

结构损伤识别的二次反馈岭估计法^{*}

SECONDARY FEEDBACK RIDGE ESTIMATION METHOD FOR STRUCTURAL DAMAGE DETECTION

李 翠^{**1} 朱学坤² 俞记生³ 伍晓顺⁴

(1. 江西交通职业技术学院 信息工程学院, 南昌 330013)

(2. 江西交通职业技术学院 路桥工程学院, 南昌 330013)

(3. 中交长江咨询集团有限公司, 南昌 330013)

[4. 江西理工大学 土木与测绘工程学院 (南昌), 南昌 330013]

LI Cui¹ ZHU XueKun² YU JiSheng³ WU XiaoShun⁴

(1. Department of Information Engineering, Jiangxi Vocational and Technical College of Communications, Nanchang 330013, China)

(2. Department of Road and Bridge Engineering, Jiangxi Vocational and Technical College of Communications, Nanchang 330013, China)

(3. Zhongjiao Yangtze River Consulting Group Co., Ltd., Nanchang 330013, China)

[4. School of Civil Engineering and Surveying & Mapping Engineering (Nanchang), Jiangxi University of Science and Technology, Nanchang 330013, China]

摘要 为了克服灵敏度方程的病态最小二乘问题,提出一种基于模态柔度变化的结构损伤识别二次反馈岭估计法。采用模态特征值和振型来组集模态柔度矩阵,建立由模态柔度变化求解单元损伤系数的损伤识别线性方程组。在损伤定位阶段,先分别利用非负最小二乘法 and 反馈岭估计法来初步评估损伤位置。由于这两种方法的损伤定位结果常受到不同未损单元的干扰,所以通过对它们的计算结果取交集来综合确定疑似损伤单元。在损伤定量阶段,将正则化矩阵中对应疑似损伤单元的对角元素缩小,同时将对对应其余单元的对角元素放大,进行二次反馈岭估计以最终完成损伤定量识别。某简支梁数值分析表明,相比非负最小二乘法 and 反馈岭估计法,所提方法具有更强的抗噪鲁棒性。无论是损伤定位还是损伤定量,均具有更加可靠的识别精度。

关键词 损伤识别 模态柔度 模态识别 结构健康监测 损伤灵敏度

中图分类号 TU311 O327 O329

Abstract To overcome the ill-posed least square problem in sensitivity equations, a secondary feedback ridge estimation method was proposed to detect structural damages based on modal flexibility changes. Modal eigenvalues and mode shapes were utilized to assemble the modal flexibility matrix, which was used to establish linear equations for detecting elemental damage severities by modal flexibility changes. During the damage localization stage, damage sites were primarily assessed using the non-negative least square method and the feedback ridge technique. Since the damage localization results obtained by the two methods were typically disturbed by different undamaged elements, suspicious damaged elements were comprehensively determined by taking the intersection of the two sets of damage localization results. At the damage quantification stage, the diagonal entries of the regularization matrix corresponding to suspicious elements were decreased and the diagonal entries associated with other elements were augmented. Then the second feedback ridge estimation was conducted to accomplish damage quantification. The numerical analysis of a simply supported beam indicates that the proposed method is more robust in resisting noise, compared with the non-negative least square method and feedback ridge estimation technique. Regardless of whether it is damage localization or damage quantification, the proposed method demonstrates higher reliability in detecting accuracy.

Key words Damage detection; Modal flexibility; Modal identification; Structural health monitoring; Damage sensitivity

Corresponding author: LI Cui, E-mail: jxjtxylc@163.com, Tel: +86-791-83809683, Fax: +86-791-83809683

^{*} 20230902 收到初稿, 20231118 收到修改稿。国家自然科学基金项目 (51868026), 江西省自然科学基金项目 (20202BAB204028), 江西省交通运输厅科技项目 (2023H0039) 资助。

^{**} 李 翠, 女, 1981 年生, 山西长治人, 汉族, 江西交通职业技术学院高级工程师, 博士, 主要研究方向为结构健康监测。

The project supported by the National Natural Science Foundation of China (No. 51868026), the Natural Science Foundation of Jiangxi Province (No. 20202BAB204028), and the Scientific Project of the Department of Transportation of Jiangxi Province (No. 2023H0039).

Manuscript received 20230902, in revised form 20231118.

0 引言

工程结构在服役过程当中可能发生不可忽视的损伤。为了防止发生灾难性后果,应当设法及时监测结构损伤的位置并准确评估其受损程度^[1]。在役工程结构的巨量监测需求使得结构损伤识别成为机械工程、土木工程、航空航天、材料工程等诸多领域的研究热点。结构损伤会使结构刚度发生变化,进而引起模态参数这一结构固有特性发生变化^[2]。因此,常利用模态特征值(或频率)和振型等模态参数来建立各种损伤指标或识别算法,包括频率法^[3]、振型平方差法^[4]、模态应变能法^[5]、模态柔度法^[6]等。

近年来,基于模态柔度变化的结构损伤识别引起研究者的广泛关注。基于少数低阶模态组集的模态柔度矩阵, PANDEY A K 等^[7]利用模态柔度变化来检测结构损伤,以判断损伤是否发生和确定损伤位置; BERNAL D^[8]针对模态柔度矩阵展开奇异值分解,并提出一种损伤定位向量指标来定位结构损伤; PERERA R 等^[9]将模态柔度作为目标函数之一,采用遗传算法来识别结构损伤位置与程度;唐盛华等^[10]提出一种加权柔度矩阵指标来定位结构损伤,再根据指标变化与损伤程度的灵敏度关系来估计损伤程度。为了减小高阶模态截断带来的组集误差, LI J 等^[11-12]引入广义模态柔度,并采用灵敏度法来实现结构损伤的定量识别。

