

新型机加工弹簧静压状态下的应力集中研究^{*}

RESEARCH ON STRESS CONCENTRATION UNDER STATIC PRESSURE OF A NEW MACHINED SPRING

王立超^{**} 周燕飞^{***}

(南京航空航天大学 机电学院, 南京 210016)

WANG LiChao ZHOU YanFei

(School of Mechanical and Electrical Engineering, Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, Nanjing 210016, China)

摘要 新型机加工弹簧静态拉压时螺旋槽端部应力集中现象十分严重,对弹簧的强度和疲劳寿命有很大的影响。通过 Ansys 软件分析弹簧基本参数对应力集中的影响,确定机加工弹簧存在应力集中的理论判据;探究切向应力释放孔对压缩变形量和应力集中系数的影响;基于强度理论和曲梁弯曲理论推导了无应力集中下的最大等效应力计算公式。研究表明:中径在 15 mm~35 mm 之间的机加工弹簧,当螺旋槽宽度与螺距之比小于 0.5 时存在应力集中现象;螺旋槽端部开切向应力释放孔,控制其孔径接近对应矩形截面高度时可将应力集中基本消除;所推导公式计算的内圈等效应力值与仿真值误差不超过 3%,为该弹簧后续的工程设计及应用提供了重要参考。

关键词 机加工弹簧 应力集中 应力释放孔 等效应力 有限元分析

中图分类号 TH135

Abstract The stress concentration at the end of spiral groove is very serious during the static tension and compression of the new machined spring, which has a great influence on the strength and fatigue life of the spring. The influence of spring basic parameters on the stress concentration coefficient was analyzed by ANSYS software, and the theoretical criterion for the existence of stress concentration in machined springs is determined. The effects of tangential stress release hole on compression deformation and stress concentration coefficient were investigated; Based on the strength theory and bending theory of curved beam, the formula of maximum equivalent stress without stress concentration was deduced. The results show that when the ratio of the width of the spiral groove to the pitch is less than 0.5, stress concentration occurs in machined springs with the middle diameter between 15 mm~35 mm. The stress concentration can be basically eliminated by cutting stress release hole at the end of spiral groove and controlling its size to be close to the height of rectangular section. The error between the equivalent stress value of the inner ring and the simulation value is less than 3%. It provides an important reference for the subsequent engineering design and application of the new spring.

Key words Machined spring; Stress concentration; Stress release hole; Equivalent stress; Finite element analysis

Corresponding author: WANG LiChao, E-mail: wanglichao9611@163.com

Manuscript received 20190820, in revised form 20190925.

引言

随着航空航天和医疗器械等高精密行业的发展,许多特殊场合采用的传统绕线圆柱螺旋弹簧由于加工精度低,运行平稳性差等缺点越来越不能满足高可靠性、高疲劳寿命和高运行平稳性等使用要求。如今国外出现了一种新型矩形截面机加工弹簧,其是一种在

圆柱管上采用去除机加工工艺生成螺旋槽使其具有弹性的零件,如图 1 所示。该种弹簧不仅具有尺寸精度高、刚度线性化的特点,还可以被加工成具有多螺旋线槽的结构,在相同体积下极大地提高各向刚度;另外,可以将原本用来安装的附带弹簧组件与弹簧加工为一个零件,减少了装配体个数,极大提高弹簧的运动可靠性^[1]。在许多高精度场合弥补了传统螺旋弹簧的一

^{*} 20190820 收到初稿, 20190925 收到修改稿。

^{**} 王立超, 男, 1996 年生, 山东聊城人, 汉族, 南京航空航天大学硕士研究生。主要研究方向为复杂零部件结构分析、机械设计。

^{***} 周燕飞, 男, 1963 年生, 湖南益阳人, 汉族, 南京航空航天大学教授, 博士生导师。主要研究方向为机械结构分析与设计、复杂系统设计技术。

些缺点。以色列研究人员已将双螺旋线机加工弹簧应用在斯特林制冷机中连接活塞和固定壳体,提高了活塞运动的直线性^[2];东京工业大学将该类弹簧用在医用镊子机械手中作为弯曲关节,取消了中间支撑机构,极大提高了关节转矩传递率^[3]。

