

考虑支承跨距的非线性转子系统动力学特性研究*

STUDY ON DYNAMIC CHARACTERISTICS OF NONLINEAR ROTOR SYSTEM CONSIDERING SUPPORT SPANNING

李 辉**¹ 管洪杰***² 邵凤翔¹ 刘希东¹

(1. 河南工程学院 机械工程学院, 郑州 451191)

(2. 郑州机械研究所有限公司, 郑州 450052)

LI Hui¹ GUAN HongJie² SHAO FengXiang¹ LIU XiDong¹

(1. Department of Mechanical, Henan University of Engineering, Zhengzhou 451191, China)

(2. Zheng Zhou Research Institute of Mechanical Engineering, Co., Ltd., Zhengzhou 450052, China)

摘要 根据主轴变形几何模型求得主轴前端总位移关系式,依据前端最小位移确定主轴的最佳支承跨距,进而建立了考虑支承跨距的转子轴承系统非线性动力学模型。运用数值积分方法,给出最优跨距支承下转子系统的非线性动力学响应,采用轴心轨迹、相图及 Poincaré 图分析了转速对系统动力学响应的影响。结果表明:当转子轴承系统在最佳支承跨距下运行时,呈现出良好的系统稳定性。

关键词 转子轴承系统 最佳支承跨距 非线性动力学

中图分类号 TH113

Abstract According to the geometric model of spindle deformation, the total displacement relation of the front end of the spindle is obtained, and the optimum bearing span of the spindle is determined according to the minimum displacement of the front end. By means of numerical integration, the nonlinear dynamic response of the rotor system with the optimal span support is given, and the influence of rotational speed on the system dynamic response is analyzed by using axial trajectory diagram, phase portraits and Poincaré map. The results show that the rotor bearing system has good stability when it is running under the optimum support span.

Key words Rotor bearing system; Optimum support span; Nonlinear dynamics

Corresponding author: GUAN HongJie, E-mail:13526657031@163.com, Tel: +86-371-67710820

The project supported by the Henan High-Tech Field Science and Technology Project(No.172102210202).

Manuscript received 20190905, in revised form 20191205.

引言

高档数控机床是支撑整个装备制造业发展的核心设备。提升高端数控机床及其功能部件的自主研发能力是当前科研人员的主要任务^[1]。主轴系统作为数控机床的核心部件,驱动刀具或工件发生相对运动,达到去除材料的目的,若主轴系统的刚度较低,就会直接影响产品的加工精度和加工效率。因此,在主轴设计时根据主轴的实际工作情况,对主轴各支承间的跨距进行设计,以主轴达到最高的动态特性为目的找出最佳的支承跨距十分必要。

研究者在优化转子轴承系统结构参数及结构参数

对转子系统非线性动态特性的影响方面做了大量的工作。文献[2-6]建立了最佳支承跨距的理论分析模型,给出了最佳支承跨距计算的解析表达式。文献[7-11]应用有限元软件,研究了主轴支承跨距的优化问题,分析了支承跨距对主轴系统低阶固有频率的影响以及系统抗振性对结构参数的依赖性,为主轴的减重提供了相关参考方法。文献[12-13]通过实验法对主轴系统中主轴刚度、支承跨距和系统动态特性进行了相关研究。文献[14-20]根据动力学理论,建立了转子-轴承系统的数学模型,采用轴心轨迹、相图及 Poincaré 等分析方法对转子系统的动态特性进行研究,可以用来预测转子-轴承系统的稳定性,避免了转子和轴承中心的

* 20190905 收到初稿, 20191205 收到修改稿。河南省高新技术领域科技攻关项目(172102210202)资助。

** 李 辉, 女, 1982 年生, 河南郑州人, 汉族, 河南工程学院讲师, 博士, 研究方向为精密机械、机器人技术。

*** 管洪杰(通信作者), 男, 1981 年 10 月生, 山东青岛人, 汉族, 郑州机械研究所有限公司工程师, 硕士, 研究方向为机械设计。

不良行为。

本文首先计算转子轴承系统的最佳支承跨距,进而考虑支承跨距及转速对系统动力学特性影响。

1 主轴计算模型

机床主轴结构较为复杂,刚度和精度是主轴技术要求的主要内容。对于旋转机械中的典型代表转子轴承系统来说,不应把转子和轴承作为两个独立的单元进行研究,应该将二者作为一个系统进行分析。首先对该系统进行受力分析,进而确定主轴结构参数,包括前后轴承支承轴径尺寸、主轴直径、主轴支撑跨距和前端悬伸量等。

