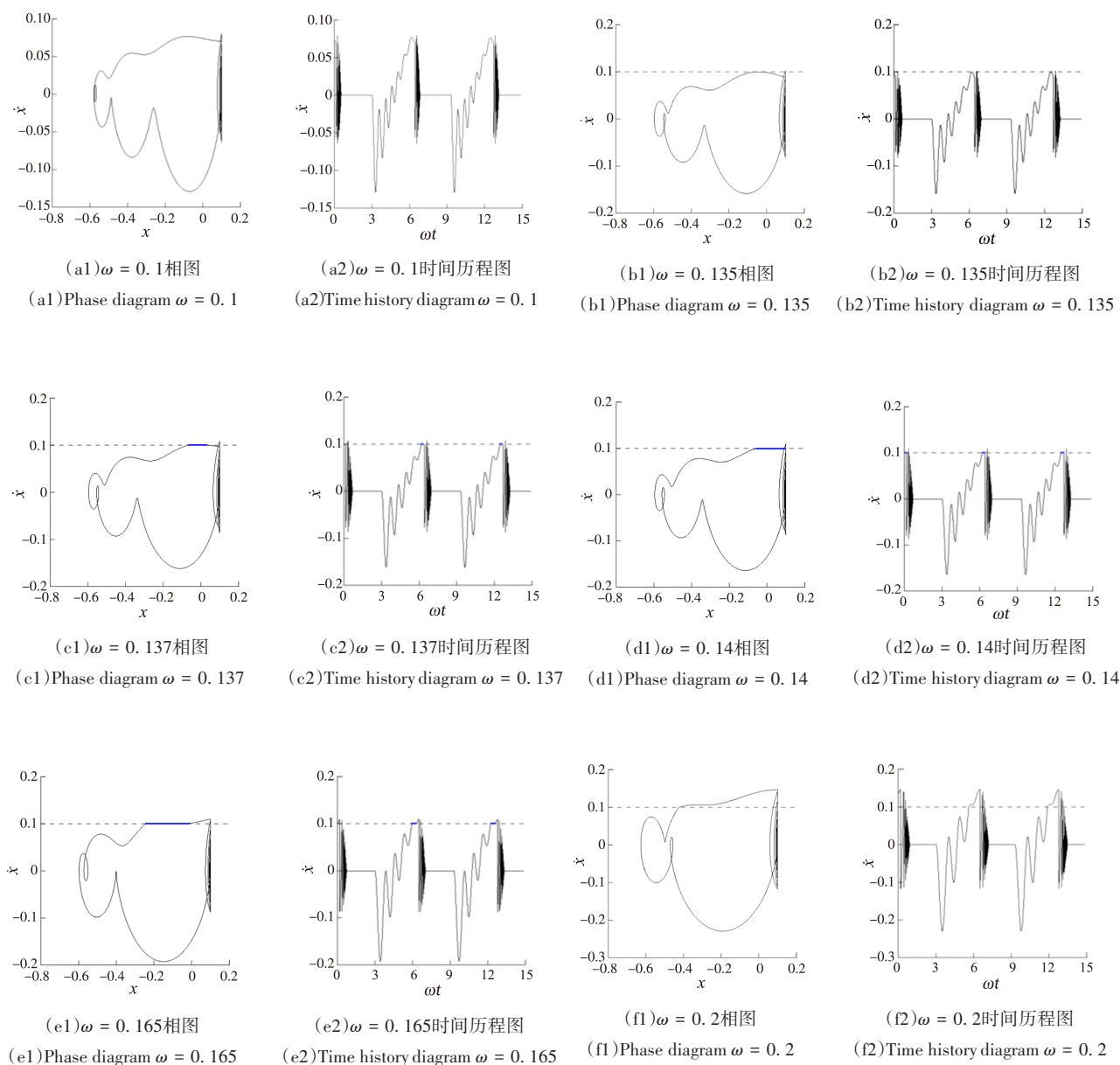


图6 $\omega = 0.5$ 系统发生颤碰-黏滞响应的时间历程图

Fig. 6 Time history diagram of the response of chattering impact-sticking when $\omega = 0.5$

