

弯曲载荷作用下薄壁箱梁复杂裂纹的应力强度因子*

STRESS INTENSITY FACTOR OF COMPLEX CRACKS IN THIN-WALLED BOX GIRDER UNDER BENDING

李 龙**¹ 邓友生***^{1,2} 孟丽青² 彭程谱² 刘俊聪²

(1. 西安交通工程学院 土木工程学院, 西安 710300)

(2. 西安科技大学 建筑与土木工程学院, 西安 710054)

LI Long^{1,2} DENG YouSheng^{1,2} MENG LiQing² PENG ChengPu² LIU JunCong²

(1. Department of Civil Engineering, Xi'an Traffic Engineering Institute, Xi'an 710300, China)

(2. Department of Architecture and Civil Engineering, Xi'an University of Science and Technology, Xi'an 710054, China)

摘要 薄壁箱梁具有壳体和梁的特性,广泛应用于实际工程中。弯曲载荷作用下的薄壁箱梁具有一些复杂的裂纹,如十字型裂纹和周期 T 型裂纹,其实际上是典型的三维裂纹问题,具有多个不同的奇异应力场和应力强度因子。基于 J_2 积分和材料力学中的弯曲理论,提出了一种简单且实用的确定不同应力场对应应力强度因子的方法。同时也给出了有限元数值解与本文解的比较,两者吻合较好。

关键词 薄壁箱梁 应力强度因子 裂纹 守恒定律 有限元

中图分类号 TE905 O346.1

Abstract The thin-walled box girder possess both shell and beam characteristics, which are widely used in practical engineering. The thin-walled box girder under bending with some complex cracks, such as cross-shaped cracks and periodic T-shaped cracks, which are actually typical three-dimensional crack problems with many different singular stress fields and stress intensity factors. In the present article, a very simple and practical technique based on bending theory in material mechanics and J_2 integral is proposed to determine the stress intensity factors. At the same time, the comparison between the finite element numerical solution and the solution is given. And the results from present method are shown to agree well with finite element method.

Key words Thin-walled box girder; Stress intensity factor; Crack; Conservation law; Finite element

Corresponding author: DENG YouSheng, E-mail: dengys2020@126.com

The project supported by the National Natural Science Foundation of China (No. 41672308, 51878554), and the Key Projects of Basic Research Program of Natural Science in Shaanxi Province (No. 2018JZ5012).

Manuscript received 20190909, in revised form 20191008.

引言

薄壁箱梁结构是化工机械设备中常见的结构形式,本文研究的薄壁箱梁是其中的一种。由于加工工艺以及材料本身缺陷等原因,结构中会不可避免的存在缺陷或裂纹,从而影响结构系统的安全性,甚至会引起结构失效。通过大量事故研究表明,这些缺陷和裂纹的存在会导致含裂纹构件的实际强度远低于理论强

度^[1]。传统的强度观点通常把材料视为连续、均匀、各向同性的理想材料,但实际工况中材料很难达到理想状态^[2]。为了确保含裂纹构件长期稳定地安全运行,必须对不可避免存在的裂纹对构件的影响进行预判,从而将发生损失的风险降到最低。在断裂力学问题分析中,应力强度因子作为评估含裂纹构件裂纹断裂韧性的重要参量,在实际工程应用中,如何简洁快速确定构件裂纹尖端的应力强度因子显得尤其重要。一

* 20190909 收到初稿, 20191008 收到修改稿。国家自然科学基金项目 (41672308, 51878554)、陕西省自然科学基金基础研究计划重点项目 (2018JZ5012) 资助。

** 李 龙, 1993 年生, 男, 陕西商洛人, 汉族, 西安科技大学博士研究生, 研究方向为断裂力学和结构安全。

*** 邓友生 (通信作者), 1969 年生, 男, 湖南桂阳人, 汉族, 西安科技大学教授, 博士生导师, 博士, 研究方向为建筑结构工程、基坑支护工程。

般情况,对于含有一个裂纹或者多个具有相同应力场裂纹情形,利用 J_2 积分法^[3-7] 给出应力强度因子的解析解相对容易,如方形截面薄壁管横向裂纹的应力强度因子 K_I ^[8]。由于 J_2 积分只提供一个与应力强度因子有关的方程,该方法只能应用于求解含一个未知应力强度因子的情形,显然,无法满足工程实际的需求。几乎所有涉及到同一截面不同应力场对应的应力强度因子问题被回避^[9-14]。

