

长圆形囊式气囊隔振器横纵向刚度特性研究^{*}

STUDY ON LATERAL AND LONGITUDINAL STIFFNESS CHARACTERISTICS OF LONG ROUND BELLOW-TYPE AIRBAG ISOLATOR

李东方^{**1,2} 赵应龙^{***1,2}

(1. 海军工程大学 振动与噪声研究所, 武汉 430033)

(2. 船舶振动噪声重点实验室, 武汉 430033)

LI DongFang^{1,2} ZHAO YingLong^{1,2}

(1. Institute of Noise & Vibration, Naval University of Engineering, Wuhan 430033, China)

(2. National Key Laboratory on Ship Vibration & Noise, Wuhan 430033, China)

摘要 气囊隔振器作为一种高效的减振元件,其横向稳定性与横向刚度密切相关。为了在理论上了解和掌握长圆形囊式气囊隔振器的横、纵向刚度特性,分别根据气囊隔振器横、纵向受力特点,从气囊隔振器囊体受力和导向法兰受力两个方面对其横、纵向刚度进行了讨论,提出了一种长圆形囊式气囊隔振器横、纵向刚度理论计算式。同时试制相应气囊隔振器样机,并开展了长圆形囊式气囊横、纵向刚度特性试验,结果表明:理论与试验结果误差不超过3%,验证了所述方法的有效性,并且可以认定囊体提供的刚度占气囊横、纵向刚度的主要部分。

关键词 气囊隔振器 长圆形囊式结构 复合材料 横纵向刚度 试验研究

中图分类号 TB535

Abstract As an effective vibration absorber, the lateral stability of the airbag isolator is closely related to the lateral stiffness. In order to understand and grasp theoretically the transverse and longitudinal stiffness characteristics of the long round bellow-type airbag isolator, according to the lateral and longitudinal force characteristics of the airbag isolator, the transverse and longitudinal stiffness of the airbag isolator from the bladder and the bearing flange were discussed. The theoretical calculation formula of the transverse and longitudinal stiffness of the airbag isolator was put forward. At the same time, the prototype of the corresponding air bag isolator was produced, the lateral and longitudinal stiffness characteristics of the long round airbag were tested. The results show that the error between theory and test results does not exceed 3%, which verifies the effectiveness of the method. And it can be determined that the stiffness provided by the capsule accounts for the main part of the lateral and longitudinal stiffness of the airbag.

Key words Airbag isolator; Long round bellow-type structure; Composite material; Lateral longitudinal stiffness; Test research

Corresponding author: ZHAO YingLong, E-mail: zhaoyl_hg@163.com, Tel: +86-27-65462961, Fax: +86-27-65462983

The project supported by the Equipment Pre-research National Defense Science and Technology Key Laboratory Fund (No.614220406030917).

Manuscript received 20190808, in revised form 20190916.

引言

气囊隔振器,通常称为空气弹簧,是一种承载能力强,隔振效果好的理想减振元器件,目前被广泛应用于汽车、舰船等领域^[1-2]。气囊隔振器作为主要的承载及

隔振元件,其横向特性的好坏将直接影响到汽车等载具上人员的舒适性体验及设备的安全性要求。对于气囊隔振器,一般以横向静刚度与垂向静刚度之比来表征其横向稳定性^[3]。

