

基于加速度频响函数的改进响应面模型修正^{*}

MODIFIED RESPONSE SURFACE MODEL UPDATING BASED ON ACCELERATION FREQUENCY RESPONSE FUNCTION

杨成浩^{**} 彭珍瑞^{***} 董海棠

(兰州交通大学 机电工程学院, 兰州 730070)

YANG ChengHao PENG ZhenRui DONG HaiTang

(School of Mechatronics Engineering, Lanzhou Jiaotong University, Lanzhou 730070, China)

摘要 为提高模型修正精度,将加速度频响函数引入到改进的响应面模型修正当中。首先分别采用模态参与度准则和有效独立法确定试验最佳激励点和测量点,然后根据待修正参数选取样本点,计算其对应的加速度频响函数,构造初始响应面模型;其次利用三倍方差准则,对预测值进行检验,剔除远离响应面的离群点;再优化初始响应面模型得到最优解作为新的样本点,利用比值型加权方法进行加权,构造加权响应面模型;之后使用改进的响应面模型代替有限元模型,再以频率响应差最小构造目标函数,利用布谷鸟算法求解参数修正值。使用典型的桁架结构模型进行验证,结果表明,改进后的响应面模型计算精度和计算效率都有所提高。

关键词 模型修正 加速度频响函数 三倍方差准则 权重 改进响应面

中图分类号 TB123 TH113.1

Abstract In order to improve the accuracy of model updating, the acceleration frequency response function is introduced into the improved response surface model updating. Firstly, the modal participation criterion and the effective independence method are applied to determine the best incentive point and the measuring point; the sample points are selected according to the parameters to be modified; the acceleration frequency response functions of the sample points are calculated; the initial response surface model is constructed. Secondly, the predicted value is tested by using the triple variance criterion; the outliers far from the response surface are eliminated. Thirdly, the initial response surface model is optimized to obtain the optimal solution as a new sample point; the weighted response surface model is constructed by using the ratio weighting method. Then, the finite element model is replaced by the improved response surface model; the objective function is constructed with the minimum of frequency response difference; the modified parameters are solved by cuckoo algorithm. The typical truss structure model is used to verify the effectiveness. The results show that the accuracy and efficiency of the improved response surface model are improved.

Key words Model updating; Acceleration frequency response function; Triple variance criterion; Weight; Improved response surface

Corresponding author: PENG ZhenRui, E-mail: pzrui@163.com, Tel: +86-931-4955789, Fax: +86-931-4955789

The project supported by the National Natural Science Foundation of China (No. 51768035), and the Collaborative Innovation Team Project of Universities in Gansu Province (No. 2018C-12), and the Talent Project of Lanzhou City (No. 2017-RC-66).

Manuscript received 20190822, in revised form 20191125.

引言

目前模型修正方法可以分为基于模态参数的模型修正和基于频响函数的模型修正两类^[1]。基于模态参数的模型修正是通过试验特征值和特征向量来调整

预测参数,一般通过前几阶实测模态频率和振型进行修正,但是仅仅依靠几阶模态来修正有限元模型是不够充分的,还需考虑模态分析与振型匹配的问题^[2]。因此基于频响函数的模型修正拥有更大的优势,比如无需进行模态分析与振型匹配,适合模态分布相对密

^{*} 20190822 收到初稿, 20191125 收到修改稿。国家自然科学基金项目 (51768035), 甘肃省高校协同创新团队项目 (2018C-12), 兰州市人才创新创业项目 (2017-RC-66) 资助。

^{**} 杨成浩, 男, 1996 年 1 月生, 甘肃武威人, 汉族。兰州交通大学硕士研究生, 研究方向为模型修正。

^{***} 彭珍瑞, 男, 1972 年生, 甘肃民勤人, 汉族。兰州交通大学教授, 博士, 博士生导师。研究方向为传感器优化布置、模态分析、随机模型修正。

集的结构等^[3]。此外,频响函数也可以提供更多的结构振动信息,包含更多的频率点信息,可以增加可利用的数据信息,适用范围更广,但是目前在代理模型修正中作为响应的应用却很少^{[4] 341-347}。