目前国内尚未报道关于该类机加工弹簧的性能研究工作,国外参考文献也极少。波兰学者 Salwiński J 对机加工弹簧进行仿真研究,发现该类弹簧由于成型方式特殊,其静态加载工况下的应力分布状况非常复杂,已有的绕线弹簧强度计算理论均不适用^[4],主要原因是其螺旋槽端部圆角内存在应力集中。对此, Sami A N 在同一参数弹簧的螺旋槽端部分别开中心应力释放孔和切向应力释放孔,仿真发现切向孔更有利于释放槽端集中应力^[5]^[7-8],但并没有研究释放孔尺寸对应力集中的影响。

然而,工程应用中应力集中现象严重影响弹簧的静态动态强度,找到弹簧内部的应力集中点并将其去除,可以显著提高强度和疲劳寿命,但该类弹簧在何种情况下存在应力集中缺少理论判据,阻碍了其在工程中的广泛应用。因此,本文通过 Ansys 软件分析弹簧基本参数对应力集中系数的影响,权衡各参数的影响比重,确定机加工弹簧存在应力集中的理论判据;研究切向应力释放孔对压缩变形量的影响;通过去除最优释放孔消除应力集中,基于强度理论和曲梁弯曲理论推导机加工弹簧无应力集中下的最大等效应力计算公式,对机加工弹簧后续的工程应用具有重要的意义。



图1 机加工弹簧

Fig.1 Machined spring with rectangular section

1 螺旋槽端部应力集中问题的分析

目前市面上等效应力的实验检测技术尚不成熟,对弹簧的等效应力研究主要有理论推导和有限元仿真分析。利用有限元软件参数化设计功能改变弹簧尺寸研究应力集中问题。分析螺旋槽圈数、螺旋槽宽度、弹簧指数、弹簧中径和螺距对应力集中的影响。

1.1 参数化有限元模型的建立

在 SolidWorks 中建立新型弹簧的三维模型,将需要参数化的尺寸名称改为以“DS_”为前缀命名,将

SolidWorks 与 Ansys Workbench 软件实现无缝连接,使用“Parameter”功能进行模型参数化分析。

首次算例中,取弹簧材料为常用弹簧钢 65Mn,剪切模量 G 为 79 GPa,泊松比 μ 为 0.3。弹簧总高度 H 为 90 mm,中径 D 为 40 mm,内径 D_1 为 35 mm,外径 D_2 为 45 mm,螺旋槽圈数 n 为 6 圈,螺距 p 为 12 mm,螺旋槽宽度 t 为 3 mm。

对下文弹簧保持相同网格划分设置:划分单元为四面体网格,整体网格相关度为 30,两端螺旋槽圆角处进行面局部细化,细化单元尺寸设置为 0.1 mm。由于该种弹簧上下端面平行,静态加载情况只需设置一端固定约束、一端施加轴向载荷 500 N 即可,求解后查看等效应力云图,观察到螺旋槽端部圆角处出现应力集中现象,最大等效应力 $\sigma_{\max}$ 远大于内圈等效应力,如图 2 所示。

弹簧任意线圈截面在内圈表面上的最大应力可用插入“path”方法捕捉内圈路径应力分布值得到,由图 3 可知不考虑应力集中下的内圈最大等效应力 σ_{FEM} 出现在截面长边中点。定义应力集中系数 K 为 $K = \sigma_{\max} / \sigma_{\text{FEM}}$ 。

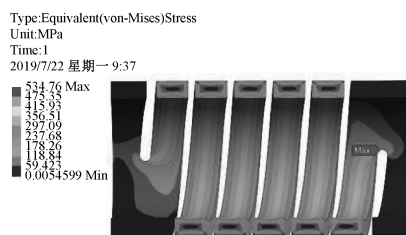


图2 等效应力云图

Fig.2 Equivalent stress nephogram

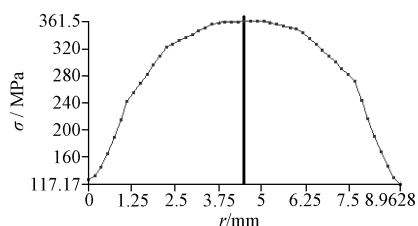


图3 线圈截面在内圈表面上的等效应力分布规律

Fig.3 The law of equivalent stress distribution on the inner ring surface of the coil section

1.2 弹簧基本参数与应力集中的关系

首先分析螺旋槽圈数对应力集中系数的影响,即只改变圈数(为了研究单变量影响,这里只改变圈数,螺距保持不变,因此弹簧总高度会相应变化),观察应力集中系数变化情况如图 4 所示,可知随着圈数的增加,弹簧内圈最大等效应力、应力集中点应力和应力集中系数 K 均未发生明显变化,可知螺旋槽圈数对应力集中系数无明显影响。