目前,已有国内外学者开展了大量关于气囊隔振

^{*} 20190808 收到初稿, 20190916 收到修改稿。装备预研国防科技重点实验室基金(614220406030917)资助。

^{**} 李东方,男,1995年12月生,黑龙江鹤岗人,汉族,海军工程大学振动与噪声研究所硕士研究生,主要研究方向为舰船设备振动与噪声控制。

^{***} 赵应龙,男,1976年6月生,湖北仙桃人,汉族,海军工程大学振动与噪声研究所研究员,博士,主要研究方向为舰船设备减振降噪技术及抗冲击技术。

器特性的研究工作。CHUANYIN T 等^[4]基于膜式空气弹簧结构特点,提出分段推导活塞作用高度与空气弹簧位移关系的方法。LÖCKEN F 等^[5]基于封闭体和支承体能量平衡,提出了一种不依赖于设计的通用方法来分析空气弹簧的动力特性。LIU Q F 等^[6]利用 Marc 有限元分析软件,考虑了空气弹簧材料、几何和接触非线性,得到了空气弹簧横向刚度曲线。KANG B B^[7]建立了一个车辆模型来研究列车不稳定横向振动,发现空气弹簧的二次横向刚度是引起车身横向振动的主要原因。张利国等^[8]针对一种双附加气室空气弹簧,从理论上建立了其振动微分方程,并据此得到了激励频率对空气弹簧加速度传递率的影响。戚壮等^[9]基于非线性有限元算法,考虑了橡胶特性、帘线布置、流固耦合及裙板接触等非线性因素,建立了车辆的横向刚度计算模型。张俊玲等^[10]分别基于 Abaqus 有限元分析软件,研究了初始内压和帘线参数对膜式空气弹簧横向刚度特性的影响。姜莞等^[11]利用有限元软件分析了空气弹簧帘线参数对其性能的影响。朱石坚等^[12]^[36-43]通过气体多变方程以及线性薄膜理论推导了长方体形空气弹簧的垂向刚度,采用弹性力学的方法,根据空气弹簧受力特点,仅考虑帘线受剪切变形,推导了长方体形空气弹簧的横向刚度。楼京俊等^[13]针对气囊隔振器载荷变形曲线呈封闭迟滞状这一特点,提出了利用多项式拟合试验数据的方法。

首先,以上研究大多针对于回转形气囊,对于非回转形气囊等异形气囊涉及较少。在某些狭长空间内,长圆形气囊通过合理设计横、纵尺寸,可以大大提高空间利用率,因而有必要对其展开研究。其次,目前对气囊隔振器垂向刚度的研究已较为完备,但对其横向刚度的研究,主要局限于有限元仿真和试验,理论研究仅见于文献^[12]^[36-43]等极少数文章当中,且多是在很大简化条件下得出的结果,不能完整体现气囊的横向刚度特性,这不利于设计气囊的横向稳定性。基于以上原因及长圆形囊式气囊的工程应用价值,本文希望在可以更全面考量长圆形囊式气囊横、纵向刚度的前提下,从理论上对其进行深入的研究,以满足工程设计的需要,并对其他结构的气囊隔振器横向刚度理论研究提供一定的借鉴意义和价值。

1 模型描述

本文研究的长圆形囊式气囊隔振器的结构如图 1 所示。

图 1 中, D 为气囊圆柱部分长度, ρ 为囊体波纹半径, R_{e0} 为气囊额定状态下的有效半径, α 、 β 为气囊上下法兰导向角,1 表示气囊圆环部分,2 表示气囊圆柱部分。在其上建立一直角坐标系,令 z 轴方向为气囊

垂向、 x 轴方向为气囊纵向、 y 轴方向为气囊横向。

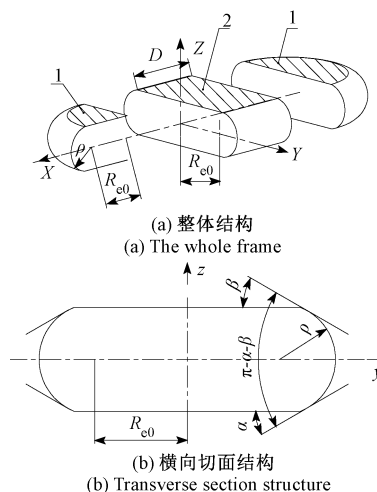


图 1 长圆形气囊隔振器结构

Fig.1 Long round bellow-type airbag isolator structure

在保证对长圆形气囊隔振器横、纵向刚度分析准确性的前提下,作出如下合理的简化假设:

(1)气囊横、纵向变形过程中,气囊高度和囊内气体容积保持不变,从而囊内气体压力亦保持不变。

(2)帘线的缠绕角度在囊体的任何地方都认为是定值。

(3)在气囊横、纵向小位移的条件下进行分析。

当气囊隔振器上盖板存在横、纵向位移时,对气囊隔振器进行受力分析,可以发现气囊的横、纵向回复力主要由两个方面提供:1)囊体受剪切变形产生的弹性回复力;2)气囊囊体受导向法兰挤压,致使囊内气压对导向法兰产生的弹性回复力。为此,本文从上述两个方面入手,研究长圆形气囊隔振器的横、纵向刚度。