灵敏度法是结构损伤识别模态柔度法中的典型方法。当采用常规的最小二乘法求解灵敏度方程时,在测量噪声干扰下最小二乘解会出现严重失真的情况^[13]。为了解决灵敏度法面临的病态最小二乘问题, YAN W J 等^[14] 1816-1830 采用非负最小二乘 (Non-Negative Least Square, NNLS) 法求解由特征值与振型灵敏度表达的模态柔度灵敏度方程;杨秋伟等^[15]采用二次奇异值截断法求解高次广义模态柔度灵敏度方程;邱飞力等^[16]引入岭估计法求解模态柔度灵敏度方程,并利用 L 曲线来确定最佳正则化参数;杨秋伟等^[17] 43-50 在岭估计的基础上,提出了一种反馈岭估计 (Feedback Ridge Estimate, FRE) 法来获取更为精确和稳定的损伤识别结果。相比奇异值截断法和岭估计法, FRE 法的损伤识别效果更好。但 FRE 法在单损伤工况下表现较好,在多损伤工况下识别精度相对较差。

为了进一步提高结构损伤识别精度,提出一种利

用模态柔度变化、先定位后定量的结构损伤识别二次反馈岭估计法。其基本思路为:基于构建的模态柔度灵敏度方程,先对 NNLS 法和 FRE 法的损伤定位结果取交集来综合确定疑似损伤单元,再修正正则化矩阵的对角元素,然后进行二次反馈岭估计以完成损伤定量识别。本文在阐述相关研究背景和介绍模态柔度灵敏度方程建立方法的基础上,重点介绍 FRE 法的原理以及本文提出方法的实施过程,最后以某简支梁为例考察本文提出方法的损伤识别性能。

1 模态柔度灵敏度方程

对于具有 n 个自由度和 b 个单元的线弹性结构,其特征值问题可表达为

$$\mathbf{K}\boldsymbol{\varphi}_j = \lambda_j \mathbf{M}\boldsymbol{\varphi}_j \quad (1)$$

$$\tilde{\mathbf{K}}\tilde{\boldsymbol{\varphi}}_j = \tilde{\lambda}_j \tilde{\mathbf{M}}\tilde{\boldsymbol{\varphi}}_j \quad (2)$$

式中, $\mathbf{K}(n \times n)$ 、 $\mathbf{M}(n \times n)$ 分别为未损结构的刚度矩阵和质量矩阵; λ_j 、 $\boldsymbol{\varphi}_j(n \times 1)$ 分别为未损结构模态 j 的特征值和归一化振型; $\boldsymbol{\varphi}_j^T \mathbf{M}\boldsymbol{\varphi}_j = 1$; 式(2)中各符号的意义与式(1)相同,但上标~表示对应损伤结构。

一般假设结构损伤前后的质量矩阵不变,即 $\mathbf{M} = \tilde{\mathbf{M}}$ 。结构在损伤前后的刚度矩阵与各单元损伤程度之间的关系则可以表达为

$$\tilde{\mathbf{K}} = \mathbf{K} + \sum_{j=1}^b \Delta \mathbf{K}_j = \mathbf{K} - \sum_{j=1}^b \alpha_j \mathbf{K}_j \quad (3)$$

式中, $\tilde{\mathbf{K}}(n \times n)$ 、 $\mathbf{K}(n \times n)$ 分别为损伤结构和未损结构的整体刚度矩阵; $\mathbf{K}_j(n \times n)$ 为未损结构单元 j 的刚度矩阵; α_j 为单元 j 的损伤系数,且 $0 \leq \alpha_j \leq 1$ 。

在结构的动力测试中,一般只能准确测量少数低阶模态。因此采用前 m 阶模态参数来近似表达结构的柔度矩阵^[14] 1816-1830, 即

$$\mathbf{F} \approx \sum_{j=1}^m \frac{1}{\lambda_j} \boldsymbol{\varphi}_j \boldsymbol{\varphi}_j^T = \sum_{j=1}^m \mathbf{F}_j \quad (4)$$

$$\tilde{\mathbf{F}} \approx \sum_{j=1}^m \frac{1}{\tilde{\lambda}_j} \tilde{\boldsymbol{\varphi}}_j \tilde{\boldsymbol{\varphi}}_j^T = \sum_{j=1}^m \tilde{\mathbf{F}}_j \quad (5)$$

根据式(4)、式(5)得到,结构损伤前后的模态柔度差矩阵为

$$\Delta \mathbf{F} = \tilde{\mathbf{F}} - \mathbf{F} = \sum_{j=1}^m (\tilde{\mathbf{F}}_j - \mathbf{F}_j) \quad (6)$$

根据式(5)可知,模态柔度矩阵对单元 i 的偏导数为

$$\frac{\partial \mathbf{F}}{\partial \alpha_i} = \sum_{j=1}^m \frac{\partial \mathbf{F}_j}{\partial \alpha_i} = \sum_{j=1}^m \frac{\partial}{\partial \alpha_i} \left(\frac{1}{\lambda_j} \boldsymbol{\varphi}_j \boldsymbol{\varphi}_j^T \right) \quad (7)$$

而模态 j 贡献分量 $\mathbf{F}_j$ 对单元 i 损伤系数的偏导数为

$$\frac{\partial \mathbf{F}_j}{\partial \alpha_i} = \frac{\partial}{\partial \alpha_i} \left(\frac{1}{\lambda_j} \boldsymbol{\varphi}_j \boldsymbol{\varphi}_j^T \right) = \left(\frac{1}{\lambda_j} \frac{\partial \boldsymbol{\varphi}_j}{\partial \alpha_i} \boldsymbol{\varphi}_j^T - \frac{1}{\lambda_j^2} \frac{\partial \lambda_j}{\partial \alpha_i} \boldsymbol{\varphi}_j \boldsymbol{\varphi}_j^T + \frac{1}{\lambda_j} \boldsymbol{\varphi}_j \frac{\partial \boldsymbol{\varphi}_j^T}{\partial \alpha_i} \right) \quad (8)$$