本文基于材料力学和守恒律的基本理论,通过找出不同应力强度因子之间的简单关系,进而得到了弯曲载荷作用下薄壁箱梁复杂裂纹的应力强度因子。

1 J_2 积分

1.1 三维 J_2 积分

考虑三维位移场,其位移矢量 $\mathbf{u}$ 是 x_1 、 x_2 和 x_3 的函数,对于闭合曲面 Ω ,根据守恒律,式(1)的积分为 0^[15-17]。

$$J_j = \oint_{\Omega} (w \mathbf{n}_j - \mathbf{T}_i \mathbf{u}_{i,j}) d\Omega = 0 \quad i, j = 1, 2, 3 \quad (1)$$

式中, w 为应变能密度; $\mathbf{T}_i$ 为作用于 Ω 外侧的面力矢量, $\mathbf{n}_2$ 为 Ω 的外法线矢量。

含十字裂纹的方形截面薄壁管如图 1 所示。当 x_2 轴与薄壁方形管截面垂直,三维 J_2 积分可用于求解弯曲载荷作用下薄壁箱梁复杂裂纹的应力强度因子。

1.2 二维 J_2 积分

对于二维边值问题,守恒律仍保持式(1)的形式。这时式(1)中的积分路径为 s ,是坐标 x_1 - x_2 平面内的一条闭合曲线。该积分在这样的不含孔洞闭合曲线上的积分值为 0。

$$J_2 = \oint_s (w \mathbf{n}_2 - \mathbf{T}_i \mathbf{u}_{i,2}) ds = 0 \quad (2)$$

单位厚度的 I 型裂纹如图 2 所示,在裂纹尖端近场取闭合积分路径 s_{def} ,其中 s_{de} 为裂纹尖端的直线段; s_{ef} 为四分之一圆弧段。沿着路径 s_{de} 和 s_{ef} , J_2 积分可表示为

$$J_2(s_{\text{de}}) = \int_{s_{\text{de}}} (w \mathbf{n}_2 - \mathbf{T}_i \mathbf{u}_{i,2}) ds = 0 \quad (3)$$

和

$$J_2(s_{\text{ef}}) = \int_{s_{\text{ef}}} (w \mathbf{n}_2 - \mathbf{T}_i \mathbf{u}_{i,2}) ds = \frac{(1 - \mu^2)}{2\pi E} K_I^2 \quad (\text{平面应变}) \quad (4)$$

对于闭合路径 $s = s_{\text{def}} + s_{\text{fd}}$,式(2)可表示为

$$J_2(s) = \int_{s_{\text{def}}} (w \mathbf{n}_2 - \mathbf{T}_i \mathbf{u}_{i,2}) ds + \int_{s_{\text{fd}}} (w \mathbf{n}_2 - \mathbf{T}_i \mathbf{u}_{i,2}) ds = \frac{(1 - \mu^2)}{2\pi E} K_I^2 + J_2(s_{\text{fd}}) = 0 \quad (5)$$

于是

$$J_2(s_{\text{fd}}) = \int_{s_{\text{fd}}} (w \mathbf{n}_2 - \mathbf{T}_i \mathbf{u}_{i,2}) ds = -\frac{(1 - \mu^2)}{2\pi E} K_I^2 \quad (6)$$

其中, μ 为泊松比, E 为弹性模量。

2 弯曲载荷作用下薄壁箱梁周期十字型裂纹的应力强度因子

含十字裂纹的薄壁箱梁如图 1 所示。在平面应变状态下薄壁箱梁共有四个裂纹尖端, x_1 - x_3 平面为含裂纹的对称平面,所有的载荷均作用在该平面上,同时弯曲变形也将发生在这个平面。很显然,当满足 $t \ll L$ 时,薄壁箱梁的形变具有细长梁构件和三维壳体的特征。可以将材料力学中的应力与变形计算方法应用于薄壁箱梁角裂纹的应力强度因子的计算。