2 囊体横、纵向刚度研究

长圆形气囊隔振器囊体由内胶层、外胶层和骨架层构成,其中骨架层又由多层反对称排列的帘布层铺设而成。帘线-橡胶复合材料具有非均质、非线性、各向异性等性质,对其进行研究非常复杂。为此,本文基于复合材料力学理论以及薄膜理论^[14]^[54-109],将囊体简化为由两层各向同性的橡胶层以及 n 层横观各向同性的帘线-橡胶复合层组成的层合板模型,其中帘线-橡胶复合层又简化为以 $+\varphi$ 、 $-\varphi$ 缠绕角交错排列的 n 层反对称层合板模型(n 为偶数)。具体的囊体层合板模型如图 2 所示。

图 2 中, t_0 为复合层单层厚度, t_1 为橡胶层单层厚度, δ 为帘线间距, d 为单根帘线横截面积。复合层中帘线纤维缠绕角用 φ 表示,其结构参数如表 1 所示。

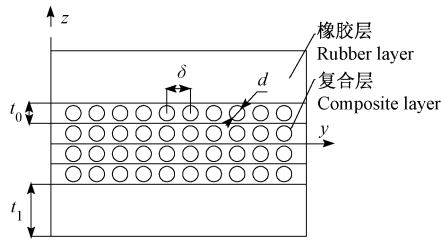


图2 囊体层合板模型

Fig.2 Capsule laminate model

表1 囊体层合板模型结构参数

Tab.1 Capsule laminate model structure parameters

层别 Layer	方向 Direction	厚度 Thickness
复合层 Composite layer	1	$+\varphi$
	2	$-\varphi$
	...	...
	n	$-\varphi$
橡胶层 Rubber layer	1	—
	2	—

处在薄膜应力状态的层合板模型,一般忽略垂直于其表面的弯曲应力和剪切应力,而仅考虑面内拉伸应力,由此可知层合板模型的每一层符合平面应力状态。

2.1 橡胶单层板弹性系数

对于各向同性的橡胶单层板,由广义胡克定律有如下应力-应变关系式

$$\begin{bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Q_{11}^{rub} & Q_{12}^{rub} & 0 \\ Q_{12}^{rub} & Q_{22}^{rub} & 0 \\ 0 & 0 & Q_{66}^{rub} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{bmatrix} = \mathbf{Q}^{rub} \begin{bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{bmatrix} \quad (1)$$

式中,橡胶单层板弹性系数 $\mathbf{Q}^{rub}$ 与橡胶的弹性模量 E_r 、泊松比 μ 和剪切模量 G_r 有关,具体计算式见文献[14]⁵⁴⁻¹⁰⁹。

2.2 复合单层板弹性系数

2.2.1 沿材料主方向的弹性系数

基于考虑问题出发点的不同,微观力学中有许多预测帘线-橡胶复合材料弹性常数的公式,由于帘线的泊松比和剪切模量难以测定,因此本文选用 Gough-Tangorra 公式来计算复合层单层板材料主方向的弹性常数,此方法可以避免为获得帘线的泊松比和剪切模量而产生的困难。其公式为

$$\begin{cases} E_1 = E_c V_c + E_r (1 - V_c) \\ E_2 = \frac{4E_r (1 - V_c) [E_c V_c + E_r (1 - V_c)]}{3E_c V_c + 4E_r (1 - V_c)} \\ G_{12} = G_r (1 - V_c) \\ \mu_{12} = 0.5 \\ \mu_{21} = \frac{\mu_{12} E_2}{E_1} \end{cases} \quad (2)$$

式中, E_1 为纤维方向弹性模量, E_2 为垂直纤维方向弹性模量, G_{12} 为面内剪切模量, μ_{12} 为主泊松比, μ_{21} 为次泊松比, E_c 为帘线的弹性模量, V_c 为帘线占复合单层板的体积分数。