根据主轴结构和受力特点,用材料力学理论分析并对主轴部件支承按静力状态进行简化,建立转子轴承系统静力学模型,考虑到主轴和支承件都是变形体,对主轴的受力模型表示为图 1a 所示。在弹性限度内,图 1a 可视为弹性主轴-刚性支承和刚性主轴-弹性支承两种形式的叠加,如图 1b 和图 1c 所示。

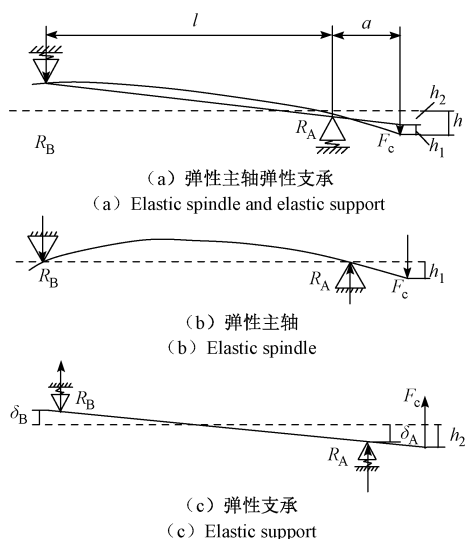


图 1 主轴部件受力变形简化模型

Fig.1 Simplified model of stress and deformation of spindle components

(1) 刚性支承与弹性主轴系统的轴端位移

如图 1b 所示,假设支承是刚性的,不存在位移量,只考虑主轴弯曲带来的轴端位移为

$$h_1 = \frac{Fa^3}{3EI} \left(\frac{l}{a} + 1 \right) \quad (1)$$

式中, F 为主轴端部所受的径向载荷, N ; E 为主轴材料弹性模量, Pa ; I 为主轴截面的平均惯性矩, mm^4 ; l 为支承跨距, mm 。由材料力学可知

$$I = \pi d^4 / 64$$

式中, d 为主轴平均直径, mm 。

(2) 弹性支承与刚性主轴系统的轴端位移

如图 1c 所示,设前后轴承刚度为 K_A 、 K_B ,相对应

的变形量分别为 δ_A 、 δ_B ,则有 $\delta_A = R_A / K_A$, $\delta_B = R_B / K_B$ 。其中, R_A 、 R_B 分别为前后轴承支反力, $R_A = F(1+a/l)$, $R_B = Fa/l$ 。由几何关系可得, $(\delta_A + \delta_B)/l = (\delta_z + \delta_B)/(l+a)$,则由支承变形引起的轴端位移为

$$h_2 = F \left[\frac{1}{K_A} \left(1 + \frac{a}{l} \right)^2 + \frac{1}{K_B} \left(\frac{a}{l} \right)^2 \right] \quad (2)$$

第一项表示前轴承的影响,第二项表示后轴承的影响。由于 $a < l$,由式(2)可知前轴承对主轴前端位移量的影响比后轴承要大。所以,在设计主轴系统结构参数时,前轴承刚度应大于后轴承刚度,在精度方面,前轴承精度应比后轴承精度高一级。

(3) 主轴系统前端总位移

转子轴承系统实际工作中,主轴和轴承都会发生不同程度的变形,故应综合考虑由二者变形引起的总位移,按弹性变形考虑,则有

$$h = h_1 + h_2 = \frac{Fa^3}{3EI} \left(\frac{l}{a} + 1 \right) + \frac{F}{K_A} \left(1 + \frac{a}{l} \right)^2 + \frac{F}{K_B} \left(\frac{a}{l} \right)^2 \quad (3)$$