模型修正方法在工程应用中的主要局限之一是计算效率过低。理论上,有限元网格的划分密度越大,结构响应预测的精度越高,修正结果越可靠。但是,过于精细的有限元网格会导致计算时间增加。代理模型作为一种快速迭代的替代方法引起了研究者的广泛关注。代理模型不需要像有限元模型那样进行复杂的计算,它是利用设计参数作为输入,以结构响应作为输出直接构造的一种近似模型^[5]。

一般都是通过实际测量的数据建立有限元模型,因此实际测量的数据一定程度上影响甚至决定了所建立的有限元模型和代理模型精度。实际测量时,由于存在噪声、电磁干扰、仪表故障等因素,可能会导致采集的数据异常,而这些远离主要数据点的异常点被称为离群点^{[6]99-104}。传统建模方法无法识别离群点,可能会造成所建立的代理模型拟合了数据中的离群点,导致所建立的模型产生一定的偏离和误差。

目前常用的代理模型有响应面法(RSM)、支持向量机响应面(SVM)、径向基函数(RBF)、Kriging 模型等。响应面法具有原理简单、计算量小且易于实现的优势,目前得到较为广泛的应用^[7]。此方法于 1951 年提出,然后在各个领域得到了迅速的推广^[8];Shan D 等将桥梁的位移量和模态频率同时作为其修正目标,实现了基于响应面法的桥梁结构静动力联合修正^[9];Zhou L 等利用高斯径向基函数响应面法完成了东营大桥模型修正^[10];赵明华等利用移动最小二乘法,以随机变量均值为中心点的简化实验设计构造初始响应面,并依次更新得到改进后的响应面,用做结构的可靠性评估^{[11]2539-2542};韩芳等提出先根据方差分析或先验信息进行设计参数筛选,然后基于样本点对目标函数贡献的差异性提出通过加权来改进二次响应面,并且采用算例验证该方法的有效性^[12];李世龙等通过对核函数、输入样本数据及训练样本选择方法的改进,提出一种改进的最小二乘响应面模型修正方法,并将其运用于发射台骨架的模型修正及损伤识别^[13]。

本文将响应面模型用于基于频响函数的模型修正。首先根据待修正参数及其加速度频响函数,建立了初始响应面模型;然后用三倍方差准则剔除离群点,再对初始响应面模型进行优化得到新的样本点,基于新样本点利用比值型加权方法进行加权,构造改进响应面模型;再将满足精度要求的改进响应面模型应用于桁架结构的模型修正,采用全局寻优能力较好的布谷鸟算法对设计参数进行求解。最后,利用典型的数

值桁架结构验证该方法的有效性。

1 加速度频响函数

加速度频响函数模型修正方法是一种利用振动试验测量的加速度频响函数和有限元计算所得的加速度频响函数建立修正参数关系表达式的方法^{[4]341-347}。

在频域内,一个 n 自由度阻尼系统在简谐激励作用下的运动方程可以表示为

$$(-\omega^2 \mathbf{M} + i\omega \mathbf{C} + \mathbf{K}) \mathbf{X}(\omega) = \mathbf{F}(\omega) \quad (1)$$

式中, ω 为激励频率; $\mathbf{M}$ 、 $\mathbf{C}$ 和 $\mathbf{K}$ 分别表示质量矩阵、阻尼矩阵和刚度矩阵; $\mathbf{F}(\omega)$ 表示简谐激励;稳态响应 $\mathbf{X}(\omega)$ 可表示为

$$\mathbf{X}(\omega) = \mathbf{H}(\omega) \mathbf{F}(\omega) \quad (2)$$

式中, $\mathbf{H}(\omega)$ 为加速度频响函数。其中,加速度频响函数矩阵为

$$\mathbf{H}(\omega) = \left[\mathbf{M} - i \frac{\mathbf{C}}{\omega} - \frac{\mathbf{K}}{\omega^2} \right] \quad (3)$$

2 基于改进响应面的模型修正

2.1 响应面代理模型

响应面代理模型修正先要采用试验设计理论抽取样本点,然后利用抽取的样本点构造显式的近似表达式来代替原设计问题中隐式的目标函数、约束函数以及设计变量的关联关系,从而预测非样本点的响应值的方法^[14]。