一般工程上,气囊隔振器采用充气成型的方式进行生产。由其成型工艺可知,气囊囊体圆柱和圆环两部分帘线所占体积分数并不相同,从而导致两部分的弹性常数不同,须分别计算。

(1) 圆柱部分帘线占囊体的体积分数

圆柱部分的复合单层板总体积 V_n^{cyl} 为

$$V_n^{cyl} = \pi \rho_0 t_0 D \quad (3)$$

式中, ρ_0 为囊体在额定位置时的波纹半径,此时其横向切面囊体可以认为是半圆形。

圆柱部分的复合单层板帘线体积 V_1^{cyl} 为

$$V_1^{cyl} = \frac{\pi^2 d^2 \rho_0 D}{4\delta} \quad (4)$$

由式(3)、式(4)可以得到圆柱部分帘线占囊体的体积分数 V_c^{cyl} 为

$$V_c^{cyl} = \frac{V_1^{cyl}}{V_n^{cyl}} = \frac{\pi d^2}{4\delta t_0} \quad (5)$$

(2) 圆环部分帘线占囊体的体积分数

圆环部分的复合单层板总体积 V_n^{cir} 为

$$V_n^{cir} = \pi \rho_0 t_0 (\pi R_{e0} + 2\rho_0) \quad (6)$$

圆环部分的复合单层板帘线体积 V_1^{cir} 为

$$V_1^{cir} = \frac{\pi^3 d^2 \rho_0 R_{e0}}{4\delta} \quad (7)$$

由式(6)、式(7)可以得到圆环部分帘线占囊体的体积分数 V_c^{cir} 为

$$V_c^{cir} = \frac{V_1^{cir}}{V_n^{cir}} = \frac{\pi^2 d^2 R_{e0}}{4\delta t_0 (\pi R_{e0} + 2\rho_0)} \quad (8)$$

根据式(2)、式(5)、式(8)可以求得圆环复合单层板的弹性常数为 E_1^{cir} 、 E_2^{cir} 、 G_{12}^{cir} 、 μ_{21}^{cir} 和 μ_{12} , 以及圆柱复合单层板的弹性常数为 E_1^{cyl} 、 E_2^{cyl} 、 G_{12}^{cyl} 、 μ_{21}^{cyl} 和 μ_{12} 。

对于复合单层板,其沿材料主方向的应力-应变关系式为

$$\begin{bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \tau_{12} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Q_{11}^{com} & Q_{12}^{com} & 0 \\ Q_{12}^{com} & Q_{22}^{com} & 0 \\ 0 & 0 & Q_{66}^{com} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \gamma_{12} \end{bmatrix} = \mathbf{Q}^{com} \begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \gamma_{12} \end{bmatrix} \quad (9)$$

式中,复合单层板沿材料主方向的弹性系数计算式由文献[14]⁵⁴⁻¹⁰⁹给出。针对圆环和圆柱两部分,沿材料主方向的弹性系数分别记为 $\mathbf{Q}^{cir}$ 和 $\mathbf{Q}^{cyl}$ 。

2.2.2 沿结构主方向的弹性系数

帘线-橡胶复合材料由于其材料主方向与结构主方向并不一致,因此复合材料具有偏轴性能。设复合材料的结构主方向与材料主方向的夹角为 θ ,而帘线

的缠绕角为 φ , 则两者之间有关系 $\theta = \pi/2 - \varphi$, 具体如图 3 所示。

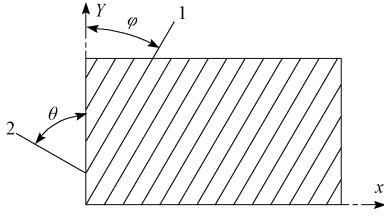


图 3 复合层偏轴性能关系

Fig.3 Composite layer off-axis performance relationship

沿结构主方向一般有弹性关系式

$$\begin{bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{Q}_{11}^{\text{com}} & \bar{Q}_{12}^{\text{com}} & \bar{Q}_{16}^{\text{com}} \\ \bar{Q}_{12}^{\text{com}} & \bar{Q}_{22}^{\text{com}} & \bar{Q}_{26}^{\text{com}} \\ \bar{Q}_{16}^{\text{com}} & \bar{Q}_{26}^{\text{com}} & \bar{Q}_{66}^{\text{com}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{bmatrix} = \bar{\mathbf{Q}}^{\text{com}} \begin{bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{bmatrix} \quad (10)$$