以某高速主轴为例,具体参数如表 1 所示。轴端总位移与支承跨距关系如图 2 所示,由图可知,随着支承跨距的增加,轴端总位移逐渐减小,随后呈近似直线的形式增加。大约在支承跨距为 177.5 mm 时,轴端总位移达到最小。

表 1 主轴系统参数

Tab.1 Spindle system parameters

参数 Parameter	数值 Value
弹性模量 Elasticity modulus/($N \cdot m^2$)	2.06×10^{11}
主轴平均直径 Average diameter of spindle/m	0.038
惯性矩 Moment of inertia/ m^4	1.023×10^{-7}
前支承刚度 Front support stiffness/($N \cdot m$)	2.248×10^9
后支承刚度 Rear support stiffness/($N \cdot m$)	4.116×10^7
悬伸量 Extended length /m	0.134
外部作用力 External forces/N	100

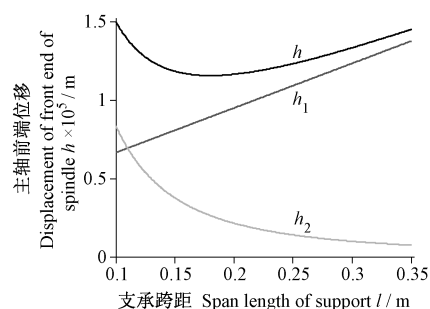


图 2 轴端位移与主轴跨距的关系图

Fig.2 Relationship between displacement end and span of spindle

2 考虑支承跨距的主轴-转子系统数学模型的建立

转子-轴承系统支承的刚度和阻尼受轴承、支承跨距等的影响,两端弹性支承的弹性转子系统示意图,如

图 3 所示。假设两端的滚动轴承支承是相同的,轴承座是刚性的,将滚动轴承简化为各向同性的弹性阻尼器^[21],刚度系数为 k ,阻尼系数为 c 。同时建立两个坐标系,其中一个是 xO_0y ,原点 O_0 是系统静平衡时的圆盘几何中心;另一个是 $x_1O_{j0}y_1$,其坐标原点 O_{j0} 是静平衡时的轴颈几何中心。当转子转动以后,由于圆盘的质量不平衡,使得主轴轴线偏离静平衡的中心位置,此时 (x, y) 、 (x_1, y_1) 分别表示圆盘几何中心和轴颈几何中心的坐标。

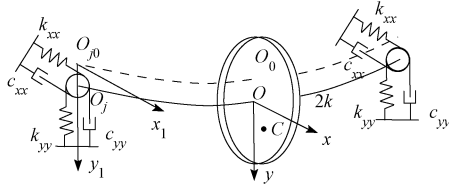


图 3 两端弹性支承的弹性转子系统示意图

Fig.3 Schematic diagram of elastic rotor system with elastic supports at both ends

作用在圆盘上的力有两个,一个是质量偏心引起的离心力,另一个是主轴施加给圆盘的恢复力。根据力学平衡条件,转子轴承系统的动力学方程为

$$\begin{cases} m\ddot{x} + c\dot{x} + k_{1x}x + k_{3x}x^3 = me\omega^2 \sin(\omega t) \\ m\ddot{y} + c\dot{y} + k_{1y}y + k_{3y}y^3 = me\omega^2 \cos(\omega t) \end{cases} \quad (4)$$

式中, $k_{1x} = kk_{xx}/(k + k_{xx})$ 为水平方向的等效刚度; $k_{1y} = kk_{yy}/(k + k_{yy})$ 为竖直方向的等效刚度; m 、 e 和 ω 分别为圆盘的质量、偏心距和转速; c 、 k_{1x} 和 k_{3x} 分别为转子的阻尼、线性刚度和非线性刚度; k_{xx} 和 k_{yy} 代表水平和垂直方向的轴承径向刚度,由于滚动轴承是各向同性的,则 $k_{xx} = k_{yy}$; k 是主轴弯曲刚度,由材料力学可知, $k = 12\pi ER^4/l^3$, 其中, l 为轴承支承跨距。