经过整理,式(8)可以进一步表达为

$$\frac{\partial \mathbf{F}_j}{\partial \alpha_i} = \boldsymbol{\Gamma} + \boldsymbol{\Gamma}^T \quad (9)$$

其中,

$$\boldsymbol{\Gamma} = \frac{1}{\lambda_j} \frac{\partial \boldsymbol{\varphi}_j}{\partial \alpha_i} \boldsymbol{\varphi}_j^T - \frac{1}{2\lambda_j^2} \frac{\partial \lambda_j}{\partial \alpha_i} \boldsymbol{\varphi}_j \boldsymbol{\varphi}_j^T \quad (10)$$

$\boldsymbol{\Gamma}$ 也可以用矩阵与向量紧凑地表达为

$$\boldsymbol{\Gamma} = \left[\frac{1}{\lambda_j} \mathbf{I} - \frac{1}{2\lambda_j^2} \boldsymbol{\varphi}_j \right] \left\{ \begin{array}{c} \frac{\partial \boldsymbol{\varphi}_j}{\partial \alpha_i} \\ \frac{\partial \lambda_j}{\partial \alpha_i} \end{array} \right\} \boldsymbol{\varphi}_j^T \quad (11)$$

根据文献[14]¹⁸¹⁶⁻¹⁸³⁰可知,振型与特征值的偏导数为

$$\left\{ \begin{array}{c} \frac{\partial \boldsymbol{\varphi}_j}{\partial \alpha_i} \\ \frac{\partial \lambda_j}{\partial \alpha_i} \end{array} \right\} = \left[\begin{array}{cc} \mathbf{K} - \lambda_j \mathbf{M} & -\mathbf{M} \boldsymbol{\varphi}_j \\ -\boldsymbol{\varphi}_j^T \mathbf{M} & 0 \end{array} \right]^{-1} \left[\begin{array}{c} -\left(\frac{\partial \mathbf{K}}{\partial \alpha_i} - \lambda_j \frac{\partial \mathbf{M}}{\partial \alpha_i} \right) \boldsymbol{\varphi}_j \\ \frac{1}{2} \boldsymbol{\varphi}_j^T \frac{\partial \mathbf{M}}{\partial \alpha_i} \end{array} \right] \quad (12)$$

一般假设结构损伤前后质量不变,则 $\partial \mathbf{M} / \partial \alpha_i = 0$, $\partial \mathbf{K} / \partial \alpha_i = \mathbf{K}_i$ 。根据式(6)、式(7),建立模态柔度矩阵差与单元损伤系数的1阶灵敏度关系为

$$\Delta \mathbf{F} = \sum_{i=1}^b \alpha_i \frac{\partial \mathbf{F}}{\partial \alpha_i} = \sum_{i=1}^b \alpha_i \sum_{j=1}^m \frac{\partial \mathbf{F}_j}{\partial \alpha_i} \quad (13)$$

将式(13)拉直后得到

$$\mathbf{S} \boldsymbol{\alpha} = \boldsymbol{\beta} \quad (14)$$

式中, $\mathbf{S}$ 为拉直后的模态柔度灵敏度矩阵, $\mathbf{S}$ 的第 i 列对应第 i 个单元,等于 $\partial \mathbf{F} / \partial \alpha_i$ 拉直后(各列依次前后连接)形成的列向量; $\boldsymbol{\beta}$ 为 $\Delta \mathbf{F}$ 拉直后的向量。

2 灵敏度方程求解

通常采用最小二乘法来求解式(14),即

$$\boldsymbol{\alpha}_{\text{lsq}} = (\mathbf{S}^T \mathbf{S})^{-1} \mathbf{S}^T \boldsymbol{\beta} \quad (15)$$

当参与计算的单元数量较多时,矩阵 $\mathbf{S}^T \mathbf{S}$ 的条件数往往很大。这导致最小二乘法经常出现难以指示损伤位置和评估损伤程度的病态解。研究表明,式(12)、式(14)的非负最小二乘解具有较好的损伤定位与损伤定量能力,其表达式为

$$\boldsymbol{\alpha}_{\text{nlsg}} = f_{\text{lsqnonneg}}(\mathbf{S}, \boldsymbol{\beta}) \quad (16)$$

式中, $f_{\text{lsqnonneg}}(\cdot)$ 表示计算非负最小二乘解的函数。非负最小二乘解一般能指示损伤单元所在的位置,但往往存在较多干扰。

为了解决病态方程组问题,学者们引入岭估计法以得到更加稳定和精确的解。岭估计法可表达为

$$\boldsymbol{\alpha}_{\text{re}} = (\mathbf{S}^T \mathbf{S} + \gamma \mathbf{I})^{-1} \mathbf{S}^T \boldsymbol{\beta} \quad (17)$$

式中, γ 为岭参数(或称正则化参数); $\mathbf{I}$ 为正则化矩阵($b \times b$),此处取单位对角矩阵。常采用L曲线法来确定合适的岭参数。为了获得更精确的解,文献[17]⁴³⁻⁵⁰利用结构损伤系数具有稀疏性的特点提出了FRE法。该方法通过减小损伤系数较大单元的误差项来提高损伤识别精度。在利用式(17)进行第一次岭估计后,再将 $\mathbf{I}$ 修正为 $\mathbf{I}_f$ 后进行第二次岭估计。记 $\mathbf{I}_f$ 中第 i 个对角元素为 c_i ,则其计算式为

$$c_i = 1 - \left(\frac{\boldsymbol{\alpha}_{\text{rei}}}{\max(\boldsymbol{\alpha}_{\text{re}})} \right)^2, \frac{\boldsymbol{\alpha}_{\text{rei}}}{\max(\boldsymbol{\alpha}_{\text{re}})} > 0.05 \quad (18)$$

$$c_i = 1, \frac{\boldsymbol{\alpha}_{\text{rei}}}{\max(\boldsymbol{\alpha}_{\text{re}})} \leq 0.05 \quad (19)$$