令 $e = \cos\theta = \sin\varphi$, $f = \sin\theta = \cos\varphi$, 则对沿结构主方向的弹性系数 $\bar{\mathbf{Q}}^{\text{com}}$ 有如下关系式

$$\begin{cases} \bar{Q}_{11}^{\text{com}} = Q_{11}^{\text{com}} e^4 + 2(Q_{12}^{\text{com}} + 2Q_{66}^{\text{com}}) e^2 f^2 + Q_{22}^{\text{com}} f^4 \\ \bar{Q}_{12}^{\text{com}} = (Q_{11}^{\text{com}} + Q_{22}^{\text{com}} - 4Q_{66}^{\text{com}}) e^2 f^2 + Q_{12}^{\text{com}} (e^4 + f^4) \\ \bar{Q}_{22}^{\text{com}} = Q_{11}^{\text{com}} f^4 + 2(Q_{12}^{\text{com}} + 2Q_{66}^{\text{com}}) e^2 f^2 + Q_{22}^{\text{com}} e^4 \\ \bar{Q}_{16}^{\text{com}} = (Q_{11}^{\text{com}} - Q_{16}^{\text{com}} - 2Q_{66}^{\text{com}}) e^3 f + (Q_{12}^{\text{com}} - Q_{22}^{\text{com}} + 2Q_{66}^{\text{com}}) e f^3 \\ \bar{Q}_{26}^{\text{com}} = (Q_{11}^{\text{com}} - Q_{16}^{\text{com}} - 2Q_{66}^{\text{com}}) e f^3 + (Q_{12}^{\text{com}} - Q_{22}^{\text{com}} + 2Q_{66}^{\text{com}}) e^3 f \\ \bar{Q}_{66}^{\text{com}} = (Q_{11}^{\text{com}} + Q_{22}^{\text{com}} - 2Q_{12}^{\text{com}} - 2Q_{66}^{\text{com}}) e^2 f^2 + Q_{66}^{\text{com}} (e^4 + f^4) \end{cases} \quad (11)$$

由于帘线-橡胶复合层合板模型是以正负缠绕角反对称排列的, 当帘线缠绕角为 $-\varphi$ 时, 单层复合板沿结构主方向的弹性系数取为 $\bar{\mathbf{Q}}^{\text{com}}(-\varphi)$, 由式(11)可得

$$\begin{cases} (\bar{Q}_{11}^{\text{com}}, \bar{Q}_{12}^{\text{com}}, \bar{Q}_{22}^{\text{com}}, \bar{Q}_{66}^{\text{com}})_{\varphi} = (\bar{Q}_{11}^{\text{com}}, \bar{Q}_{12}^{\text{com}}, \bar{Q}_{22}^{\text{com}}, \bar{Q}_{66}^{\text{com}})_{-\varphi} \\ (\bar{Q}_{16}^{\text{com}}, \bar{Q}_{26}^{\text{com}})_{\varphi} = -(\bar{Q}_{16}^{\text{com}}, \bar{Q}_{26}^{\text{com}})_{-\varphi} \end{cases} \quad (12)$$

根据式(12)以及前文所求得的沿材料主方向的弹性系数 $\mathbf{Q}^{\text{cir}}$ 和 $\mathbf{Q}^{\text{cyl}}$, 即可得到圆环和圆柱两部分复合单层板沿结构主方向的弹性系数 $\bar{\mathbf{Q}}^{\text{cir}}$ 和 $\bar{\mathbf{Q}}^{\text{cyl}}$ 。

2.3 囊体层合板的刚度矩阵

在 2.1~2.2 节中已经确定了橡胶单层板和帘线-橡胶复合单层板的弹性系数矩阵, 现根据经典层合板理论分析囊体层合板的刚度矩阵。当仅考虑拉伸刚度, 不考虑耦合刚度和弯曲刚度时, 有如下弹性关系式

$$\begin{bmatrix} N_x \\ N_y \\ N_{xy} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} & A_{16} \\ A_{12} & A_{22} & A_{26} \\ A_{16} & A_{26} & A_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{bmatrix} = \mathbf{A} \begin{bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{bmatrix} \quad (13)$$