由于方程中不存在相互耦合的项, y 平面内的振动与 x 平面内的振动相同, 仅仅存在一个时间延迟。文中只研究一个方向上的振动状态。

将式(4)中的第一式记为

$$m\ddot{x} + c\dot{x} + k_{1x}x + k_{3x}x^3 = me\omega^2 \sin(\omega t) \quad (5)$$

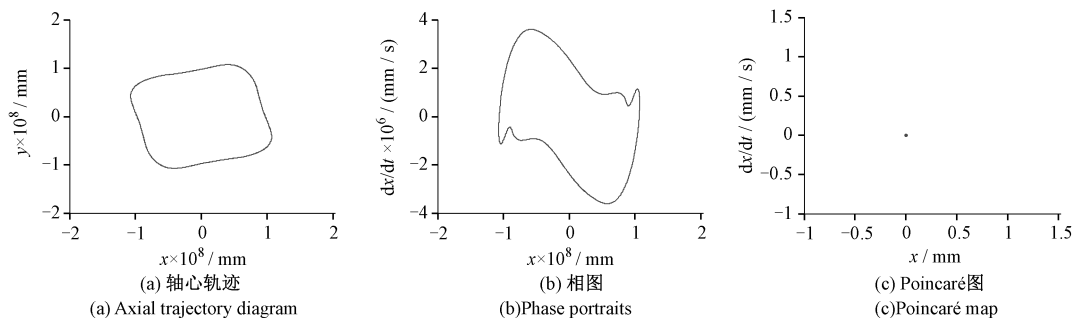


图 4 支承跨距 $l=177.5$ mm, 转速 $\omega=2000$ r/min 时的系统响应

Fig.4 The system response when the support span is $l=177.5$ mm and the rotational speed is $\omega=2000$ r/min

3 仿真分析

数值仿真参数如表 2 所示。

表 2 系统仿真参数

Tab.2 System simulation parameters

参数 Parameter	数值 Value
质量 Mass/kg	4.077
系统刚度 System stiffness/(N·m)	1.794×10^7
系统阻尼 System damping/(N/(m/s))	1.808×10^2
偏心距 Eccentricity/mm	0.001
支承跨距 Span length of support/mm	177.5

轴心轨迹图是判断系统运行状态的重要依据。若图中 1 条或 n 条封闭曲线, 系统为周期运动; 如以多条规则封闭曲线存在, 系统为拟周期运动, 如曲线毫无规则, 则为混沌运动。

相图是动态系统在相平面上的状态轨迹的几何表达。通过研究非线性系统在平衡点附近的相图特性, 可以判断系统的稳定性。

关于 Poincaré 图截面的形态有如下描述:

(1) 周期解: 截面上有且仅有一个不动点或少数离散点;