便于更清楚地观察质量块与皮带发生速度黏滞及质量块以不同速度和约束面发生碰撞冲击的过程,得到图7系统在不同激励频率 ω 对应的相图和速度时间历程图,其中加粗的线条表示发生速度黏滞的轨迹。沿着 ω 增大的方向依次离散取值, $\omega = 0.1$ 对应质量块的相图和速度时间历程图如图7(a1)、图7(a2),此时对应的激励频率处于超低频,质量块的速度峰值明显低于皮带速度,因此质量块未触发与皮带发生速度黏滞的条件,只在约束面处发生了位移黏滞;图7(b1)、图7(b2)为 $\omega = 0.135$ 时质量块相图和速度时间历程图,在速度方向处于皮带速度 $v = 0.1$ 的临界值;当 ω 增大超过0.135时,质量块响应满足第1.2.1节第2)步与皮带发生速度黏滞的条件,对应图3可知,质量块在

$\omega \in (0.1355, 0.188)$ 频率范围内处于与皮带发生速度黏滞和约束面发生位移黏滞的共存区域,但在此频率范围内质量块与约束面首次发生碰撞的速度并不相同。取 $\omega = 0.137$ 得到系统的响应如图7(c1)、图7(c2)所示,由于激励频率较小,质量块首先达到第1.2.1节第2)步的黏滞条件而与皮带发生黏滞并退出,以低于带速的速度与约束面发生碰撞;当激励频率增大到 $\omega = 0.14$ 时,质量块满足第1.2.2节第3)步的边界条件,首先与皮带发生速度黏滞,并且以该黏滞速度与约束面发生碰撞;激励频率进一步增大,取 $\omega = 0.165$ 得到系统的响应图如图7(e1)、图7(e2)所示,质量块首先达到第1.2.1节第2)步的黏滞条件而与皮带发生黏滞,并且以超过带速的速度退出黏滞,

图 7 不同激励频率 ω 取值对应的响应图Fig. 7 Response diagram corresponding to different excitation frequency values ω

最终以更大的速度与约束面发生碰撞; ω 进一步增大,取 $\omega = 0.2$ 得到系统的响应图如图 7(f1)、图 7(f2)所示,未能触发质量块与皮带发生速度黏滞的条件,由于此频率仍处于超低频参数域,满足第 1.2.2 节的位移黏滞条件,质量块仅在约束面处发生位移黏滞。

为研究系统在不同间隙 δ 对应的全局动力学行为,对间隙 δ 进行离散取值,分别取 $\delta = 0.3$ 和 $\delta = 0.5$,得到系统响应的分岔图如图 8 所示,其中图 8(a)、图 8(b)分别表示间隙值为 $\delta = 0.3$ 时对应系统响应的碰撞分岔图和周期分岔图,图 8(c)、图 8(d)分别表示间隙值为 $\delta = 0.5$ 时对应系统响应的碰撞分岔图和周期分岔图。同时结合图 2 进行对比分析可知,质量块的周期运动

类型和分布区域随着间隙 δ 的改变发生了明显的变化,具体表现为随着间隙 δ 增大,系统的动力学行为趋于简单化,特别是较大激励频率范围内的亚谐振动和混沌趋于被单周期 0/1 无冲击运动占据,同时可直观地观察到系统低频参数域的基本周期冲击振动和颤振-黏滞振动分布区域变小,可见,系统的动力学行为随着间隙 δ 的增大更趋于稳定。进一步观察质量块与皮带发生速度黏滞的分布区域未发生显著的变化,由此可知,质量块与皮带发生速度黏滞运动的响应特征与间隙 δ 的关联关系较弱。

为了更详细地研究间隙 δ 持续变化与系统动力学响应的关联关系,对激励频率 ω 进行离散取值,分别取

$\omega = 0.165$ 和 $\omega = 0.6$ 得到如图 9 所示系统在不同激励频率取值条件下以间隙 δ 为控制变量呈现的动力学行为。通过图 8 和图 2 分析可知,质量块与皮带的速度黏滞响应主要受激励频率 ω 的影响,而质量块在约束面处的位移黏滞同时受激励频率 ω 和间隙 δ 的影响,因此取 $\omega = 0.165$ 得到对应的系统全局动力学分岔图