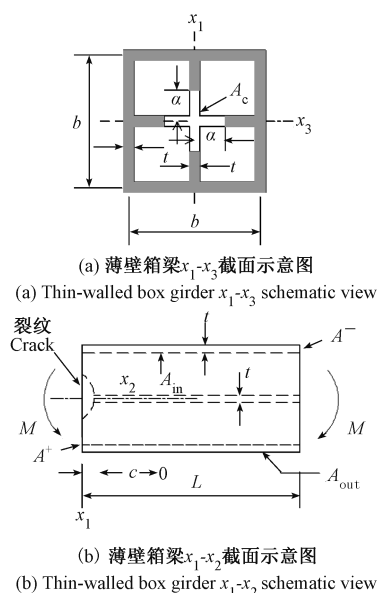


图 1 弯曲载荷作用下薄壁箱梁

Fig.1 Thin-walled box girder under bending

2.1 闭合积分曲面

薄壁箱梁如图 1 所示,在裂纹截面远场受弯曲载荷作用。选取三维闭合曲面 $A_{\text{closed}} = A^+ + A^- + A_{\text{in}} + A_{\text{out}} + A_c$,其中符号“+”表示裂纹截面,“-”表示远场截面, A^+ 为裂纹韧带截面, A^- 为远场无裂纹截面, A_{in} 为箱梁的内侧表面, A_{out} 为箱梁的外侧表面, A_c 为裂纹面。因为 A_{in} 和 A_{out} 为自由面, $\mathbf{T}_i = 0$, $\mathbf{n}_2 = 0$, 因此可得如下结果

$$J_2(A_{\text{in}}) = \iint_{A_{\text{in}}} (w \mathbf{n}_2 - \mathbf{T}_i \mathbf{u}_{i,2}) dA = 0 \quad (7)$$

$$J_2(A_{\text{out}}) = \iint_{A_{\text{out}}} (w \mathbf{n}_2 - \mathbf{T}_i \mathbf{u}_{i,2}) dA = 0 \quad (8)$$

对于积分曲面 A^+ 和 A^- , 不难得到

$$J_2(A^+) = \iint_{A^+} (w \mathbf{n}_2 - \mathbf{T}_i \mathbf{u}_{i,2}) dA = -(\bar{w}^+ - M\phi'^+) \quad (9)$$

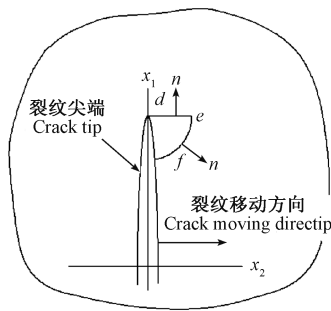


图 2 裂纹尖端近场积分路径

Fig.2 Integration path around crack tip

$$J_2(A^-) = \iint_{A^-} (w n_2 - T_i u_{i,2}) dA = \bar{w}^- M \phi'^- \quad (10)$$

其中, $\bar{w}$ 为箱梁单位轴线长度的应变能密度, ϕ' 为箱梁的轴线曲率。这两个量可由材料力学中的方法确定。在式(7)~式(10)中, $\mathbf{n}$ 均指向曲面的外侧。

$$\phi'^- = \frac{M}{EI} \quad (11)$$

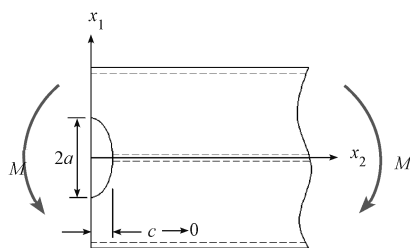
其中, 惯性矩 $I = \frac{1}{12}(3tb^3 + bt^3)$ 。在裂纹截面, 利用椭圆裂纹模型^[18], 如图 3 所示。将裂纹看成由椭圆孔当 $c \rightarrow 0$ 时退化而成, 于是薄壁箱梁可看成一变截面管。裂纹处的轴线曲率可有下列极限求得

$$\phi'^+ = \lim_{c \rightarrow 0} \frac{1}{c} \int_0^c \frac{M}{EI} \frac{dx_2}{8 \left(\frac{a}{b}\right)^3 - 2a't^2/b^3} = \frac{M}{EI} \gamma \left(\frac{a}{b}\right) \quad (12)$$

其中, $a' = a \sqrt{1 - \left(\frac{x_2}{c}\right)^2}$, 令 $\xi = \frac{x_2}{c}$

$$\gamma \left(\frac{a}{b}\right) = \int_0^1 \frac{d\xi}{8 \left(\frac{a}{b}\right)^3 (1 - \xi^2)^{\frac{3}{2}} - 2a \frac{t^2}{b^3} (1 - \xi^2)^{\frac{1}{2}}} \quad (13)$$

图 1 中裂纹面 A_c 由四个裂纹面组成, 其局部放大示意图如图 4 所示, 角裂纹又分为裂尖 K 控制区 A_{gh} 、

图 3 裂纹的椭圆孔洞模型 ($c \rightarrow 0$)Fig.3 Elliptical modelling for cracks with $c \rightarrow 0$