基于响应面模型修正作为近年来一个研究热点,是以显式的响应面模型,代替原有限元模型,再利用其进行复杂计算,实现优化修正和预测响应等^{[15] 455-460}。常见的响应面代理模型有线性模型、线性交互模型、二次模型、二次交互型四种模型。二次交互型响应面模型作为最常用的代理模型,其精度和效率都满足需要,因此选择二次交互型响应面模型,其计算公式如下

$$y = \beta_0 + \sum_{i=1}^k \beta_i x_i + \sum_{i=1}^k \beta_{ii} x_i^2 + \sum_{i < j} \sum_{i=1}^k \beta_{ij} x_i x_j + \varepsilon \quad (4)$$

式中, β 为常系数,通过对函数近似误差 ε 的最小二乘估计来求解; k 为参数个数; x_i 表示修正参数 1 的效应; x_j 表示修正参数 2 的效应; $x_i x_j$ 表示参数间相互效应; ε 为函数近似误差;响应面模型修正对试验数据的拟合程度由如下评价指标来检验,即修正的负相关系数 R_{adj}^2 和均方误差 R_{MSE}

$$R^2 = 1 - \frac{\sum_{j=1}^N [y_r(j) - y(j)]^2}{\sum_{j=1}^N [y(j) - \bar{y}]^2} \quad (5)$$

$$R_{\text{adj}}^2 = 1 - \frac{n-1}{n-p} (1 - R^2) \quad (6)$$

$$R_{\text{MSE}} = 100 \times \frac{\sum_{j=1}^N [y_r(j) - y(j)]^2}{n\sigma [y(j)]^2} \quad (7)$$

式中, y_r 为响应面模型的计算值; y 为实验值; $\bar{y}$ 为实验值的均值; N 为样本点的个数; n 表示试验运行的次数; p 为在输入量和输出量个数之和的基础上加 1; σ 为实验值的标准偏差。 R_{adj}^2 值越接近 1 说明回归模型越准确, 而 R_{MSE} 值越小说明拟合度就越好。

2.2 三倍方差准则

三倍方差准则又被称作拉依达准则, 指先假设一组检测数据只含有随机误差, 对其进行计算得到其标准偏差, 然后按一定概率确定一个区间, 认为凡超过这个区间的误差, 就不属于随机误差而是粗大误差, 含有该误差的数据应予以剔除^{[6]99-104}。

三倍方差准则也被写作 3σ 准则, 其中 σ 代表标准差, μ 代表均值, 其原则为: 数值分布在 $(\mu - \sigma, \mu + \sigma)$ 中的概率为 0.682 7; 数值分布在 $(\mu - 2\sigma, \mu + 2\sigma)$ 中的概率为 0.954 5; 数值分布在 $(\mu - 3\sigma, \mu + 3\sigma)$ 中的概率为 0.997 3。

因此可以认为, 取值几乎都会全部集中在 $(\mu - 3\sigma, \mu + 3\sigma)$ 区间内, 超出这个范围的可能性仅占不到 0.3%, 由此利用此方法进行离群点剔除。

2.3 加权响应面模型

响应面代理模型被构建的过程中, 由于样本点存在随机性, 因此不同样本点对所构造响应面的贡献是不一样的。为了提高响应面计算精度, 在此以样本点对目标函数贡献大小来赋权重值的大小, 使距离目标函数较远的样本点赋权重值小, 由此提出改进响应面的方法^{[15]455-460}。

加权响应面法的基本思想就让离响应面 $g(x)$ 越近的样本点, 在确定常系数 β 时发挥越重要的作用, 从而使得构造的响应面模型能够更近似实际模型^{[15]455-460}。基于此, 样本点权重系数用 $\omega = \text{diag}(\omega_j)$ ($1 \leq j \leq N$) 表示, 由此重新计算的响应阵列中系数 β_1 为

$$\beta = (A^T A)^{-1} A^T y \quad (8)$$

$$\beta_1 = (A^T \omega^T \omega A)^{-1} A^T \omega^T \omega y \quad (9)$$

式中, A 是样本点构成的回归系数矩阵, 形式如下

$$A = \begin{bmatrix} 1 & x_{11} & \cdots & x_{1n} \\ 1 & x_{21} & \cdots & x_{2n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ 1 & x_{m1} & \cdots & x_{mn} \end{bmatrix} \quad (10)$$