参考平封头应力释放槽区、有圆角过渡的矩形截面悬臂梁应力集中系数分析和纯弯曲板条的 U 型槽二维应力集中系数研究^[6-8], 推广到机加工弹簧螺旋槽端部圆角处三维应力集中, 可知 K 与弹簧截面在径向方向和轴向方向上与材料增减相关的参数有关。

由于弹簧结构参数较多, 可引入描述参数之间关系的无量纲参数用来简化分析工作, 探讨 K 与弹簧基本参数和无量纲参数之间的变化关系。因此引入无量纲参数 $\lambda = t/p$, 通过参数化功能, 保持 $D = 30$ mm 和 $p = 12$ mm 不变, 探讨 K 与弹簧指数 C 和 λ 之间的关系。如图 5~图 6 所示: 随着 λ 的增大即槽宽在整个螺距中的占比增大, 应力集中系数 K 迅速减小; 随着 C 的增大, K 值随之增大, 但在 $\lambda > 0.5$ 后 K 值均趋向于 1。

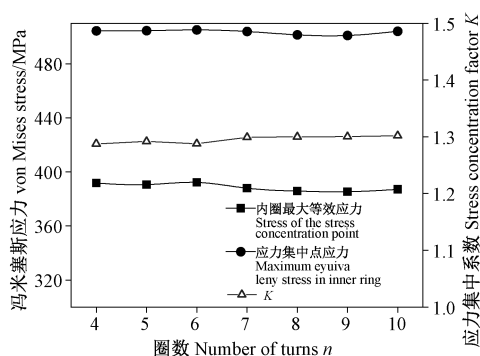


图 4 K 值随螺旋槽圈数 n 的变化曲线

Fig.4 The change curve of K with the number of spiral slots n

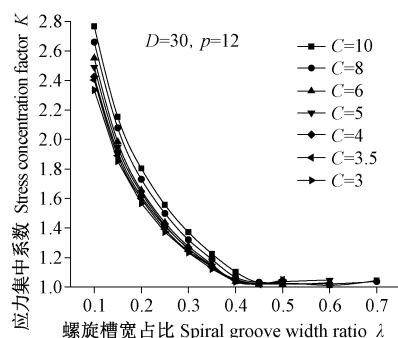


图 5 K 与 C, λ 的关系曲线

Fig.5 The relation curve between K and C, λ

另外, 探讨螺距 p 的影响: 保持 $C = 10, \lambda = 0.2, D = 30$ mm 和 $n = 6$ 不变, 只改变弹簧螺距 p 。如图 7 所示, 螺距 p 的变化对应力集中系数 K 的影响可忽略不计。

最后, 探讨不同弹簧中径下的 K 值变化情况: 保持 $C = 10, \lambda = 0.2, p = 12$ mm 和 $n = 6$ 不变, 只改变弹簧中径 D 。如图 8 所示: K 值随中径 D 的增大而略微减小。当中径在 15 mm~35 mm 之间时, K 值波动量在 0.1 以内, 因此工程上可近似认为中径在 15 mm~35 mm 之间的机加工弹簧应力集中系数基本无变化, 并