利用 $\mathbf{I}_f$ 得到第二次岭估计(即反馈岭估计)为

$$\boldsymbol{\alpha}_{\text{fre}} = (\mathbf{S}^T \mathbf{S} + \gamma \mathbf{I}_f)^{-1} \mathbf{S}^T \boldsymbol{\beta} \quad (20)$$

文献[17]⁴³⁻⁵⁰研究表明,相比传统岭估计法,FRE法具有更好的损伤识别效果。但是,FRE法在多损伤情况下的损伤定位能力优于损伤定量能力。鉴于NNLS法和FRE法具有较好的损伤定位能力,且产生干扰的未损单元常有不同,因此对它们的损伤定位结果取交集来尽量剔除未损单元的干扰,从而减少疑似损伤单元的数量。在完成损伤定位的基础上,进行二次反馈岭估计来定量评估疑似损伤单元的受损程度。但此时需要将 $\mathbf{I}_f$ 修正为 $\mathbf{I}_{\text{ff}}$ 。记 $\mathbf{I}_{\text{ff}}$ 中第 i 个对角元素为 d_i ,则其计算式为

$$d_i = 1 - \left(\frac{\boldsymbol{\alpha}_{\text{frei}}}{\max(\boldsymbol{\alpha}_{\text{fre}})} \right)^{0.25}, i \in \mathbf{A} \quad (21)$$

$$d_i = 1.5, i \notin \mathbf{A} \quad (22)$$

式中, $\mathbf{A}$ 为由疑似损伤单元组成的集合。利用 $\mathbf{I}_{\text{ff}}$ 得到第三次岭估计(即二次反馈岭估计)为

$$\boldsymbol{\alpha}_{\text{ffre}} = (\mathbf{S}^T \mathbf{S} + \gamma \mathbf{I}_{\text{ff}})^{-1} \mathbf{S}^T \boldsymbol{\beta} \quad (23)$$

应当注意,二次反馈岭估计针对正则化矩阵对角元素的修正方法有所不同。FRE在普通岭估计的基础上,仅减小损伤系数较大单元对应的对角元素;二次反馈岭估计则在前次反馈岭估计的基础上,不仅减小疑似损伤单元对应的对角元素来降低噪声对疑似损伤单元的干扰,还增大其余单元对应的对角元素来使噪声寻得出口。

由于模态柔度灵敏度方程的解实际上对应柔度扰动系数,所以前述各种方法给出的解需要按式(24)进

行加速计算,才能得到准确的刚度扰动系数(损伤系数)^{[17] 43-50}:

$$\alpha_i = \frac{\alpha_i}{1 + \alpha_i} \quad (24)$$

综上所述,本文方法的大致实施步骤如下:

步骤 1: 建立式(14)所示损伤识别线性方程组。

步骤 2: 根据式(16)计算非负最小二乘解,将值大于 0.05 的单元视作损伤单元。

步骤 3: 根据 L 曲线确定最优岭参数 γ , 根据式(17)进行第一次岭估计(普通岭估计)。

步骤 4: 根据式(18)、式(19)得到修正的对角矩阵 I_1 后,利用式(20)进行反馈岭估计,将值大于 0.05 的单元视作损伤单元。

步骤 5: 将非负最小二乘解和反馈岭估计共同指示出的单元指定为疑似损伤单元,完成损伤定位识别。

步骤 6: 根据式(21)、式(22)得到修正的对角矩

阵 I_{ff} 后,利用式(23)进行二次反馈岭估计,完成损伤定量识别。

3 数值算例

3.1 模型参数

以某简支梁为例展开数值分析,其数值模型如图 1 所示。该简支梁长宽高尺寸为 1 750 mm×100 mm×10 mm。材料为 Q235 钢,弹性模量为 2.06×10^{11} Pa,泊松比为 0.3。在进行有限元分析时,将梁沿长度方向均分为 35 个单元,图 1 中靠近节点的数字为节点编号,圆圈内的数字为单元编号。以折减弹性模量的方式来模拟单元损伤。考虑三种损伤工况:①工况 1 (Case 1),假设单元 24 损伤 30%;②工况 2 (Case 2),假设单元 9、21 均损伤 30%;③工况 3 (Case 3),假设单元 7、18、30 分别损伤 25%、20% 和 30%。后续分析仅考虑竖向自由度参与计算。

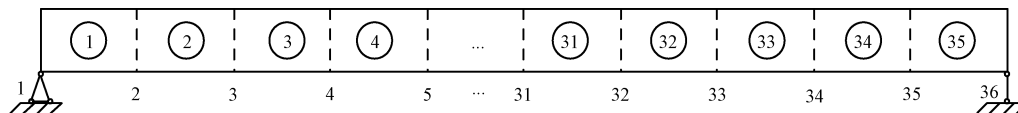


图 1 某简支梁数值模型示意图

Fig. 1 Schematic plot of the numerical model of a simply supported beam

3.2 三种损伤工况的识别结果

假设特征值和振型按如下方式添加噪声:

$$\tilde{\lambda}_j = \tilde{\lambda}_j^* (1 + \varepsilon_1 \psi_1), \tilde{\varphi}_{jk} = \tilde{\varphi}_{jk}^* (1 + \varepsilon_2 \psi_2) \quad (25)$$

式中, $\tilde{\lambda}_j, \tilde{\lambda}_j^*$ 分别为损伤结构模态 j 特征值的含噪、无噪值; $\tilde{\varphi}_{jk}, \tilde{\varphi}_{jk}^*$ 分别为损伤振型 j 在第 k 个自由度的含噪、无噪值; $\varepsilon_1, \varepsilon_2$ 分别为特征值和振型对应的噪声水平; ψ_1, ψ_2 为符合标准正态分布的随机数。