利用比值型的加权方法, 对抽样的 N 个样本点进行排序, 距离目标函数最近的样本点赋权重值为 1, 其余权重 g_{best} 按比例缩小

$$\begin{cases} g_{\text{best}} = \min_{i=1}^N (x_i) \\ \omega_i = g_{\text{best}} / g(x_i) \end{cases} \quad (11)$$

确定权重矩阵 ω_i 后, 利用最小二乘法进行迭代直至计算结果收敛。若结果不收敛, 表明构造的初始响应面模型存在缺陷, 此时需重新构造初始响应面。

2.4 目标函数

通常频响函数曲线在一些频率点的值较大, 可能会影响响应面模型的预测精度, 因此本文取其对数值 ($\lg(\text{FRF})$) 作为响应。然后利用加速度频响函数的差值构造目标函数, 定义如下

$$O_{\text{bj}} = \sum_{f=1}^{\max F} |\hat{y}_f - \lg H_f(2\pi f)| \quad (12)$$

式中, $\hat{y}_f$ 表示改进响应面模型在频率点 f 得到的预测响应; $\max F$ 表示观测的最大频率点; $H_f(2\pi f)$ 表示试验模型在频率点 f 的加速度频响函数。

布谷鸟算法具有特有的莱维性能, 使其具备较强的全局搜索能力, 而且, 此算法参数少, 操作简单, 易于实现, 寻优性能比较优异。故本文选用布谷鸟算法来求解参数修正值。

2.5 模型修正流程

本文的模型修正过程如图 1 所示, 在构造响应面模型前, 先对待修正参数进行试验设计抽取一定数量的样本点, 然后求得样本点对应的加速度频响函数构造初始响应面模型, 接着用三倍方差准则淘汰离群点, 然后对初始响应面模型进行优化得到新的样本点, 基于新的样本点利用比值型加权方法进行加权, 构造改进响应面模型。然后让改进响应面模型代替有限元模型参与迭代优化, 求得结构参数的修正值。

3 数值算例

在此以一个典型的平面桁架结构来验证经过改进以后的响应面模型修正方法的有效性。如图 2 所示, 该桁架模型由 40 个杆单元组成, 共有 18 个节点和 33 个自由度, 所有杆单元的弹性模量为 200 GPa, 密度为 $7800 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$, 1~9 号单元、10~18 号单元、19~26 号单元以及 27~40 号单元的横截面积分别为 18 cm^2 、 15 cm^2 、 10 cm^2 和 12 cm^2 。

3.1 激励点和测点的选取

采用模态参与度准则来选择试验激励点。模态参与度被用来评价结构各个自由度对于激发结构各阶模态的贡献, 可用下式表示

$$\begin{cases} W_{qi} = \sum_{p=1}^{N_0} |A_{pqi}| \\ p = 1, 2, \dots, N_0 \quad i = 1, 2, \dots, r \end{cases} \quad (13)$$