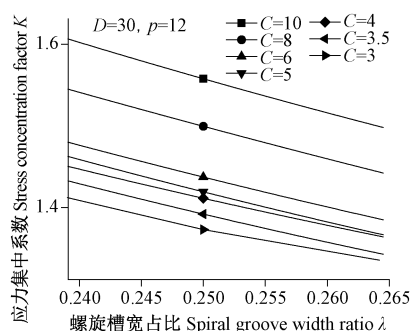


图 6 关系曲线局部放大图

Fig.6 A partial enlargement of the relation curve

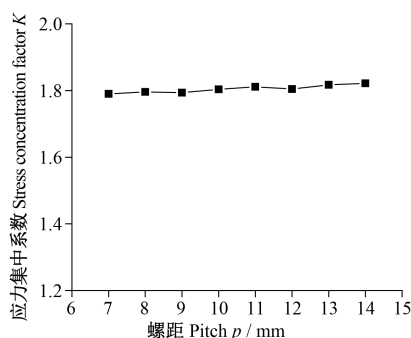


图 7 K 值随螺距 p 的变化曲线

Fig.7 The change curve of K value with pitch

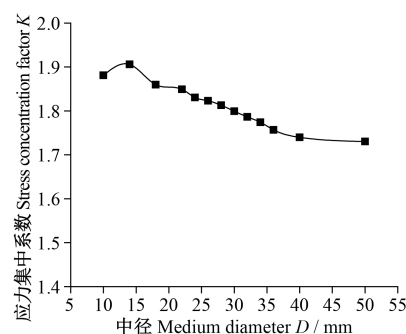


图 8 K 值随中径 D 的变化曲线

Fig.8 The change curve of K value with middle diameter D

将其作为判据的适用范围。

综上所述, 权衡以上各弹簧参数对应力集中系数的影响, 可推出中径在 15 mm~35 mm 之间的机加工弹簧存在应力集中的近似理论判据为: 螺旋槽宽 t 小于螺距的一半即槽宽占比 $\lambda < 0.5$ 时, 机加工弹簧会存在集中应力。

2 应力释放孔的研究与设计

根据上文所得判据, 可对存在应力集中的机加工弹簧单独分析, 采用应力释放孔降低应力集中系数。分析应力释放孔的尺寸和位置对应力集中系数 K 的影响。

根据文献^[5]⁶⁻⁸可知: 切向应力释放孔比中心应力

释放孔更有利于释放应力,因此建立含切向应力释放孔的三维模型如图9所示。保持弹簧基本参数 $D=30$ mm、 $t=2.4$ mm、 $C=10$ mm 和 $p=12$ mm 不变,改变应力释放孔直径 d_h ,截取部分数据列于表1中,可以发现:不管应力释放孔取何值,弹簧静态压缩量 δ 和内圈最大等效应力 σ_{FEM} 基本保持不变,故切除释放孔对弹簧性能基本无影响;另外, K 值随 d_h 的增大逐渐减小,当 d_h 接近于当前矩形截面高度 b 时, K 趋近于1,应力集中现象消失。

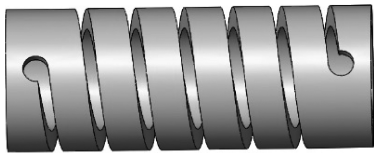


图9 具有切向应力释放孔的弹簧

Fig.9 Spring with tangential stress release hole

为了进一步验证最优释放孔尺寸,继续改变弹簧基本参数 D 、 C 、 t ,设置 d_h 值接近于 b 值,验证应力及 K 值的变化。如表2所示:针对不同尺寸参数下弹簧,应力释放孔孔径越接近于其对应的弹簧矩形截面高度 b ,应力集中系数越接近于1,应力集中现象越不明显。因此工程设计时可按此值去除两端应力集中。

表1 不同应力释放孔孔径对应力的影响

Tab.1 Effects of different stress release hole sizes on stress

d_h /mm	d_h/b	σ_{FEM} /MPa	σ_{max} /MPa	K	δ /mm
3.6	0.375	613.0	902.0	1.471	10.97
4.0	0.417	612.5	859.2	1.403	10.99
5.0	0.520	613.7	770.1	1.255	11.03
6.0	0.625	613.0	703.8	1.148	11.07
7.2	0.750	613.6	665.6	1.085	11.13
9.0	0.938	612.8	639.0	1.043	11.21

表2 不同参数下应力集中系数的变化

Tab.2 Variation of stress concentration coefficient under different parameters

弹簧基本参数 Basic parameters of the spring/mm	d_h /mm	d_h/b	σ_{FEM} / MPa	σ_{max} / MPa	K
$C=10$ $t=3.6$ $D=30$ $b=8.4$	5.0	0.595	720.0	847.0	1.180
	6.3	0.750	719.3	762.5	1.060
	8.4	1.000	720.7	751.0	1.040
$C=10$ $t=4.2$ $D=30$ $b=7.8$	6.0	0.769	786.4	829.4	1.050
	7.8	1.000	791.2	813.3	1.030
$C=8$ $t=3.6$ $D=30$ $b=8.4$	6.0	0.714	497.4	513.9	1.030
	8.4	1.000	496.6	505.5	1.020
$C=8$ $t=3.6$ $D=20$ $b=8.4$	6.3	0.750	684.8	738.5	1.080
	8.4	1.000	685.6	706.6	1.030
$C=5$ $t=3.6$ $D=20$ $b=8.4$	6.3	0.750	320.4	321.4	1.003
	8.4	1.000	321.0	321.6	1.002