A_{df} 、 A_{mj} 和 A_{pn} , 以及 K 控制区以外的 A_{hfjn} , 于是 $A_c = A_{hfjn} + A_{gh} + A_{df} + A_{mj} + A_{pn}$, 其中包含四个对称应力奇异点 g 、 m 和 p 、 d , 周期裂纹相应的应力强度因子可表示为 $K_{lg} = K_{lm} = K_{lp} = K_{ld}$ 。根据守恒律, 式(1)~式(6)可表示为

$$J_2(A_{gh}) = \iint_{A_{gh}} (w n_2 - T_i u_{i,2}) dA =$$

$$t \int_{s_{gh}} (w n_2 - T_i u_{i,2}) ds = -t \frac{(1 - \mu^2)}{2\pi E} K_{lg}^2$$

相同的方法, 不难得到

$$J_2(A_{df}) = \iint_{A_{df}} (w n_2 - T_i u_{i,2}) dA =$$

$$t \int_{s_{df}} (w n_2 - T_i u_{i,2}) ds = -t \frac{(1 - \mu^2)}{2\pi E} K_{ld}^2 \quad (15)$$

由式(5)、式(14)、式(15)可知, A_c 表面上的 J_2 积分可表示为

$$J_2(A_c) = 2J_2(A_{gh}) + 2J_2(A_{df}) + J_2(A_{hfjn}) = -t \frac{(1 - \mu^2)}{\pi E} K_{lg}^2 - t \frac{(1 - \mu^2)}{\pi E} K_{ld}^2 + J_2(A_{hfjn}) \quad (16)$$

由于裂纹面为自由面, $J_2(A_{hfjn})$ 为小量, 故可以略去。

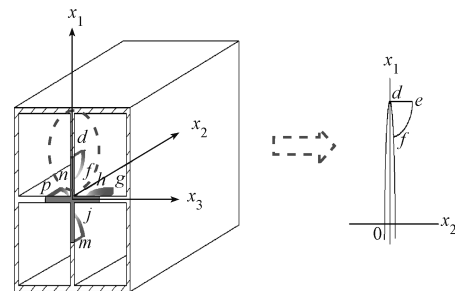


图 4 十字裂纹周边局部放大图

Fig.4 Partial enlargement of the cross crack

将式(7)~式(10)和式(16)代入式(1), 则闭合曲面

$A_{closed} = A^+ + A^- + A_{in} + A_{out} + A_c$ 上的 J_2 积分可表示为

$$-t \frac{(1 - \mu^2)}{\pi E} K_{lg}^2 - t \frac{(1 - \mu^2)}{\pi E} K_{ld}^2 = \frac{M}{2} (\phi'^- - \phi'^+) \quad (17)$$

2.2 正则化应力强度因子

将式(11)、式(12)代入式(17), 可分别得到薄壁箱梁的两种应力强度因子分别为

$$K_{ld} = K_{lg} = \sigma_0 \sqrt{\pi b} f\left(\frac{a}{b}\right) \quad (18)$$

K_{ld} 和 K_{lg} 的正则化应力强度因子为

$$f\left(\frac{a}{b}\right) = \left\{ \frac{t^2}{48b^2(1-\mu^2)} \left[1 - \gamma\left(\frac{a}{b}\right) \right] \right\}^{\frac{1}{2}} \quad (19)$$

3 弯曲载荷作用下薄壁箱梁周期 T 型裂纹的应力强度因子

薄壁箱梁 T 型裂纹构型如图 5 所示,其应力强度因子的计算可采用与上节相同的过程。

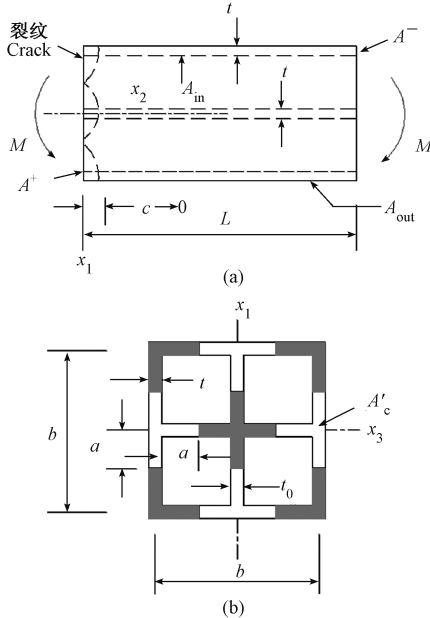


图 5 弯曲作用下薄壁箱梁周期 T 型裂纹

Fig.5 Periodic T-shaped crack of thin-walled box girder under bending

3.1 闭合积分曲面

与上节讨论类似,在三维闭合曲面 $A_{\text{closed}} = A^+ + A^- + A_{\text{in}} + A_{\text{out}} + A'_c$ 上,我们可以得到