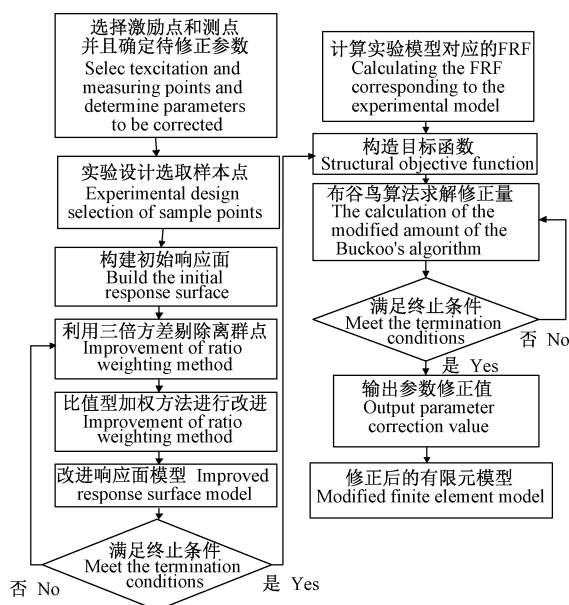


图1 模型修正流程图

Fig.1 Flowchart of model updating

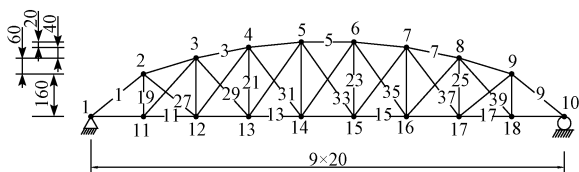


图2 平面桁架模型

Fig.2 Plane truss model

式中,下标 p 和 q 分别表示输出和输入自由度; r 表示模态总数; N_0 表示自由度数; A_{pq} 表示留数。

假设结构为比例阻尼,频响函数可表示为

$$H_{pq}(\omega) = \sum_{i=1}^r \frac{\phi_{pi} \phi_{qi}}{\omega_i^2 - \omega^2 + 2i\xi_i \omega \omega_i} \quad (14)$$

式中, ϕ_{pi}, ϕ_{qi} 分别为模态矩阵中的第 (i, p) 和 (i, q) 项, ω_i 为第 i 阶共振频率, ξ_i 为第 i 阶模态阻尼。此时,式中的留数可表示为

$$A_{pq} = \phi_{pi} \phi_{qi} \quad (15)$$

第 q 个自由度对激发所有感兴趣模态的贡献度,可用下式表示

$$W_q = \sum_{i=1}^r W_{qi} \quad q = 1, 2, \dots, N_0 \quad (16)$$

单输入单输出模态响应试验中的最佳激励点可选 W_q 值最大的结构自由度。桁架结构各个自由度的 W_{qi} 和 W_q 值如图3所示。

由图3可以看出,即14节点Y方向自由度的 W_q 最大,所以选第26个自由度为试验最佳激励点;此外测点也有许多选取方法,但大多数方法均为多测点的选取。根据模型的特点,此处采用有效独立法^[16]选取测量点,选取第3自由度为传感器测点。

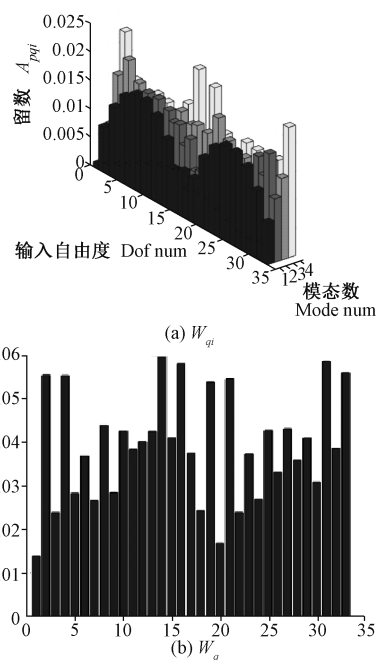


图3 模态参与度值

Fig.3 Value of modal participation

3.2 初始样本选取

用图2所示的有限元模型作为本算例的“试验模型”,然后对该“试验模型”的待修正参数值进行偏离,从而得到相应的“有限元模型”。考虑到实际数据测量中可能会受到噪声影响,这里给试验模型的响应加入了一定的随机噪声。选择弹性模量和材料密度为模型待修正参数,对二者的值进行偏离,弹性模量增加10%,材料密度减少10%,得到对应的有限元模型的参数值如表1所示。

表1 试验模型和有限元模型参数

Tab.1 Parameters of experimental model and FEM

参数 Parameter	实验值 Experiment value	初始误差 Initial error/%	有限元值 Finite element value
弹性模量 Modulus of elasticity/GPa	200	10	220
材料密度 Material density/ (kg·m ⁻³)	7 800	10	7 020

建立代理模型之前,首先要进行样本点的选取。对于全局优化问题,通常的方法是通过试验设计来选取一组样本点。所提方法由于后续要改进响应面模型,因此对构建初始响应面模型时选取的初始样本点数目并没有严格的要求。这里采用抽样拉丁超立方抽样在上述有限元模型两个参数(弹性模量、材料密度)的±20%区间内进行抽样,最终抽取40个样本。