3 无应力集中下的最大等效应力分析

3.1 最大等效应力的理论计算

根据前文分析,对存在应力集中的机加工弹簧可以在端部切除相应尺寸应力释放孔消除应力集中,则可以基于强度理论和曲梁弯曲理论推导无应力集中的弹簧内圈最大等效应力计算公式。

在一端固定一端受轴向力的情况下,其截面受力情况如图10所示, V 平面为通过弹簧轴线的平面, V' 平面为垂直于弹簧线圈中心线的平面, V 与 V' 夹角为螺旋角 α ,图示材料截面在 V 平面上。包括绕 t 轴回传的扭矩 T_t 、绕 b 轴回传的弯矩 M_b 、截面正压力 F_t 和力 F 引起的切向力 F_b 。

其中正应力由力分量 F_t 引起的 σ_F 和弯矩 M_b 引起的 σ_M 组成。定义截面上垂直于弹簧轴线的边为 a ,平行于弹簧轴线的边为 b ,则 σ_F 可由下式计算

$$\sigma_F = \frac{F_s \sin \alpha}{b} \quad (1)$$

根据曲梁弯曲理论,忽略螺旋角 α 后,弯矩 M_b 在弹簧内表面引起的截面正应力可由下式计算^{[9]141-142[10]}

$$\sigma_M = \frac{F D \sin \alpha (r - R_1)}{2 R_1 a b (R - r)} \quad (2)$$

其中,径向方向矩形截面的中性层半径 r

$$r = \frac{a}{\ln \frac{R_2}{R_1}} \quad (3)$$

螺旋角 α

$$\alpha = \arctan \frac{p}{\pi D} \quad (4)$$

式中, R_1 为弹簧内圈半径; R_2 为弹簧外圈半径; D 为弹簧中径; p 为螺旋槽的螺距。

截面切应力主要由扭矩 T_t 引起的切应力 τ_t 组成,但为了提高计算精度,可将由于弯曲和直接剪切力分量 F_b 引起的应力增大计入修正系数^{[9]141-142},得到内圈最大切应力计算公式

$$\tau' = \beta \frac{F D}{a b \sqrt{a b}} \quad (5)$$

式中, β 为修正系数,弹簧指数 C 和 b/a 在文献^{[9]141-142}中查取。

根据材料力学第四强度理论即 von Mises 屈服准则,可得内圈理论最大等效应力为

$$\sigma_s = \sqrt{(\sigma_M + \sigma_F)^2 + 3(\tau')^2} \quad (6)$$

3.2 理论值计算公式的验证

为了验证所推出的无应力集中内圈最大等效应力计算公式,任取14组不同尺寸参数弹簧进行理论解与

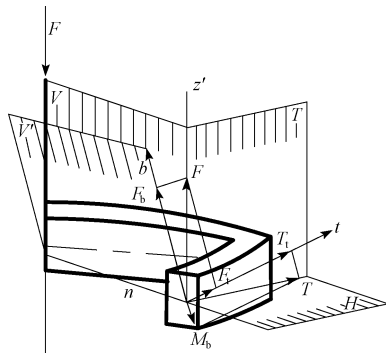


图 10 弹簧受轴向载荷时的截面受力分析

Fig.10 Analysis of section force of spring under axial load

有限元解结果对比,未列入表格的参数保持不变。由表 3 可知,有限元解与理论解最大误差不超过 3%,两数值结果吻合性非常高,证明理论推导的公式的准确度非常高,可作为工程设计中的强度校核公式。

但根据有关文献知:对于矩形截面弹簧,当长边平行于弹簧轴线即 $a < b$ 时,最大等效应力出现在长边中点;当短边平行于弹簧轴线时即 $a > b$ 时, a/b 较小时仍出现在短边中点, a/b 增大时移至侧向长边^[11],故本文公式只适用于 $a < b$ 的情况。

表 3 不同参数下的弹簧内圈等效应力计算结果比较

Tab.3 Comparison of equivalent stress calculation results of spring inner coil under different parameters

序号 No.	D/ mm	a/ mm	b/ mm	C/ mm	t/ mm	理论解 Theoretical solution/MPa	仿真解 The simulation solution/MPa	误差 Error/ %
1	20	4	10	5	2	259.6	257.6	0.77
2	20	4	9	5	3	295.7	292.3	1.15
3	20	4	8	5	4	343.0	340.4	0.76
4	20	2	10	10	2	826.3	814.2	1.46
5	20	2	9	10	3	943.9	921.2	2.40
6	20	2	8	10	4	1 084.5	1 058.2	2.42
7	20	2	7	10	5	1 234.5	1 245.4	-0.88
8	30	3	10	10	2	588.6	582.3	1.07
9	30	3	9	10	3	670.6	661.3	1.38
10	30	3	8	10	4	777.7	763.8	1.79
11	30	5	10	6	2	251.0	250.6	0.16
12	30	5	9	6	3	285.3	285.6	0.10
13	30	5	8	6	4	330.0	332.0	0.61
14	30	5	7	6	5	393.0	392.3	0.18