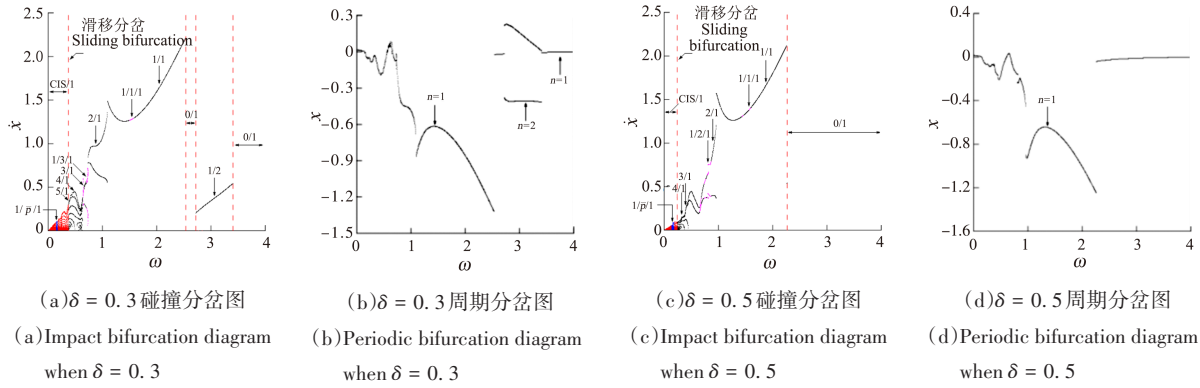


图 8 不同间隙 δ 取值下激励频率为控制变量对应的分岔图

Fig. 8 Excitation frequency with different clearance δ values is the bifurcation diagram corresponding to the control variable

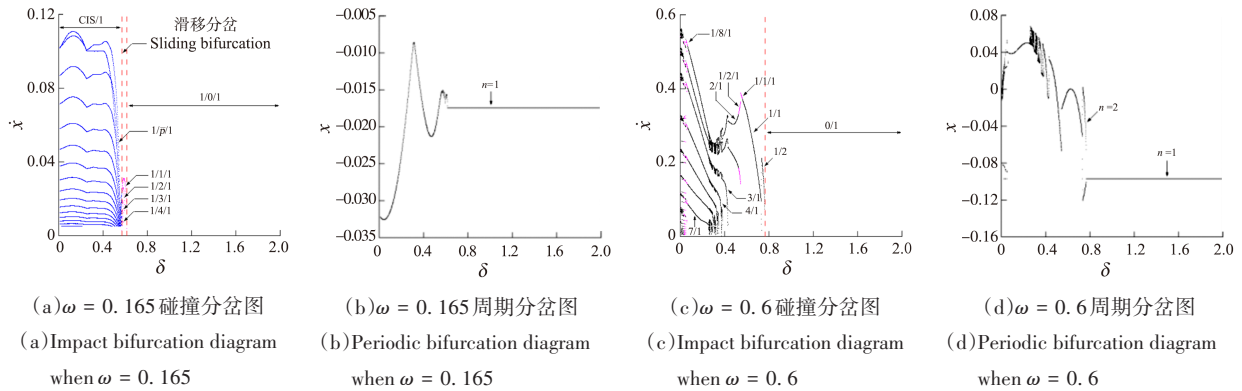


图 9 不同激励频率 ω 取值下间隙为控制变量对应的分岔图

Fig. 9 Value gap of different excitation frequencies ω is the bifurcation diagram corresponding to the control variable

为了全面分析质量块的动力学响应特征,取 $\omega = 0.6$ 得到对应的系统全局动力学分岔图图 9(c)、图 9(d),同样沿着间隙值减小的方向观察,由于此时激励频率仅处于图 8 和图 2 质量块与约束面发生了基本周期振动的低频参数域,质量块只在很小的间隙变化参数域内与皮带发生了速度黏滞,同样质量块在较小的间隙阈值内于约束面处发生了 $p/1$ ($p \leq 8$) 基本周期振动,通过图 9 的局部放大图图 10 可见,系统在相邻基本周期振动转迁过程中诱发了复杂的亚谐振动和混沌区域,下面通过图 10 的局部细化图图 11 详细说明相邻基本周期振动转迁过程中发生的振动特征。

为了研究低频小间隙参数域内相邻基本周期振

9(a)、图 9(b),沿着间隙值减小的方向观察,由于此时激励频率处于图 8 和图 2 质量块发生速度黏滞和位移黏滞共存的超低频区域,质量块在整个间隙变化范围内均与皮带发生了速度黏滞,而仅在较小的间隙阈值内于约束面处发生了 $p/1$ ($p \leq 8$) 基本周期振动和颤振-黏滞振动,并且是沿着间隙减小的方向依次发生的。