$$J_2(A_{\text{in}}) = \iint_{A_{\text{in}}} (w n_2 - T_i u_{i,2}) dA = 0 \quad (20)$$

$$J_2(A_{\text{out}}) = \iint_{A_{\text{out}}} (w n_2 - T_i u_{i,2}) dA = 0 \quad (21)$$

$$J_2(A^+) = \iint_{A^+} (w n_2 - T_i u_{i,2}) dA = -(\bar{w}^+ - M\phi'^+) \quad (22)$$

$$J_2(A^-) = \iint_{A^-} (w n_2 - T_i u_{i,2}) dA = \bar{w}^- - M\phi'^- \quad (23)$$

$$\phi'^- = \frac{M}{EI} \quad (24)$$

其中,惯性矩 $I = \frac{1}{12}(3tb^3 + bt^3)$,裂纹处的轴线曲率可有下极限求得

$$\phi'^+ = \lim_{c \rightarrow 0} \frac{1}{c} \int_0^c \frac{M}{EI} \frac{dx_2}{6\left(\frac{a''}{b}\right)^3 - \frac{2a''t^2}{b^3}} = \frac{M}{EI} \gamma\left(\frac{a}{b}\right) \quad (25)$$

$$\text{其中, } a'' = a \sqrt{1 - \left(\frac{x_2}{c}\right)^2}, \text{ 令 } \xi = \frac{x_2}{c}$$

$$\gamma\left(\frac{a}{b}\right) = \int_0^1 \frac{d\xi}{6\left(\frac{a}{b}\right)^3 (1 - \xi^2)^{\frac{3}{2}} - \frac{2at^2}{b^3} (1 - \xi^2)} \quad (26)$$

图 5 中裂纹面 A'_c 由四个裂纹面组成,其局部放大示意图如图 6 所示。裂纹面①和②、③和④分别对称标注,以①号裂纹面为例,T 型裂纹又分为裂尖 K 控制区 A_{qr} 、 A_{wv} 和 A_{so} ,以及 K 控制区以外的 A_{rov} ,于是 $A'_c = 4(A_{\text{qr}} + A_{\text{wv}} + A_{\text{so}} + A_{\text{rov}})$ 。其中包含 12 个对称应力奇异点 $s, w, q, f, p, z, s', w', q', f', p', z'$,相应的应力强度因子可表示为 $K_{\text{lw}} = -K_{\text{lw}}', K_{\text{ls}} = -K_{\text{ls}}', K_{\text{liq}} = -K_{\text{liq}}', K_{\text{lf}} = -K_{\text{lf}}', K_{\text{lp}} = K_{\text{lp}}', K_{\text{lz}} = K_{\text{lz}}'$,根据守恒律,式(1)~式(6)可表示为

$$J_2(A_{\text{wv}}) = \iint_{A_{\text{wv}}} (w n_2 - T_i u_{i,2}) dA = t \int_{s_{\text{wv}}} (w n_2 - T_i u_{i,2}) ds = -t \frac{(1 - \mu^2)}{2\pi E} K_{\text{lw}}^2 \quad (27)$$

$$J_2(A_{\text{qr}}) = \iint_{A_{\text{qr}}} (w n_2 - T_i u_{i,2}) dA = t \int_{s_{\text{qr}}} (w n_2 - T_i u_{i,2}) ds = -t \frac{(1 - \mu^2)}{2\pi E} K_{\text{liq}}^2 \quad (28)$$

$$J_2(A_{\text{fj}}) = \iint_{A_{\text{fj}}} (w n_2 - T_i u_{i,2}) dA = t \int_{s_{\text{fj}}} (w n_2 - T_i u_{i,2}) ds = -t \frac{(1 - \mu^2)}{2\pi E} K_{\text{lf}}^2 \quad (29)$$

A'_c 曲面中的 J_2 积分可表示为

$$J_2(A'_c) = 4J_2(A_{\text{wv}}) + 4J_2(A_{\text{qr}}) + 4J_2(A_{\text{fj}}) + 4J_2(A_{\text{rov}}) = -2t \frac{(1 - \mu^2)}{\pi E} K_{\text{lw}}^2 - 2t \frac{(1 - \mu^2)}{\pi E} K_{\text{liq}}^2 - 2t \frac{(1 - \mu^2)}{\pi E} K_{\text{lf}}^2 + 4J_2(A_{\text{rov}}) \quad (30)$$