注:误差=(理论解-仿真解)/理论解 $\times 100\%$ 。

4 结论

针对静态受压下的机加工弹簧进行了应力分析,可得出如下结论:

1) 应力集中系数 K 与螺旋槽圈数 n 无关,与螺距 p 的变化无关,随着槽宽占比 λ 的增大而明显减小,随着弹簧指数 C 的增大而增大,随着中径 D 的增大而减小;

2) 中径在 15 mm~35 mm 之间的机加工弹簧槽端

部圆角存在应力集中的理论判据为:槽宽占比 $\lambda < 0.5$;螺旋槽端部开切向应力释放孔,对弹簧的基本性能无影响;控制释放孔孔径 d_h 接近对应矩形截面高度 b 时可将应力集中现象基本消除;

3) 无应力集中下所推导的最大等效应力理论计算值与有限元仿真得出的结果误差值不超过 3%;该公式可应用于工程设计时机加工弹簧的强度校核计算。

参考文献 (References)

- [1] Boehm, Gary L. Wire springs versus machined springs: A comparison [R]. White Paper, Helical Products Company: California, USA, 2012.
- [2] Veprik A, Zechtzer S, Pundak N. Split stirling linear cryogenic cooler for a new generation of high temperature infrared imagers [C]//Infrared Technology & Applications XXXVI. International Society for Optics and Photonics, 2010.
- [3] Haraguchi D, Tadano K, Kawashima K. Development of a pneumatically-driven robotic forceps with a flexible wrist joint [J]. Procedia CIRP, 2013(5):61-65.
- [4] Salwiński J, Michalczyk K. Stress analysis in helical springs with closed end coils machined from cylindrical sleeves [J]. Mechanics/AGH University of Science and Technology, 2006(25):169-172.
- [5] Sami A N. Modeling and analysis of a helical machined springs [J]. The Iraqi Journal for Mechanical and Material Engineering, 2015(15):152-163.
- [6] 陆 怡, 李凯尚, 彭 剑. 平封头应力释放槽区的应力集中系数 [J]. 机械设计与制造, 2018(9):64-67.
LU Yi, LI KaiShang, PENG Jian. Stress concentration coefficient in the stress release groove of the ping sealing head [J]. Mechanical Design and Manufacturing, 2018(9):64-67 (In Chinese).
- [7] 刘鸿文. 高等材料力学 [M]. 北京: 高等教育出版社, 1985 (62/70):627-632.
LIU HongWen. Advanced mechanics of materials [M]. Beijing: Higher Education Press, 1985(62/70):627-632 (In Chinese).
- [8] 官英平, 王凤琴, 赵 军. 一侧有圆角过渡的矩形截面悬臂梁应力集中系数的计算 [J]. 机械强度, 2004(4):463-465.
GUAN YingPing, WANG FengQin, ZHAO Jun. Calculation of stress concentration coefficient of rectangular section cantilever beam with a rounded corner transition on one side [J]. Journal of Mechanical Strength, 2004(4):463-465 (In Chinese).
- [9] Wahl A W. 机械弹簧 [M]. 谭惠民, 译. 北京: 国防工业出版社, 1981(65):141-142.
Wahl A W. Mechanical spring [M]. TAN HuiMin, Jr. Beijing: National Defense Industry Press, 1981(65):141-142 (In Chinese).
- [10] 桑 楠, 杨新明, 徐 达. 矩形截面弹簧应力及变形分析 [J]. 国外建材科技, 2003(3):49-51.
SANG Nan, YANG XinMing, XU Da. Stress and deformation analysis of rectangular section spring [J]. Foreign Building Materials Science and Technology, 2003(3):49-51 (In Chinese).
- [11] 张英会, 刘辉航, 王德成. 弹簧手册: 第三版 [M]. 北京: 机械工业出版社, 2017:400-406.
ZHANG YingHui, LIU HuiHang, WANG DeCheng. Spring manual (3rd Edition) [M]. Beijing: Mechanical Industry Press 2017:400-406 (In Chinese).