假设参与计算的模态数量 $m=1$, 分别采用 NNLS 法、FRE 法和本文所提方法对 3 种工况进行损伤识别。在不考虑噪声影响(即 $\varepsilon_1=0\%, \varepsilon_2=0\%$)时, 3 种工况下 3 种方法均完全准确地识别出各损伤单元的位置和损伤程度。

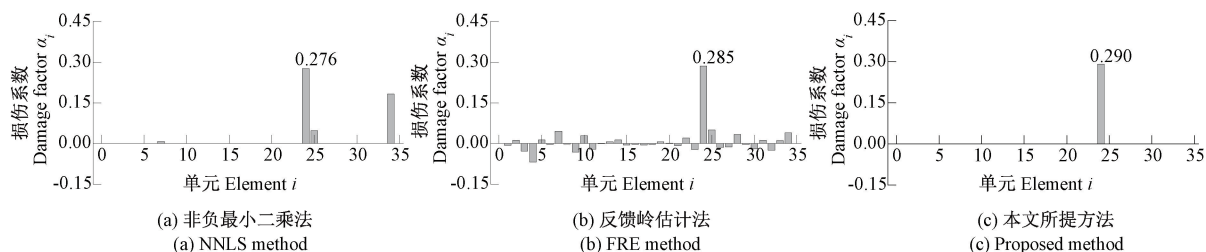
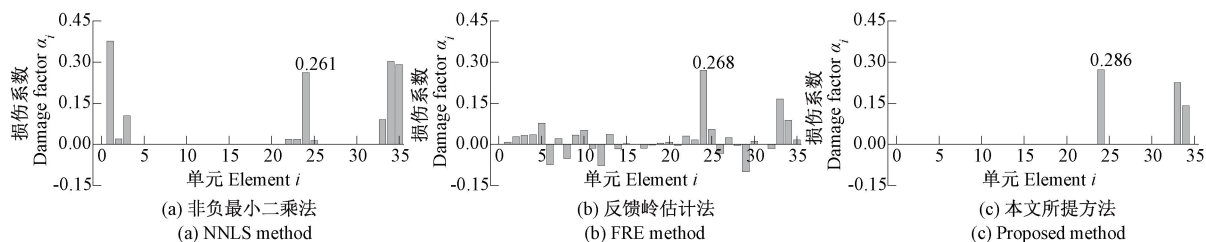
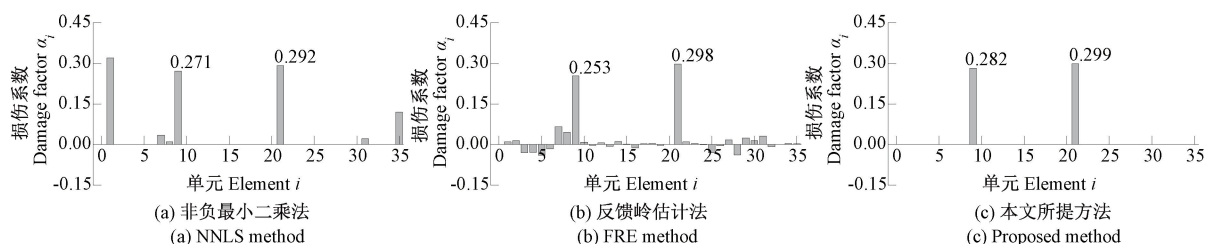
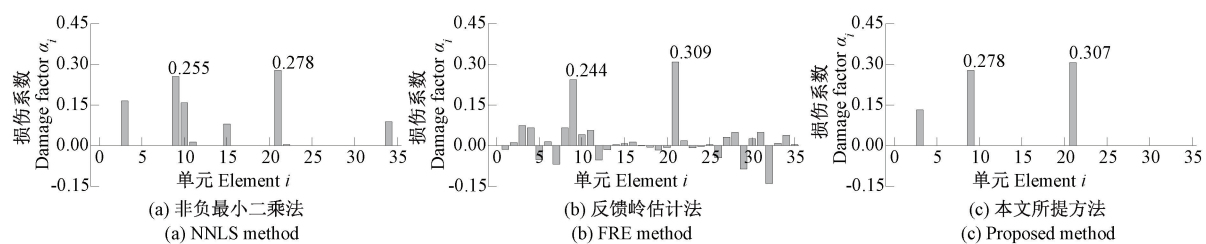
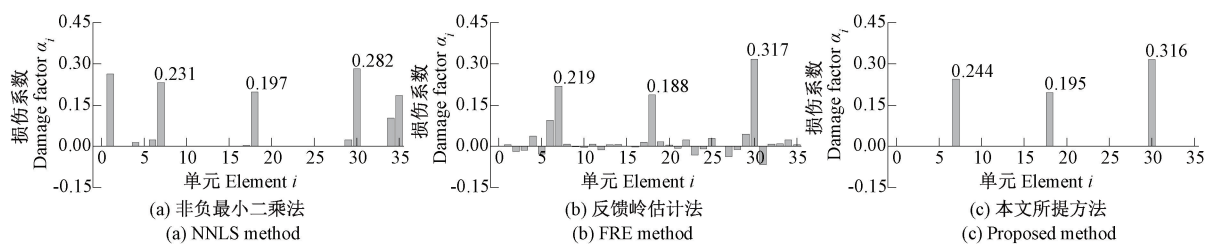
进一步考虑噪声影响, 噪声水平分别考虑($\varepsilon_1=0.5\%, \varepsilon_2=3\%$)和($\varepsilon_1=1\%, \varepsilon_2=6\%$)两种情况。对于任意工况和噪声水平的组合, 各生成 50 组随机噪声来生成含噪振型, 求其平均值后进行模态柔度矩阵的组集^[18]。分别采用 NNLS 法、FRE 法和本文所提方法对 3 种工况进行损伤识别, 计算结果如图 2~图 7 所示。