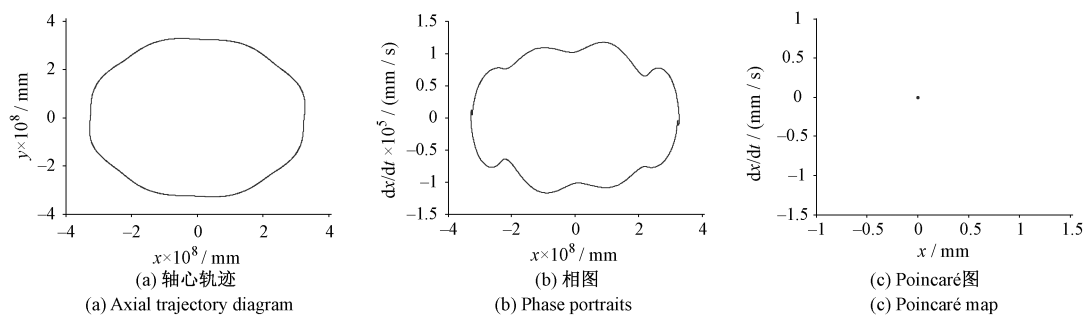
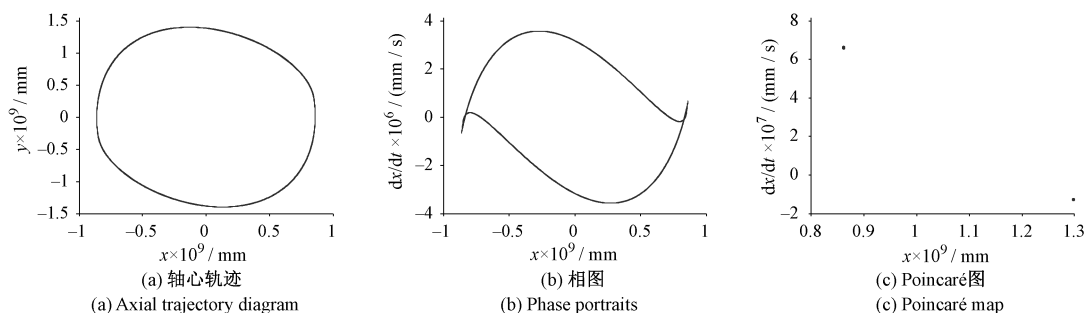
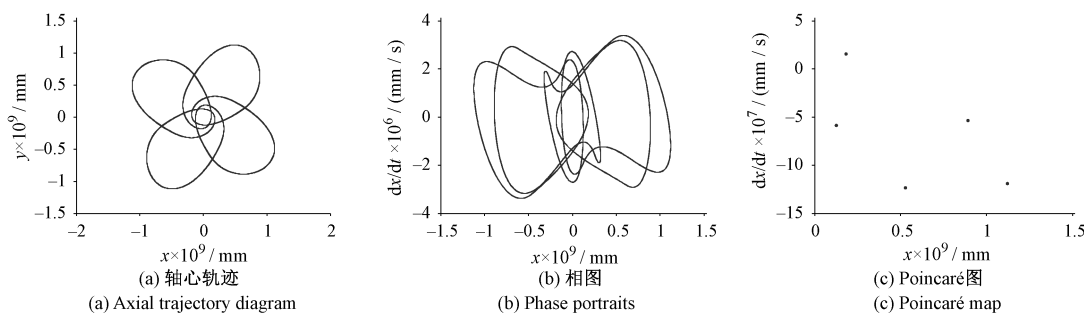
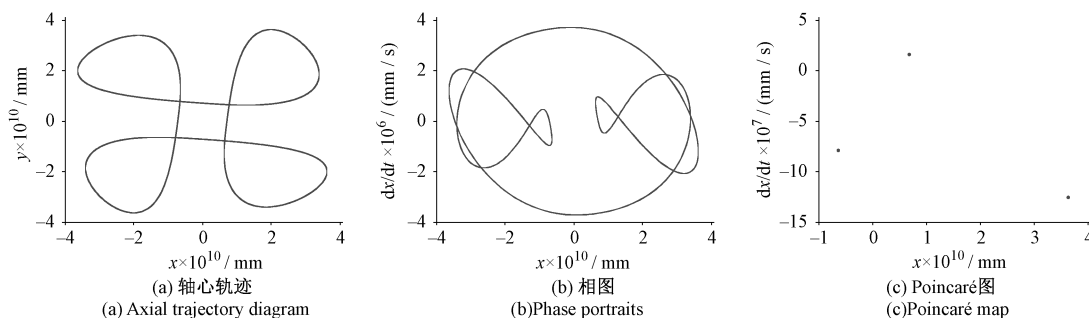
(2) 拟周期解: 截面上呈现出由无限个点构成的封闭曲线;

(3) 混沌运动: 截面上出现成片具有分形结构的密集点。

以转速 ω 作为控制参数, 转子-轴承系统的时域图、相图和庞加图分别如图 4~图 10 所示。

图 4~图 6 分别给出了支承跨距为 177.5 mm, 转速为 2 000 r/min、5 000 r/min、8 000 r/min 下系统运动分析图。图 4~图 6 中轴心轨迹图呈现出一条重复性良好的封闭曲线, 相图也为封闭曲线, 此时表明系统处于周期运动状态, Poincaré 图上存在一个不动点, 充分证明该转子系统处于周期运动状态。