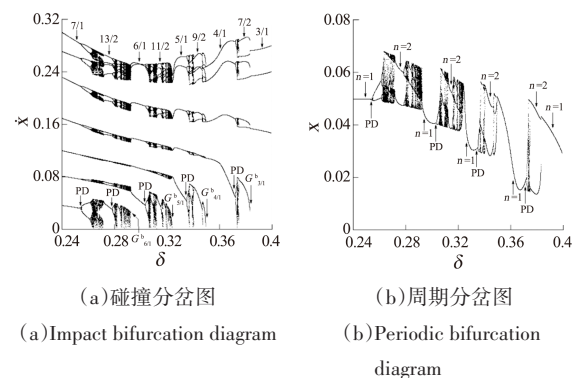


图 10 图 9 分岔图的局部放大图

Fig. 10 Local enlargement of Fig. 9

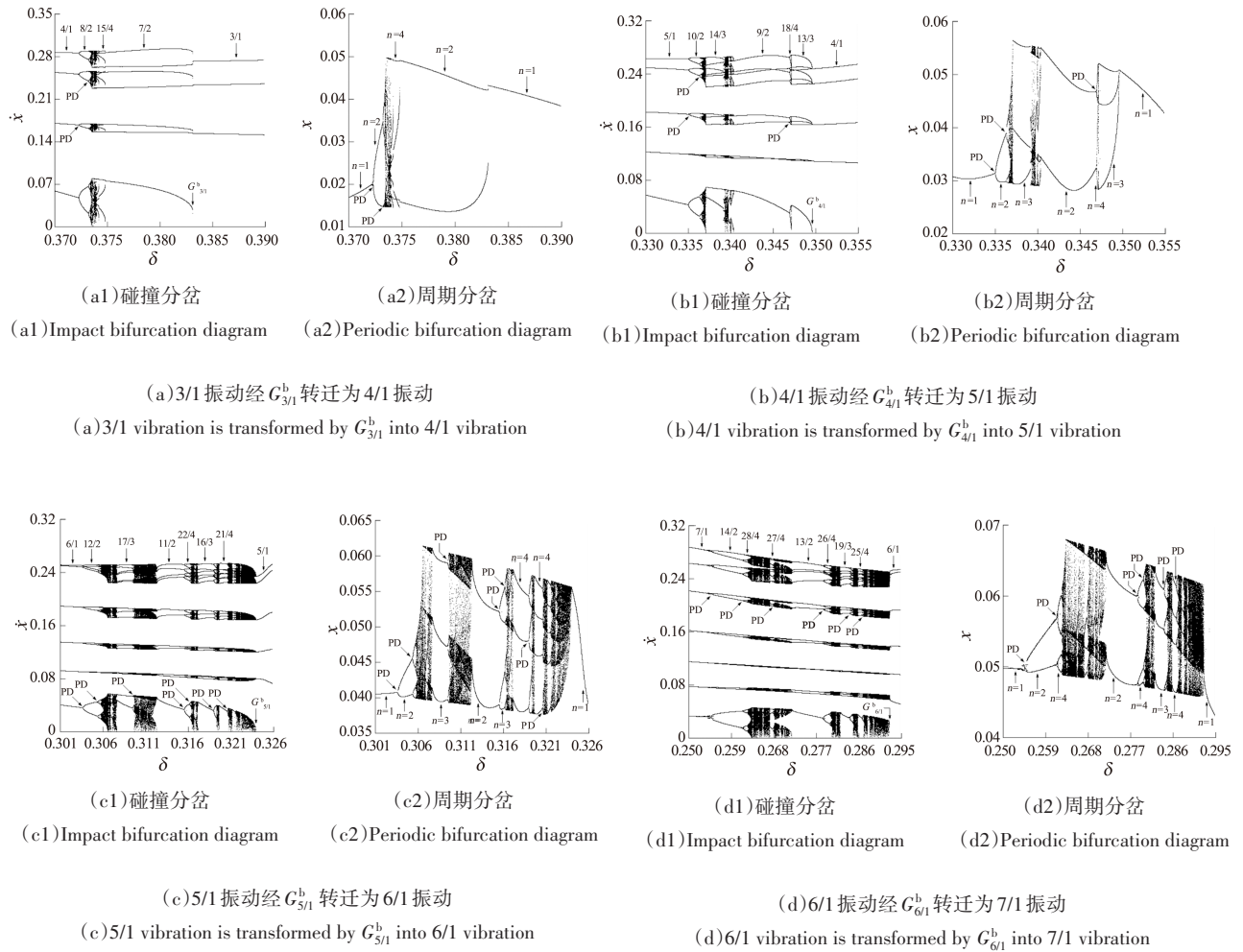


图 11 图 10 局部细化相邻基本周期转迁分岔图

Fig. 11 Adjacent basic periodic transition bifurcation diagram local enlargement of Fig. 10

动 3/1 振动向 4/1 振动转迁、4/1 振动向 5/1 振动转迁、5/1 振动向 6/1 振动转迁、6/1 振动向 7/1 振动转迁的响应分岔图。沿着间隙减小的方向观察图 11(a) 可知, 3/1 振动经 $G_{3/1}^b$ 分岔转迁为 4/1 振动, 其中诱发了 7/2、15/4、8/2 非稳定的亚谐波振动和混沌, 伴随间隙值的递减经一系列倍化 (Period Doubling, PD) 分岔转迁为稳定的 4/1 运动; 同样观察图 11(b) 可见, 4/1 振动经 $G_{4/1}^b$ 分岔转迁为 5/1 振动, 沿着间隙减小的方向诱发了 13/3、18/4、9/2、14/3、10/2 非稳定的亚谐波振动和混沌, 伴随间隙值的递减经一系列 PD 分岔转迁为稳定的 5/1 运动; 观察图 11(c) 和图 11(d) 可知, 5/1 振动经 $G_{5/1}^b$ 分岔转迁为 6/1 振动, 诱发了 21/4、16/3、22/4、11/2、17/3、12/2 非稳定的亚谐波振动和混沌, 6/1 振动经 $G_{6/1}^b$ 分岔转迁为 7/1 振动, 诱发了 25/4、19/3、26/4、13/2、27/4、28/4、14/2 等非稳定的亚谐波振动和混沌, 在各亚谐运动转迁过程中存在大量的倍化分岔。通过以上分析可知, 低频小间隙参数域内的相邻基本周期经 $G_{p/1}^b$ 分岔转迁诱发了丰富的亚谐波