先考察工况 1 的损伤识别效果。当噪声水平为 $\varepsilon_1=0.5\%, \varepsilon_2=3\%$ 时, NNLS 法计算结果可以指示损伤单元 24 的位置, 但未损单元 25、34 对其干扰较大[图 2(a)]。FRE 法计算结果可以很好地定位损伤单元 24, 此时未损单元带来的干扰比 NNLS 法多但更轻

微[图 2(b)]。相比之下, 本文所提方法完全排除了未损单元的干扰, 且定量识别精度更高[图 2(c)]。当噪声水平增加到 $\varepsilon_1=1\%, \varepsilon_2=6\%$ 时, 尽管 NNLS 法计算结果包含了损伤单元 24, 但受到的干扰明显增大增多[图 3(a)]。FRE 法计算结果突出了损伤单元 24, 但未损单元带来的干扰同样有增多增大的现象[图 3(b)]。本文所提方法计算结果则剔除了很多干扰, 使得损伤单元 24 能更好地被辨识, 其定量识别精度也比其他两种方法有所提高, 但未损单元 34、35 仍然被误判为损伤单元[图 3(c)]。

对于工况 2, 当噪声水平取 $\varepsilon_1=0.5\%, \varepsilon_2=3\%$ 时, NNLS 法计算结果可以指示出损伤单元 9、21, 但未损单元 1 带来极大干扰[图 4(a)]。FRE 法计算结果中损伤单元 9、21 非常突出, 但受到较多未损单元带来的轻微干扰[图 4(b)]。本文所提方法则准确定位了两个损伤单元, 且定量识别的平均误差更小[图 4(c)]。当噪声水平继续增大至 $\varepsilon_1=1\%, \varepsilon_2=6\%$ 时, 对于 NNLS 法, 未损单元带来更多更强的干扰, 但两个损伤单元均可被有效指示[图 5(a)]。对于 FRE 法, 尽管也存在较多干扰, 但两个损伤单元的计算值相对突出[图 5(b)]。本文所提方法中损伤单元受到的干扰得到减少, 仅单元 3 被误判, 定量识别平均误差也较 NNLS 法和 FRE 法有所减小[图 5(c)]。

工况 3 的损伤识别结果出现了与工况 1、2 类似的

图 2 工况 1 损伤识别结果 ($\varepsilon_1 = 0.5\%$, $\varepsilon_2 = 3\%$)Fig. 2 Damage detection results for case 1 ($\varepsilon_1 = 0.5\%$, $\varepsilon_2 = 3\%$)图 3 工况 1 损伤识别结果 ($\varepsilon_1 = 1\%$, $\varepsilon_2 = 6\%$)Fig. 3 Damage detection results for case 1 ($\varepsilon_1 = 1\%$, $\varepsilon_2 = 6\%$)图 4 工况 2 损伤识别结果 ($\varepsilon_1 = 0.5\%$, $\varepsilon_2 = 3\%$)Fig. 4 Damage detection results for case 2 ($\varepsilon_1 = 0.5\%$, $\varepsilon_2 = 3\%$)图 5 工况 2 损伤识别结果 ($\varepsilon_1 = 1\%$, $\varepsilon_2 = 6\%$)Fig. 5 Damage detection results for case 2 ($\varepsilon_1 = 1\%$, $\varepsilon_2 = 6\%$)图 6 工况 3 损伤识别结果 ($\varepsilon_1 = 0.5\%$, $\varepsilon_2 = 3\%$)Fig. 6 Damage detection results for case 3 ($\varepsilon_1 = 0.5\%$, $\varepsilon_2 = 3\%$)

现象。当噪声水平取 $\varepsilon_1 = 0.5\%$ 、 $\varepsilon_2 = 3\%$ 时, NNLS 法计算结果指示了 3 个损伤单元 7、18、30, 但受到未损单元 1、34、35 的较大干扰[图 6(a)]。FRE 法计算结

果突显了 3 个损伤单元, 此时未损单元带来的干扰很小[图 6(b)]。本文所提方法则可以准确定位 3 个损伤单元, 且得到更接近损伤系数真实值的定量识别结

果[图 6(c)]。当噪声水平增加至 $\varepsilon_1 = 1\%$ 、 $\varepsilon_2 = 6\%$ 时, 3 种方法计算结果受到的干扰相应增大增多, 但呈现的规律与之前基本相同(图 7)。

根据上述分析可知, 当考虑噪声影响时, NNLS 法计算结果尽管包含了损伤单元信息, 但受到的干扰往往最强, 损伤单元的定量识别精度较低; FRE 法计算结果则可以更加凸显损伤单元的位置, 但在噪声干扰下定量识别精度略显不足; 相比之下, 本文所提方法对 NNLS 法和 FRE 法计算结果取交集, 可以排除两种计算结果中来自不同未损单元的干扰, 从而更加准确地定位损伤单元, 减少未损单元带来的干扰, 并使定量识别精度得到一定提升。

3.3 统计分析

由于噪声具有随机性, 因此采用蒙特卡洛法来统计分析 NNLS 法、FRE 法和本文所提方法的损伤识别性能。对于损伤工况与噪声水平的任意组合, 均随机生成 5 000 组含噪模态柔度样本, 并计算 3 种方法在各个样本下的损伤识别结果。记 e_{ik} 为样本 k 下损伤单元 i 定量识别相对误差, 且 $e_{ik} = (\alpha_{ik} - \alpha_{ik}^*)/\alpha_{ik}^*$, 其

中 α_{ik} 、 α_{ik}^* 分别为损伤程度识别值和真实值。定义样本 k 下所有损伤单元的定量识别综合误差为 $\chi_k = f_{\text{mean}}(e_{ik})$, 其中 $i \in \mathbf{A}$, $f_{\text{mean}}(\cdot)$ 表示取平均值。将各个样本的综合误差 χ_k ($k = 1, 2, 3, \dots, 5\,000$) 以箱形图的形式绘于图 8、图 9。根据综合误差箱形图上界、箱体高度以及 50% 分位线的位置判断, 对于损伤工况与噪声水平的任意组合, 本文所提方法的定量识别精度均好于 NNLS 法和 FRE 法。