3.3 响应面模型的构造及验证

基于抽取的40个样本以及它们对应的加速度频

响函数按第 2 节的理论构造初始响应面模型和改进响应面模型。其次,经过三倍方差准则和比值型加权方法进行改进的响应面代理模型在第 50 个频率点得到的拟合响应曲面如图 4 所示;根据公式(6)计算了其负相关系数 R_{adj}^2 的平均值为 0.930 7,方差为 0.009 8;通过公式(7)计算均方误差 R_{MSE} 的平均值 0.032 2,方差为 0.004 1,并且画出其散点图,如图 5 所示。

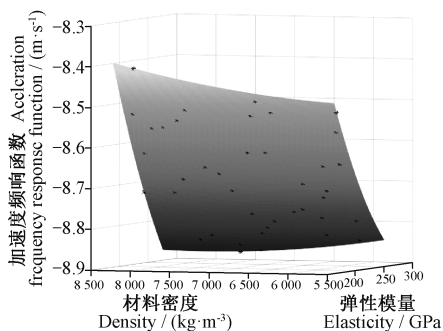


图 4 改进响应面数据预测响应

Fig.4 Updating response surface data prediction response

对数值算例中的平面桁架结构的频响函数进行拟合以后,由拟合响应曲面图 4、相关系数 R_{adj}^2 的均值方差及其均方误差 R_{MSE} 均值方差和其散点图 5 可以看出经改进响应面的拟合效果较好,模型精度也足以保证预测的准确性,因此可以将其用于接下来的模型修正中。

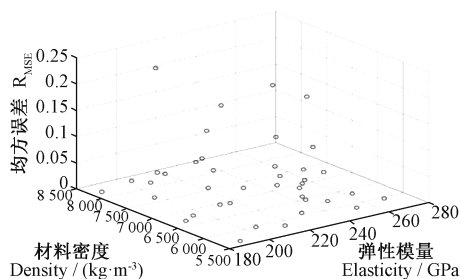


图 5 均方误差散点图

Fig.5 R_{MSE} scatter map

基于表 1 中的修正参数,利用响应面模型、改进响应面模型预测得到的频响函数及其有限元模型频响函数曲线对比如图 6 所示,可以看出经过改进响应面的模型预测值和未改进的响应面模型重合度较高。

如图 7 所示的响应面模型和改进响应面模型分别经过同样的布谷鸟算法优化求解以后,和有限元模型频响函数、试验模型频响函数曲线进行对比。可以看出,经过改进的响应面模型优化以后,得到的频响函数曲线更接近试验模型的频响函数曲线,因此认为改进响应面模型相比于未改进的响应面模型精度有所提高。

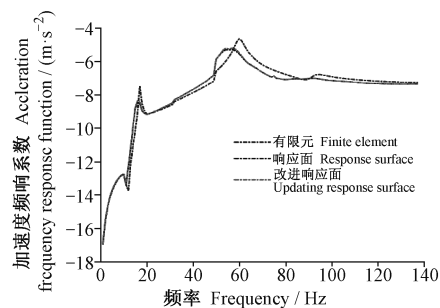


图 6 未优化前预测响应对比图

Fig.6 Comparison diagram of pre-optimized response without optimization

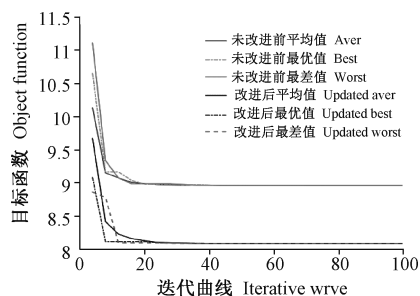


图 7 优化后预测响应对比图

Fig.7 Comparison diagram of predicted response after optimization

3.4 模型修正

如图 8 所示,让满足精度要求的改进响应面模型代替有限元模型参与迭代。假定试验参数值在有限元参数值的 $\pm 20\%$ 区间内,使用布谷鸟算法进行迭代寻优,设置鸟巢数为 50,最大迭代次数为 100。算法运行 100 次时,迭代收敛曲线如图 8 所示。