由于裂纹面为自由面, $J_2(A_{\text{rov}})$ 为小量,故可以略去。

将式(27)~式(29)和式(30)带入式(1),则闭合曲面 $A_{\text{closed}} = A^+ + A^- + A_{\text{in}} + A_{\text{out}} + A'_c$ 上的 J_2 积分可表示为

$$-2t \frac{(1 - \mu^2)}{\pi E} K_{\text{lw}}^2 - 2t \frac{(1 - \mu^2)}{\pi E} K_{\text{liq}}^2 - 2t \frac{(1 - \mu^2)}{\pi E} K_{\text{lf}}^2 + \frac{M}{2} (\phi'^- - \phi'^+) \quad (31)$$

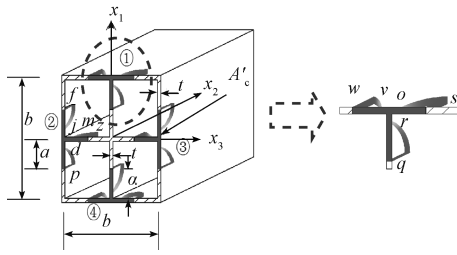


图 6 T 型裂纹周边局部放大图

Fig.6 Partial enlargement of the T crack

3.2 补充方程

因为由 J_2 积分得到的式 (31) 中三个应力强度因子是不同的,为了解决这个问题,我们引入一个补充方程。在纯弯曲载荷的作用下,如图 3 所示裂纹尖端 w 、 q 、 f 处裂纹截面正应力比为

$$\frac{\sigma_{22}^w}{\sigma_{22}^f} = \frac{b}{2a} \quad (32)$$

$$\frac{\sigma_{22}^q}{\sigma_{22}^f} = \frac{b-2a}{2a} \quad (33)$$

$$\sigma_{22}^f = \frac{Ma}{I} \quad (34)$$

比照式 (32) ~ 式 (34), K_{Iw} 、 K_{Iq} 、 K_{If} 可表示为

$$\frac{K_{Iw}}{K_{If}} = \frac{b}{2a} \quad (35)$$

$$\frac{K_{Iq}}{K_{If}} = \frac{b-2a}{2a} \quad (36)$$

$$K_{If} = \frac{Ma}{I} \quad (37)$$

类似的方法见参考文献 [19-20]。

3.3 正则化应力强度因子

将式 (24) ~ 式 (25) 和式 (35) ~ 式 (37) 代入式 (31), 可分别得到薄壁箱梁的 3 种应力强度因子分别为

$$K_{Iw} = \sigma_0 w \sqrt{\pi b} f_w \left(\frac{a}{b} \right) \quad (38)$$

$$K_{Iq} = \sigma_0 q \sqrt{\pi b} f_q \left(\frac{a}{b} \right) \quad (39)$$

$$K_{If} = \sigma_0 f \sqrt{\pi b} f_f \left(\frac{a}{b} \right) \quad (40)$$

其中, $\sigma_{0w} = \frac{M}{I} \left(\frac{b}{2} \right)$, $\sigma_{0q} = \frac{M}{I} \left(\frac{b-2a}{2} \right)$, $\sigma_{0f} = \frac{M}{I} a$, K_{Iw} 、 K_{Iq} 和 K_{If} 的正则化应力强度因子为

$$f_w \left(\frac{a}{b} \right) = \left\{ \frac{1}{2b(\mu^2 - 1)} \frac{1}{1 - 2 \left(\frac{a}{b} \right) + 4 \left(\frac{a}{b} \right)^2} \left[1 - \gamma \left(\frac{a}{b} \right) \right] \right\}^{1/2} \quad (41)$$

$$f_q \left(\frac{a}{b} \right) = \left\{ \frac{1}{\mu^2 - 1} \frac{1}{5 - 16 \left(\frac{a}{b} \right) + 32 \left(\frac{a}{b} \right)^2} \left[1 - \gamma \left(\frac{a}{b} \right) \right] \right\}^{1/2} \quad (42)$$

$$f_f \left(\frac{a}{b} \right) = \left\{ \frac{1}{24(\mu^2 - 1)} \frac{3 + \left(\frac{a}{b} \right)^2}{1 - 2 \left(\frac{a}{b} \right) + 4 \left(\frac{a}{b} \right)^2} \left[1 - \gamma \left(\frac{a}{b} \right) \right] \right\}^{1/2} \quad (43)$$