经统计, 本文所提方法定量识别综合误差小于 NNLS 法和 FRE 法的概率分别为: 工况 1, 73.86%、73.42% ($\varepsilon_1 = 0.5\%$, $\varepsilon_2 = 3\%$) 以及 73.30%、68.10% ($\varepsilon_1 = 1\%$, $\varepsilon_2 = 6\%$); 工况 2, 69.80%、76.36% ($\varepsilon_1 = 0.5\%$, $\varepsilon_2 = 3\%$) 以及 68.76%、81.44% ($\varepsilon_1 = 1\%$, $\varepsilon_2 = 6\%$); 工况 3, 65.84%、95.06% ($\varepsilon_1 = 0.5\%$, $\varepsilon_2 = 3\%$) 以及 68.06%、92.00% ($\varepsilon_1 = 1\%$, $\varepsilon_2 = 6\%$)。上述概率值均远高于 50%, 可见在统计意义上本文所提方法具有更强的抗噪鲁棒性和更为可靠的损伤定量识别精度。

4 结论

通过以上分析研究, 得出结论如下:

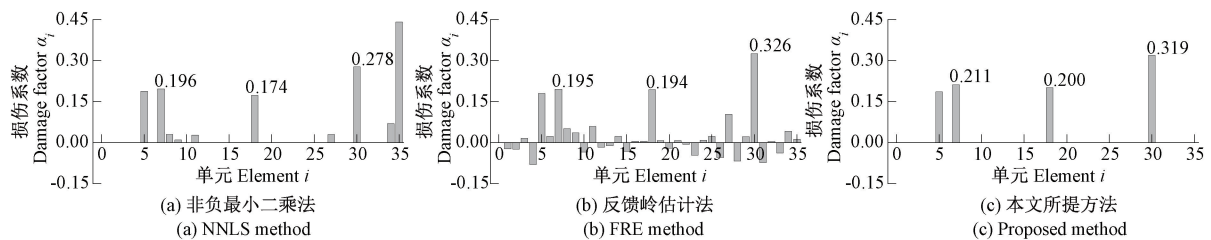


图 7 工况 3 损伤识别结果 ($\varepsilon_1 = 1\%$, $\varepsilon_2 = 6\%$)

Fig. 7 Damage detection results for case 3 ($\varepsilon_1 = 1\%$, $\varepsilon_2 = 6\%$)

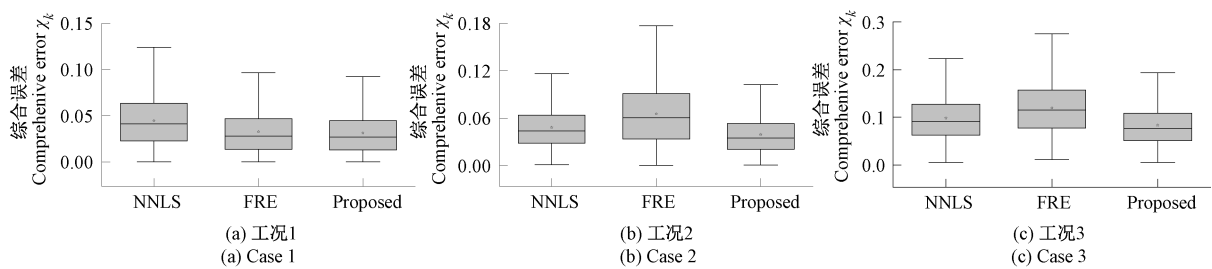


图 8 考虑噪声水平 ($\varepsilon_1 = 0.5\%$, $\varepsilon_2 = 3\%$) 时损伤识别的统计分析结果

Fig. 8 Statistical analysis results of damage detections by considering noise levels ($\varepsilon_1 = 0.5\%$, $\varepsilon_2 = 3\%$)

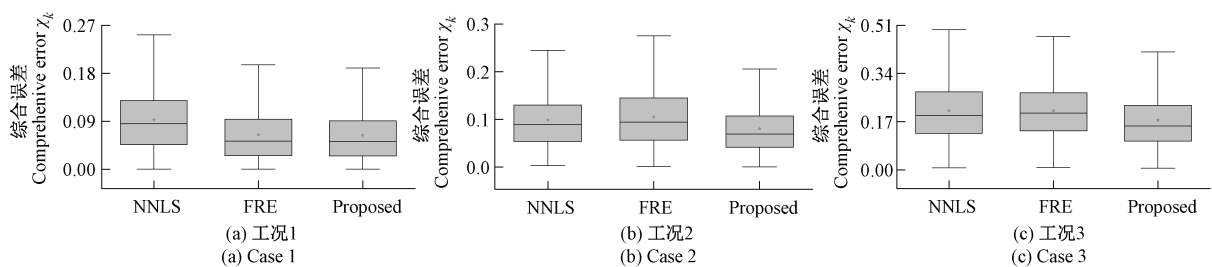


图 9 考虑噪声水平 ($\varepsilon_1 = 1\%$, $\varepsilon_2 = 6\%$) 时损伤识别的统计分析结果

Fig. 9 Statistical analysis results of damage detections by considering noise levels ($\varepsilon_1 = 1\%$, $\varepsilon_2 = 6\%$)

1) 本文提出了一种利用模态柔度变化、先定位后定量的结构损伤识别新方法。损伤定位由 NNLS 法和 FRE 法的计算结果取交集确定, 损伤定量则通过二次反馈岭估计来实现。