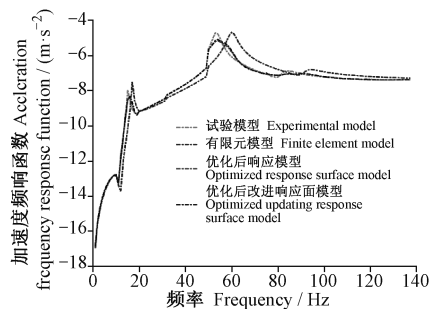


图 8 优化后迭代对比图

Fig.8 Optimized post-iteration comparison chart

由图 8 可以看出,布谷鸟算法寻优能力稳定,而且改进响应面相对于未改进响应面模型,整体误差值变小。其次为了与改进响应面模型的最终优化效果进行对比,同时基于相同的样本点和其对应的频响函数构造初始响应面模型和加权响应面模型,并利用布谷鸟算法进行 50 次相同的寻优操作,经过统计后发现初始响应面模型修正后弹性模量平均值为 203.77 GPa,方差为 1.0×10^{-4} ,密度平均值为 7950.97 kg/m^3 ,方差为

0.098;仅加权的响应面模型修正后弹性模量平均值为 201.27 GPa, 方差为 4.0×10^{-5} , 密度平均值为 7 837.06 kg/m³, 方差为 0.058;改进响应面模型修正后弹性模量平均值为 200.61 GPa, 方差为 2.6×10^{-5} , 密度平均值为 7 814.08 kg/m³, 方差为 0.038。其修正参数平均值及其误差结果如表 2 所示,可以明显的看出,改进后的响应面模型取得了比较明显的进步,证明

此方法确实提高了模型修正的精度。值得一提的是,响应面模型和改进响应面模型得到的修正结果均有一定的误差,而这误差并不是因为优化算法的寻优能力不足,而是由响应面模型本身的预测误差造成的。所以只有在保证足够精确的前提下,才能够用于结构模型修正,以减小计算量,得到精确的修正结果。

表 2 模型修正参数及误差
Tab.2 Model correction parameters and errors

参数 Parameter	试验值 Experiment value	初始响应面模型 Initial response surface model	平均误差 Average error/%	加权响应面模型 Weight response surface model	平均误差 Average error/%	改进响应面模型 Updating response surface model	平均误差 Average error/%
弹性模量 Modulus of elasticity/GPa	200	203.77	1.53	201.32	0.87	200.61	0.32
材料密度 Material density/ (kg·m ⁻³)	7 800	7 950.97	1.33	7 837.46	0.66	7 814.21	0.31

4 结论

本文提出了一种基于加速度频响函数的改进响应面模型的修正方法,并用数值算例检验了方法的有效性和精度,结论如下:

- 1)加速度频响函数能够提供更多的频率点信息,增加可利用的数据信息,可以提高计算精度。
- 2)对于单输入单输出模态响应试验,可以使用模态参与度准则选取激励点,有效独立法选取测量点,合适的激励点和测量点选取有助于提高参数识别精度。
- 3)经过离群点剔除和比值型加权方法进行改进以后的响应面模型相对于未改进的响应面模型拥有更好的精度。

对于针对加速度频响函数模型修正,目前使用数值仿真算例验证所提方法的有效性,在接下来的研究中,模态响应试验的进行是十分必要的。

参考文献 (References)

[1] 李伟明,洪嘉振. 基于频响函数的模型修正方法[J]. 上海交通大学学报, 2011, 45(10): 1455-1459.
LI WeiMing, HONG JiaZhen. Research on model updating method based on frequency response functions[J]. Journal of Shanghai Jiaotong University, 2011, 45(10): 1455-1459(In Chinese).

[2] 徐张明,沈荣瀛,华宏星. 基于频响函数相关性的灵敏度分析的有限元模型修正[J]. 机械强度, 2003, 25(1): 5-8.
XU ZhangMing, SHEN RongYing, HUA HongXing. Updating finite element model by the sensitivity analysis of FRF correlation functions[J]. Journal of Mechanical Strength, 2003, 25(1): 5-8(In Chinese).

[3] KHODAPARAST H H, MOTTERSHEAD J E, BADCOCK K J. Interval model updating with irreducible uncertainty using the

Kriging predictor[J]. Mechanical Systems & Signal Processing, 2011, 25(4): 1204-1226.

[4] 张 勇,侯之超,赵永玲. 基于频响函数截断奇异值响应面的有限元模型修正[J]. 振动工程学报, 2017, 30(3): 341-347.
ZHANG Yong, HOU ZhiChao, ZHAO YongLing. Finite element model updating based on response surface of the truncated singular value of frequency response functions[J]. Journal of Vibration Engineering, 2017, 30(3): 341-347(In Chinese).