动和混沌, 该亚谐波振动以 np/n 、 $(np+1)/n$ 、 $(np+2)/n$ 、 $(np+3)/n$ 和 $2(np+1)/2n$ 的形式存在。

3 结论

本文构建了含干摩擦-刚性间隙约束的单自由度振动系统模型, 并引入非线性刚度, 分别以间隙 δ 和激励频率 ω 作为控制变量, 通过协同仿真的方法得到系统全局动力学行为分布特征和变化趋势, 由于干摩擦和刚性间隙约束的存在, 质量块在运动过程中呈现出分段光滑的非线性行为。通过分析研究, 得出如下结论:

1) 质量块与皮带发生速度黏滞响应和激励频率 ω 之间存在很强的关联关系, 具体表现为该速度黏滞主要存在于低频参数域, 间隙 δ 变化对质量块与皮带发生速度黏滞响应影响较小。

2) 基于质量块与皮带之间干摩擦的存在, 导致质量块分别以低于带速的速度、等于带速的速度和高于带速的速度与约束面发生首次碰撞。

3)质量块与约束面的碰撞振动响应与间隙 δ 和激励频率 ω 同时存在很强的关联关系,特别在低频小间隙参数域内涌现了丰富的动力学行为特征,系统周期振动经一系列 Grazing 分岔和 PD 分岔发生转迁,最后在小间隙超低频参数域经滑移分岔转迁为约束面处的 $p/1$ 颤碰-黏滞振动。

4)低频小间隙参数域内相邻基本周期振动经 Grazing 分岔发生转迁,其中 $p/1$ 振动经 real-Grazing 分岔转迁为不稳定的 $(p+1)/1$ 振动, $p/1$ 振动经 bear-Grazing 分岔转迁为稳定的 $(p+1)/1$ 振动,振动过程中诱发了丰富的亚谐振动和混沌,该亚谐振动以 np/n 、 $(np+1)/n$ 、 $(np+2)/n$ 、 $(np+3)/n$ 和 $2(np+1)/2n$ 的形式存在。