图 7~图 10 分别给出了支承跨距为 177.5 mm, 转速为 10 000 r/min、12 000 r/min、15 000 r/min、20 000 r/min 下系统运动分析图。图 7~图 10 中轴心轨迹图以 n 条重复性良好的封闭曲线存在, 同时相图

图 5 支承跨距 $l=177.5$ mm, 转速 $\omega=5\,000$ r/min 时的系统响应Fig.5 The system response when the support span is $l=177.5$ mm and the rotational speed is $\omega=5\,000$ r/min图 6 支承跨距 $l=177.5$ mm, 转速 $\omega=8\,000$ r/min 时的系统响应Fig.6 The system response when the support span is $l=177.5$ mm and the rotational speed is $\omega=8\,000$ r/min图 7 支承跨距 $l=177.5$ mm, 转速 $\omega=10\,000$ r/min 时的系统响应Fig.7 The system response when the support span is $l=177.5$ mm and the rotational speed is $\omega=10\,000$ r/min图 8 支承跨距 $l=177.5$ mm, 转速 $\omega=12\,000$ r/min 时的系统响应Fig.8 The system response when the support span is $l=177.5$ mm and the rotational speed is $\omega=12\,000$ r/min

也为一条封闭曲线,且 Poincaré 图上分别存在 5、3、3、8 个孤立的点,由此可以判断:转速为 $10\,000$ r/min 时,转子系统处于周期-5 运动状态;转速为 $12\,000$ r/min、 $15\,000$ r/min 时,转子系统处于周期-3 运动状态;

转速为 $20\,000$ r/min 时,转子系统处于周期-8 运动状态。

对转子系统动力学响应观察发现:随着转速的增加,转子系统的非线性特性变得更为复杂,但是转子轴

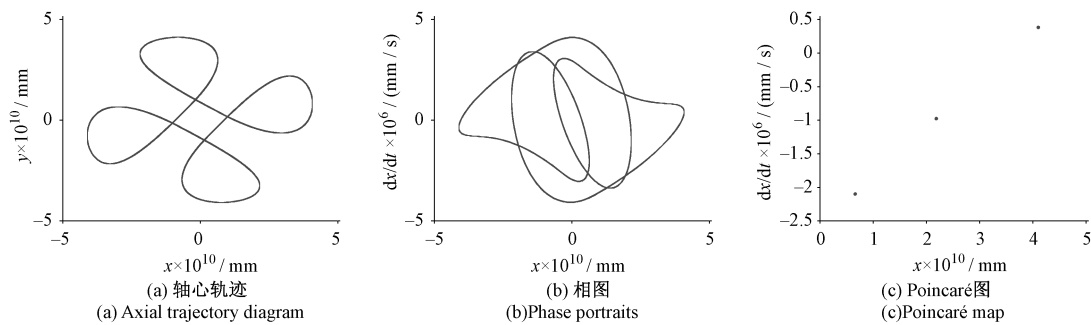


图9 支承跨距 $l=177.5$ mm, 转速 $\omega=15\,000$ r/min 时的系统响应

Fig.9 The system response when the support span is $l=177.5$ mm and the rotational speed is $\omega=15\,000$ r/min

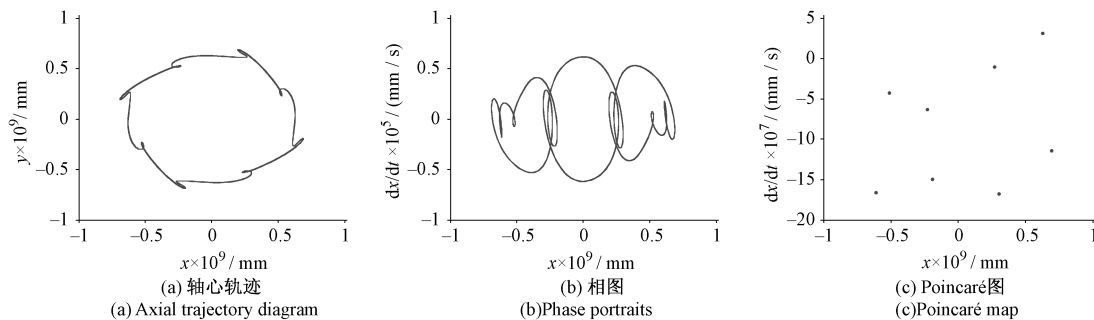


图10 支承跨距 $l=177.5$ mm, 转速 $\omega=20\,000$ r/min 时的系统响应

Fig.10 The system response when the support span is $l=177.5$ mm and the rotational speed is $\omega=20\,000$ r/min