2) 某简支梁数值算例表明, 与 NNLS 法和 FRE 法相比, 本文所提方法有利于减少疑似损伤单元数量, 同时还能提高损伤定量识别精度。蒙特卡洛法分析表明, 所提方法具有更强的抗噪鲁棒性, 这使得所提方法可以更加可靠地获得更高精度的损伤识别结果。

参考文献 (References)

- [1] LI Z D, HE W Y, REN W X, et al. Damage detection of bridges subjected to moving load based on domain-adversarial neural network considering measurement and model error [J]. *Engineering Structures*, 2023(293): 116601.
- [2] 干 露, 陈 辉. 基于贝叶斯方法的统计模型修正和结构概率损伤识别[J]. *机械强度*, 2022, 44(1): 133-139.
GAN Lu, CHEN Hui. Statistical model updating and structural probabilistic damage identification based on Bayesian method [J]. *Journal of Mechanical Strength*, 2022, 44(1): 133-139 (In Chinese).
- [3] 余自若, 孙振亚, 张明波, 等. 基于模态参数的铁路站台张弦结构损伤识别[J]. *铁道工程学报*, 2017, 34(7): 84-90.
YU ZiRuo, SUN ZhenYa, ZHANG MingBo, et al. Damage identification of beam string structure on the railway platform based on modal parameter [J]. *Journal of Railway Engineering Society*, 2017, 34(7): 84-90 (In Chinese).
- [4] 刘红波, 王龙轩, 马子达, 等. 分段小波分析与改进粒子群算法的两阶段桁架结构损伤识别[J]. *建筑科学*, 2023, 39(7): 28-36.
LIU HongBo, WANG LongXuan, MA ZiDa, et al. Segmented wavelet analysis and improved particle swarm optimization for two-stage truss structure damage identification [J]. *Building Science*, 2023, 39(7): 28-36 (In Chinese).
- [5] ZHANG Y, MA J, WU X. Locating damages of space trusses by combining cross-model modal strain energy and wavelet transform [J]. *Structures*, 2022(44): 120-134.
- [6] BERNAGOZZI G, MUKHOPADHYAY S, BETTI R, et al. Proportional flexibility-based damage detection for buildings in unknown mass scenarios: The case of severely truncated modal spaces [J]. *Engineering Structures*, 2022 (259): 114145.
- [7] PANDEY A K, BISWAS M. Experimental verification of flexibility difference method for locating damage in structures [J]. *Journal of Sound and Vibration*, 1995, 184(2): 311-328.
- [8] BERNAL D. Load vectors for damage localization [J]. *Journal of Engineering Mechanics*, 2002, 128(1): 7-14.
- [9] PERERA R, RUIZ A, MANZANO C. An evolutionary multiobjective framework for structural damage localization and quantification [J]. *Engineering Structures*, 2007, 29(10): 2540-2550.
- [10] 唐盛华, 周 楠, 方 志, 等. 基于振型加权模态柔度的梁桥损伤识别方法[J]. *地震工程与工程振动*, 2017, 37(6): 98-106.
TANG ShengHua, ZHOU Nan, FANG Zhi, et al. Damage identification method for beam bridge based on mode shape weighted modal flexibility [J]. *Earthquake Engineering and Engineering Dynamics*, 2017, 37(6): 98-106 (In Chinese).
- [11] LI J, WU B S, ZENG Q C, et al. A generalized flexibility matrix based approach for structural damage detection [J]. *Journal of Sound and Vibration*, 2010 (329): 4583-4587.
- [12] LIU H F, WU B S, LI Z G. The generalized flexibility matrix method for structural damage detection with incomplete mode shape data [J]. *Inverse Problems in Science and Engineering*, 2021, 29(12): 2019-2039.
- [13] 黄 铨, 马 俊, 伍晓顺, 等. 基于静力柔度灵敏度的网架结构损伤识别[J]. *力学季刊*, 2023, 44(1): 181-192.
HUANG Hua, MA Jun, WU XiaoShun, et al. Detecting damages of space trusses based on static flexibility sensitivity [J]. *Chinese Quarterly of Mechanics*, 2023, 44(1): 181-192 (In Chinese).
- [14] YAN W J, REN W X. Closed-form modal flexibility sensitivity and its application to structural damage detection without modal truncation error [J]. *Journal of Vibration and Control*, 2014, 20(12): 1816-1830.
- [15] 杨秋伟, 王学航, 李翠红. 基于高次广义柔度灵敏度的结构损伤识别[J]. *固体力学学报*, 2019, 40(2): 157-168.
YANG QiuWei, WANG XueHang, LI CuiHong. Structural damage assessment using the high-order generalized flexibility sensitivity method [J]. *Chinese Journal of Solid Mechanics*, 2019, 40(2): 157-168 (In Chinese).
- [16] 邱飞力, 张立民, 张卫华. 基于模态柔度矩阵的结构损伤识别[J]. *噪声与振动控制*, 2015, 35(4): 101-106.
QIU FeiLi, ZHANG LingMi, ZHANG WeiHua. Structure damage detection based on modal flexibility matrix [J]. *Noise and Vibration Control*, 2015, 35(4): 101-106 (In Chinese).
- [17] 杨秋伟, 陆 晨, 罗 帅, 等. 结构损伤识别的一种反馈岭估计方法[J]. *振动与冲击*, 2020, 39(7): 43-50.
YANG QiuWei, LU Chen, LUO Shuai, et al. A feedback ridge estimate technique for structural damage recognition [J]. *Journal of Vibration and Shock*, 2020, 39(7): 43-50 (In Chinese).
- [18] 谢少鹏, 吴柏生, 钟慧湘. 基于广义模态柔度矩阵的结构损伤识别[J]. *吉林大学学报(理学版)*, 2020, 58(3): 518-526.
XIE ShaoPeng, WU BaiSheng, ZHONG HuiXiang. Structural damage identification based on generalized modal flexibility matrix [J]. *Journal of Jilin University (Science Edition)*, 2020, 58(3): 518-526 (In Chinese).