[5] SHADAN F, KHOSHNOUDIAN F, ESFANDIARI A. A frequency response-based structural damage identification using model updating method[J]. Structural Control and Health Monitoring, 2015, 23(2): 286-302.

[6] 金 鑫,吴旭翔. 基于 RBF 神经网络的非线性野点检测方法[J]. 控制工程, 2019, 26(1): 99-104.
JIN Xin, WU XuXiang. A nonlinear outliers detecting method based on RBF neural network[J]. Control Engineering of China, 2019, 26(1): 99-104(In Chinese).

[7] 张吉宁,郭书祥,唐 承,等. 基于向量投影取样的改进加权响应面法[J]. 科学通报, 2017, 62(17): 1854-1860.
ZHANG JiNing, GUO ShuXiang, TANG Cheng, et al. An improved weighted response surface method based on vector projection sampling[J]. Science China Press, 2017, 62(17): 1854-1860(In Chinese).

[8] Roux W J, Stander N, Haftka R T. Response surface approximations for structural optimization[J]. International Journal of Numerical Methods in Engineering, 1998, 42(3): 517-534.

[9] SHAN D,LI Q,KHAN I,et al.A novel finite element model updating method based on substructure and response surface model[J]. Engineering Structures, 2015, 103(15): 147-156.

[10] ZHOU L, WANG L, CHEN L, et al. Structural finite element model updating by using response surfaces and radial basis functions[J]. Advances in Structural Engineering, 2016, 19(9): 1446-1462.

[11] 赵明华,曾昭宇,苏永华. 改进响应面法及其在倾斜荷载桩可靠度分析中的应用[J]. 岩土力学, 2007, 28(12): 2539-2542.

- ZHAO MingHua, ZENG ZhaoYu, SU YongHua. Improved response surface method and its application to reliability analysis of piles under inclined loads [J]. Rock and Soil Mechanics, 2007, 28 (12): 2539-2542 (In Chinese).
- [12] 韩 芳, 钟冬望, 磨季云. 基于改进响应面法的结构模型修正研究[J]. 武汉理工大学学报(交通科学与工程版), 2012, 36(1): 196-198.
- HAN Fang, ZHONG DongWang, MO JiYun. Research on model updating based on improved response surface method[J]. Journal of Wuhan University of Technology (Transportation Science & Engineering), 2012, 36(1): 196-198 (In Chinese).
- [13] 李世龙, 马立元, 王天辉, 等. 一种改进的响应面方法及其在损伤识别中的应用[J]. 地震工程与工程振动, 2014, 34(6): 145-152.
- LI ShiLong, MA LiYuan, WANG TianHui, et al. Improved response surface method and its application in damage identification [J]. Earthquake Engineering and Engineering Dynamics, 2014, 34(6): 145-152 (In Chinese).
- [14] 李洪双, 吕震宙, 赵 洁. 基于加权线性响应面法的支持向量机可靠性分析方法[J]. 工程力学, 2007, 24(5): 67-71.
- LI HongShuang, LU ZhenZhou, ZHAO Jie. A support vector machine method for reliability analysis based on weighted linear response surface[J]. Engineering Mechanics, 2007, 24(5): 67-71 (In Chinese).
- [15] 韦益夫, KAWAMURA Yasumi, 王德禹. 改进移动最小二乘法及其在结构可靠性分析中的应用[J]. 上海交通大学学报, 2018, 52(4): 455-460.
- WEI YiFu, KAWAMURA Yasumi, WANG DeYu. An improved moving least square method and application in structural reliability analysis[J]. Journal of Shanghai Jiaotong University, 2018, 52(4): 455-460 (In Chinese).
- [16] 戴冠帮, 纪国宜. 大型结构地面模态试验测点选择与优化[J]. 振动、测试与诊断, 2017, 37(5): 984-989.
- DAI GuanBang, JI GuoYi. Structure of large ground modal test node selecting and optimizing method research[J]. Journal of Vibration, Measurement & Diagnosis, 2017, 37(5): 984-989 (In Chinese).