承系统始终处于周期运动状态, 呈现良好的系统稳定性。

4 结论

本文主要研究了转子系统最优支承跨距的计算, 以及考虑支承跨距的转子系统非线性动力学特性, 主要结论如下:

1) 讨论了刚性支承与弹性主轴、弹性支承与刚性主轴两种情况下主轴前端位移的变化量, 并给出位移变化量与支承跨距之间的关系曲线, 从而得到转子系统的最佳支承跨距 177.5 mm。

2) 考虑结论 1) 中的转子系统最佳支承跨距, 分析不同转速作用下转子系统动力学特性, 由图 4~图 10 表明: 转子系统的运动响应从周期 1 运动逐渐过渡为周期 n 运动, 一直处于周期运动状态, 呈现良好的系统稳定性。

参考文献 (References)

- [1] 杨叔子, 丁 汉, 李 斌. 高端制造装备关键技术的科学问题[J]. 机械制造与自动化, 2011, 40(1): 1-5.
YANG ShuZi, DING Han, LI Bin, et al. Scientific problems originated from key techniques of advanced manufacturing equipments[J]. Machine Building & Automation, 2011, 40(1): 1-5 (In Chinese).
- [2] 安虎平, 张志梅, 杨天兴, 等. 基于弹性变形的机床主轴参数设计方法研究[J]. 机械制造与自动化, 2014(5): 9-12.

AN HuPing, ZHANG ZhiMei, YANG TianXing, et al. Method of setting main-spindle parameters of machine tool with elastic deformation[J]. Machine Building & Automation, 2014(5): 9-12 (In Chinese).

- [3] 沈凤亚, 唐超利. 大型风力机主轴最佳抗弯刚度的设计方法[J]. 能源工程, 2009(1): 21-24.
SHEN FengYa, TANG ChaoLi. An optimization design method for bending rigidity of main shaft for large wind turbines[J]. Energy Engineering, 2009(1): 21-24 (In Chinese).
- [4] 杨法立, 史新宇, 赵洪丰. 风扇/增压级动平衡工装最佳支承跨距计算方法[J]. 航空发动机, 2017, 43(1): 27-31.
YANG FaLi, SHI XinYu, ZHAO HongFeng. Calculation method of optimum bearing span of fan/booster balancing tool[J]. Aeroengine, 2017, 43(1): 27-31 (In Chinese).
- [5] 张济生. 主轴部件最佳支承跨距的精确计算[J]. 制造技术与机床, 1996(4): 32.
ZHANG JiSheng. Accurate calculation of the best support span of spindle components[J]. Manufacturing Technology & Machine Tool, 1996(4): 32 (In Chinese).
- [6] 张 亮. 球形蜗杆砂轮磨齿机主轴部件回转精度与动特性研究[D]. 秦皇岛: 燕山大学, 2016: 11-16.
ZHANG Liang. Study on accuracy and dynamic characteristics of spherical worm wheel grinding spindle rotary component [D]. Qinhuangdao: Yanshan University, 2016: 11-16 (In Chinese).
- [7] 裴大明, 冯平法, 郁鼎文. 基于有限元方法的主轴轴承跨距优化[J]. 机械设计与制造, 2005(10): 44-46.
PEI DaMing, FENG PingFa, YU DingWen. Optimum design of spindle bearings distance based on FEM[J]. Machinery Design & Manufacture, 2005(10): 44-46 (In Chinese).