4 有限元分析与本文解的比较

利用 Abaqus 软件对本文模型进行有限元分析。选用的单元类型为八结点线性六面体单元 (C3D8R)。模型材料属性设置为弹性模量 $E = 200 \text{ GPa}$, 泊松比 $\mu = 0.3$ 。有限元模型的几何尺寸为: 边长 $b = 300 \text{ mm}$, 壁厚 $t = 10 \text{ mm}$, 加强筋厚 $t_0 = 10 \text{ mm}$, $L = 1000 \text{ mm}$ 。裂纹尖端采用四分点退化而成的奇异单元。有限元模型如图 7 所示, 本文解与有限元解的比较结果如图 8、图 9 所示。

4.1 薄壁箱梁的有限元模型

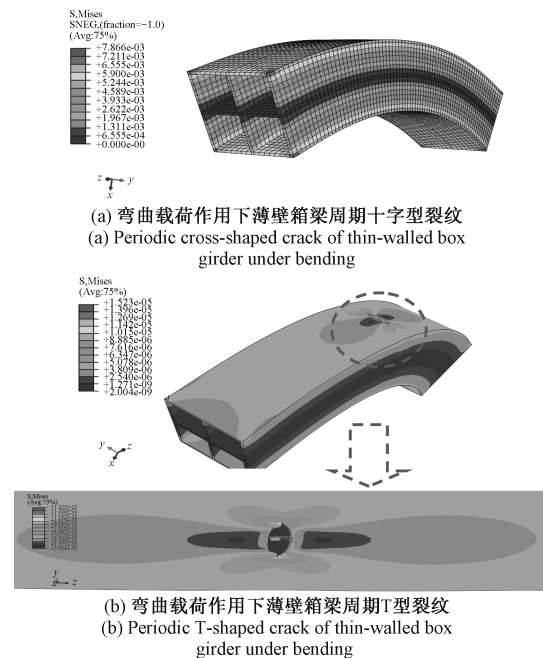


图 7 薄壁箱梁的有限元模型

Fig.7 Finite element model of thin-walled box girder

4.2 弯曲作用下薄壁箱梁周期十字型裂纹的应力强度因子有限元解与本文解的比较

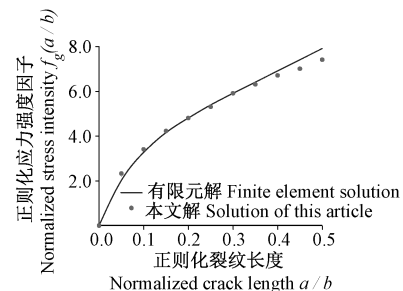
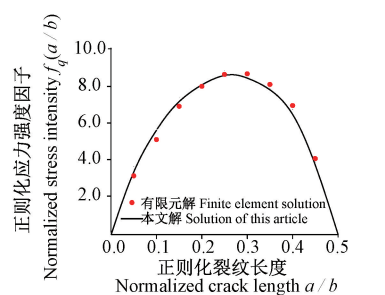
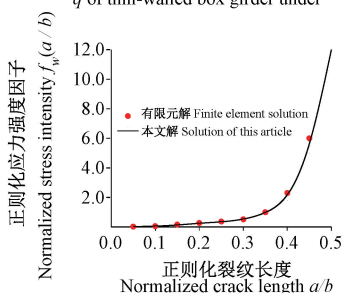


图 8 弯曲载荷作用下薄壁箱梁周期十字型裂纹
Fig.8 Periodic cross-shaped crack of thin-walled box girder under bending

4.3 弯曲作用下薄壁箱梁周期 T 型裂纹的应力强度因子有限元解与本文解的比较



(a) 弯曲荷载作用下薄壁箱梁周期 T 型裂纹 q 处的应力强度因子与有限元的比较
(a) Comparison of stress intensity factor and finite element of periodic T-shaped crack q of thin-walled box girder under bending



(b) 弯曲荷载作用下薄壁箱梁周期 T 型裂纹 w 处的应力强度因子与有限元的比较
(b) Comparison of stress intensity factor and finite element of periodic T-shaped crack w of thin-walled box girder under bending

图 9 弯曲荷载作用下薄壁箱梁周期 T 型裂纹本文解与有限元解的比较

Fig.9 Comparison of the solution and finite element solution for the periodic T-shaped crack of thin-walled box girder under bending

5 结论

本文根据材料力学平截面的变形假设,提出了同一含裂纹截面不同应力场对应的应力强度因子之间的补充方程,并通过与 J_2 积分方程联立,建立了弯矩作用下薄壁箱梁复杂裂纹应力强度因子的求解方法。最后,采用 Abaqus 对本文模型进行数值模拟,将本文解与有限元法得出的解进行比较,验证了本文方法的有效性。本文提出的方法丰富了 J_2 积分在求解应力强度因子方面的应用,并适用于其他类似结构在平面弯曲作用下同一截面多个不同裂纹应力强度因子的求解。