参考文献(References)

- [1] 张艳龙,魏超,王丽,等.含 Dankowicz 动摩擦的碰撞振动系统动力学分析[J]. 噪声与振动控制,2021,41(3):14-20.
ZHANG YanLong, WEI Chao, WANG Li, et al. Dynamic analysis of the impact vibration system with dankowicz dynamic friction [J]. Noise and Vibration Control, 2021, 41(3): 14-20 (In Chinese).
- [2] PASCAL M. A new model of dry friction oscillator colliding with a rigid obstacle[J]. Nonlinear Dynamics, 2018, 91(4): 2541-2550.
- [3] 马硕,朱喜锋,王剑锋.含干摩擦及非线性约束碰撞系统的动力学特性[J]. 机械强度,2023,45(5):1065-1071.
MA Shuo, ZHU XiFeng, WANG JianFeng. Dynamic characteristics of a collision system with dry friction and nonlinear constraints [J]. Journal of Mechanical Strength, 2023, 45(5): 1065-1071 (In Chinese).
- [4] 李得洋,丁旺才,卫晓娟,等.单自由度含干摩擦碰撞系统相邻周期运动转迁规律分析[J]. 振动与冲击,2019,38(22):52-59.
LI DeYang, DING WangCai, WEI XiaoJuan, et al. Transition of periodic motions of a 1DOF vibro-impact system with symmetrical constraints [J]. Journal of Vibration and Shock, 2019, 38(22): 52-59 (In Chinese).
- [5] 吴丹,丁旺才.含干摩擦碰撞系统的簇发振荡及稳定性分析[J]. 华中科技大学学报(自然科学版),2020,48(3):46-51.
WU Dan, DING WangCai. Bursting oscillations and stability analysis of dry friction-impact vibration system [J]. Journal of Huazhong University of Science and Technology (Natural Science Edition), 2020, 48(3): 46-51 (In Chinese).
- [6] 张晓蓉,谷彦龙,顾成利,等.两自由度赫兹接触碰撞振动系统的动力学研究[J]. 机械强度,2020,42(4):805-810.
ZHANG XiaoRong, GU YanLong, XIE ChengLi, et al. Dynamics of a two-degree-of-freedom nonlinear Hertz contact impact vibration system [J]. Journal of Mechanical Strength, 2020, 42(4): 805-810 (In Chinese).
- [7] 安贵杰,刘俊杰,闫哲,等.一类含干摩擦弹性碰撞系统的动力学特性分析[J]. 噪声与振动控制,2021,41(5):72-79.
AN GuiJie, LIU JunJie, YAN Zhe, et al. Dynamic feature analysis of elastic collision systems with dry friction [J]. Noise and Vibration Control, 2021, 41(5): 72-79 (In Chinese).
- [8] 杨艳,侍玉青,张晓蓉,等.一类多刚性限幅振动系统的动态稳定性分析[J]. 吉林大学学报(工学版),2023,53(2):364-375.
YANG Yan, SHI YuQing, ZHANG XiaoRong, et al. Dynamic stability analysis of a amplitude-limited vibration system with multiple rigid constraints [J]. Journal of Jilin University (Engineering and Technology Edition), 2023, 53(2): 364-375 (In Chinese).
- [9] 尹凤伟,罗冠伟,同长虹.含间隙-弹性约束振动系统周期冲击振动多样性及规律特征[J]. 振动与冲击,2020,39(24):1-10.
YIN FengWei, LUO GuanWei, TONG ChangHong. Diversity and regularity of periodic vibro-impact of a vibration system with clearance-elastic constraints [J]. Journal of Vibration and Shock, 2020, 39(24): 1-10 (In Chinese).
- [10] 王世俊,同长虹,罗冠伟.含多刚性约束的两自由度振动系统的动力学特性分析[J]. 振动与冲击,2021,40(6):11-22.
WANG ShiJun, TONG ChangHong, LUO GuanWei. Dynamic characteristics of a two-degree-of-freedom vibration system with multiple rigid constraints [J]. Journal of Vibration and Shock, 2021, 40(6): 11-22 (In Chinese).