- [8] 钱学毅,周欣明,吴 双.机床主轴系统的振动特性分析[J].机床与液压,2009,37(5):38-41.
QIAN XueYi, ZHOU XinMing, WU Shuang. Analysis on vibratility of machine tool spindle system[J]. Machine Tool & Hydraulics, 2009,37(5):38-41(In Chinese).
- [9] 史文博.H 型垂直轴风电机组主轴系统结构分析方法的研究[D].重庆:重庆大学,2015:64-69.
SHI WenBo. Structure analysis method study of H-vertical wind turbine main shaft system[D]. Chongqing: Chongqing University, 2015:64-69(In Chinese).
- [10] 孙志礼,田 越,冯吉路,等.轴承预紧力和跨距对主轴动态特性的影响[J].机械设计与制造,2018(5):1-4.
SUN ZhiLi, TIAN Yue, FENG JiLu, et al. Effect of the bearing preload and the support span on dynamic characteristics of the spindle[J]. Machinery Design & Manufacture, 2018(5):1-4(In Chinese).
- [11] 张婷婷.大型垂直轴风机的优化、动力特性及疲劳研究[D].上海:上海交通大学,2009:17-26.
ZHANG TingTing. Optimization, dynamic behavior and fatigue of vertical-axis wind turbine [D]. Shanghai: Shanghai Jiaotong University, 2009:17-26(In Chinese).
- [12] 邓四二,王燕霜,李新宁.轴承预紧力与系统固有频率关系的试验[J].航空动力学报,2010,25(8):1883-1887.
DENG SiEr, WANG YanShuang, LI XinNing. Experimental study on the relationship between bearing preload and system natural frequency[J]. Journal of Aerospace Power,2010,25(8):1883-1887(In Chinese).
- [13] 郭向东,王燕霜.轴承预紧力-系统固有频率及跨距关系的研究[J].轴承,2013(4):30-33.
GUO XiangDong, WANG YanShuang. Research on relationship among bearing preload, system natural frequency and span [J]. Bearing, 2013(4):30-33(In Chinese).
- [14] Chang-Jian C W, Chen Co-K. Chaotic response and bifurcation analysis of a flexible rotor supported by porous and non-porous bearings with nonlinear suspension [J]. Nonlinear Analysis Real World Applications,2009,10(2):1114-1138.
- [15] Cui L, Zheng J R. Nonlinear vibration and stability analysis of a flexible rotor supported on angular contact ball bearings [J]. Journal of Vibration & Control,2014,20(12):1767-1782.
- [16] Ling X, Hu A, Hou L, et al. Nonlinear coupled dynamics of an asymmetric double-disc rotor-bearing system under rub-impact and oil-film forces [J]. Applied Mathematical Modelling,2016,40(7/8):4505-4523.
- [17] Lo C Y, Chang-Jian C-W. Nonlinear dynamics of a flexible rotor supported by turbulent journal bearings with couple stress fluid [J]. Chaos Solitons & Fractals,2008,37(4):1002-1024.
- [18] Navazi H M, Hojjati M. Nonlinear vibrations and stability analysis of a rotor on high-static-low-dynamic-stiffness supports using method of multiple scales [J]. Aerospace Science & Technology,2017(63):259-265.
- [19] 罗 忠,郭 健,唐 瑞,等.转子-轴承系统中滚动球轴承的非线性动力学相似特性研究[J].动力学与控制学报,2016,14(3):223-228.
LUO Zhong, GUO Jian, TANG Rui, et al. Similarity research on the nonlinear dynamic characteristics of rolling bearing in rotor-bearing system [J]. Journal of Dynamics and Control,2016,14(3):223-228(In Chinese).
- [20] 汪慰军,吴昭同,陈 进.转子-轴承系统不平衡响应的非线性动力学特性分析[J].上海交通大学学报,2001,35(5):771-773.
WANG WeiJun, WU ZhaoTong, CHEN Jin. Nonlinear dynamic behavior analysis of unbalance response of rotor hearings [J]. Journal of Shanghai Jiaotong University, 2001, 35 (5): 771-773 (In Chinese).
- [21] 吴 昊.滚动轴承动特性及轴承-转子系统动力学模型研究[D].上海:华东理工大学,2010:62-63.
WU Hao. Research on the dynamic characteristics of rolling element bearings and the dynamic model of bearing rotor system [D]. Shanghai: East China University of Science and Technology, 2010:62-63(In Chinese).