参考文献 (References)

- [1] 程 靳,赵树山.断裂力学[M].北京:科学出版社,2006:1-5.
CHENG Jin, ZHAO ShuShan. Fracture mechanics [M]. Beijing: Science Press, 2006: 1-5 (In Chinese).
- [2] 丁遂栋,孙利民.断裂力学[M].北京:机械工业出版社,1997:1-12.
DING SuiDong, SUN LiMin. Fracture mechanics [M]. Beijing: Mechanical Industry Press, 1997: 1-12 (In Chinese).
- [3] Xie Y J, Xu H, Li P N. On K_I estimates of cracked pipes using an elliptical hole model and elementary beam strength theory of cracked

beams [J]. Engineering Fracture Mechanics, 1998(59): 399-402.

- [4] Xie Y J. A theory on cracked pipe [J]. International Journal of Pressure Vessels and Piping, 1998(75): 865-869.
- [5] Xie Y J. An analytical method on circumferential periodic cracked pipes and shells [J]. International Journal of Solids and Structures, 2000(37): 5189-5201.
- [6] Xie Y J, Zhang X, Wang X H. An exact method on penny-shaped cracked homogeneous and composite cylinders [J]. International Journal of Solids and Structures, 2001(38): 6953-6963.
- [7] Rice J R. A path independent integral and approximate analysis of strain concentration by notches and crack [J]. Journal of Applied Mechanics, 1968, 35(2): 379-386.
- [8] 谢禹钧. 方形截面薄壁管横向裂纹的应力强度因子 K_I [J]. 工程力学, 2004, 21(6): 183-186.
XIE YuJun. Stress intensity factor K_I for cracked box beams [J]. Engineering Mechanics, 2004, 21(6): 183-186 (In Chinese).
- [9] 尤国武, 谢禹钧. 工字型截面梁腹板中心裂纹的应力强度因子 [J]. 辽宁石油化工大学学报, 2006, 26(2): 63-65.
YOU GuoWu, XIE YuJun. Stress intensity factor for center crack in sectional I-beam [J]. Journal of Liaoning Shihua University, 2006, 26(2): 63-65 (In Chinese).
- [10] 谢禹钧. 弯曲荷载作用下工字形截面梁腹板中心穿透裂纹的应力强度因子 [J]. 机械强度, 2006, 28(3): 397-400.
XIE YuJun. Stress intensity factors of penetrating cracks in the center of beam ventral plate under bending load [J]. Journal of Mechanical Strength, 2006, 28(3): 397-400 (In Chinese).
- [11] XIE Y J, XU H, LI P N. Crack mouth widening energy-release rate and its application. [J] Theor Appl Fract Mech, 1998, 29(3): 195-203.
- [12] XIE Y J, Xu H, Li P N. On K_I estimates of cracked pipes using an elliptical hole model and elementary beam strength theory of cracked beams [J]. Eng Fract Mech, 1998(59): 399-402.
- [13] XIE Y J. A theory on cracked pipe [J]. Int J Pressure Vessels Piping, 1998(75): 865-869.
- [14] XIE Y J. An analytical method on circumferential periodic cracked pipes and shells [J]. Int J Solids Struct, 2000(37): 5189-5201.
- [15] XIE Y J, WANG X H. Application of G-integral on cracked structural beams [J]. Journal of Constructional Steel Research, 2004, 60(9): 1271-1290.
- [16] 刘 胜, 谢禹钧. 扭转荷载作用下槽钢裂纹的应力强度因子研究 [J]. 机械研究与应用, 2016, 29(1): 62-64.
LI Sheng, XIE Yu Jun. Study on stress intensity factors of channel steel crack under the torsional loading [J]. Mechanical Research & Application, 2016, 29(1): 62-64 (In Chinese).
- [17] BUDIANSKY B, RICE J R. Conservation laws and energy release rates [J]. Journal of Applied Mechanics, 1973(40): 201-203.
- [18] XIE Y J, XU H, LI P N. Crack mouth widening energy release rate and its applications [J]. Theoretical and Applied Fracture Mechanics, 1998(29): 195-203.
- [19] YUAN H, LIU W J, XIE Y J. Mode-I stress intensity factors for cracked special-shaped shells under bending [J]. Engineering Fracture Mechanics, 2019(207): 131-148.
- [20] TADA H, PARIS P C, IRWIN G R. The stress analysis of cracks handbook [M]. Beijing: Science Press, 2000: 481-482.