式中, $\mathbf{A}$ 为囊体层合板的拉伸刚度矩阵, 由下式求得

$$\mathbf{A} = \sum_{k=1}^{n+2} \mathbf{Q}_k t_k \quad (14)$$

式中, 囊体层合板的总层数为 $n+2$, 包括 n 层复合单层板和 2 层橡胶单层板。对橡胶单层板计算时, $\mathbf{Q} = \mathbf{Q}^{\text{rub}}$, $t_k = t_1$ 。对复合单层板进行计算时, $\mathbf{Q} = \bar{\mathbf{Q}}^{\text{com}}$, $t_k = t_0$ 。由于帘线纤维只能承受拉伸力而无法承受压缩力和剪切力, 当复合单层板受到的横向位移与帘线伸长方向的夹角 $\gamma < 90^\circ$ 时, 帘线可以提供剪切力; 当夹角 $\gamma > 90^\circ$ 时, 帘线无法提供剪切力, 具体由图 4 所示。因此当气囊受到横向剪切力时, 仅有一半的复合单层板可以发挥作用。

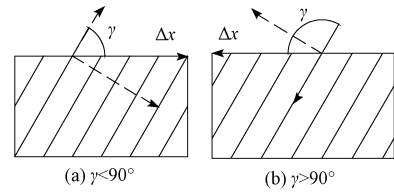


图 4 复合单层板受横向剪切力

Fig.4 Composite single-layer board subjected to transverse shear

通过以上分析可以得囊体层合板拉伸刚度系数分别为

$$\begin{cases} A_{11} = nt_0 \bar{Q}_{11}^{\text{com}} + 2t_1 Q_{11}^{\text{rub}} \\ A_{12} = nt_0 \bar{Q}_{12}^{\text{com}} + 2t_1 Q_{12}^{\text{rub}} \\ A_{22} = nt_0 \bar{Q}_{22}^{\text{com}} + 2t_1 Q_{22}^{\text{rub}} \\ A_{16} = 0 \\ A_{26} = 0 \\ A_{66} = nt_0 \bar{Q}_{66}^{\text{com}}/2 + 2t_1 Q_{66}^{\text{rub}} \end{cases} \quad (15)$$

由式(13)、式(15)可以计算得到层合板模型单位宽度上的剪切力 $N_{xy} = A_{66} \gamma_{xy}$ 。在气囊圆环和圆柱两部分中, 囊体单位剪切刚度分别记为 A_{66}^{cir} 和 A_{66}^{cyl} 。

2.4 囊体横、纵向剪切力及刚度

(1) 圆柱部分囊体沿纵向剪切力及刚度

圆柱部分囊体仅能提供纵向剪切力, 而无法提供横向剪切力。当气囊隔振器上盖板沿纵向有一位移

Δx 时,通过对圆柱部分囊体进行分析可知其切应变为 $\Delta x/\pi\rho_0$, 所以圆柱部分囊体沿纵向提供的剪切力为

$$F_a^{\text{cyl}} = \frac{2A_{66}^{\text{cyl}} D \Delta x}{\pi\rho_0} \quad (16)$$

圆柱部分囊体沿纵向提供的剪切刚度为

$$K_a^{\text{cyl}} = \frac{2A_{66}^{\text{cyl}} D}{\pi\rho_0} \quad (17)$$

(2) 圆环部分囊体剪切力及刚度

当气囊隔振器上盖板沿水平方向有一位移 Δx 时,圆环部分囊体切变形分量为 $\Delta x \cos\phi$, 具体如图 5 所示,则其切应变为 $\Delta x \cos\phi/\pi\rho_0$, 所以圆环部分囊体提供的剪切力为

$$F_a^{\text{cir}} = \frac{4A_{66}^{\text{cir}} R_2 \Delta x}{\pi\rho_0} \quad (18)$$

式中, R_2 为上盖板圆环部分半径, ϕ 为囊体水平截面绕 z 轴转过的角度。

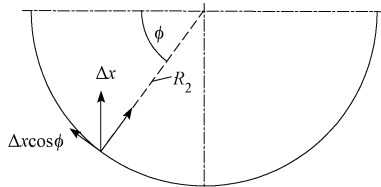


图 5 囊体切变形分量

Fig.5 Capsule deformation component

圆环部分囊体提供的横向剪切刚度为

$$K_a^{\text{cir}} = \frac{4A_{66}^{\text{cir}} R_2}{\pi\rho_0} \quad (19)$$

根据上述分析,由式(16)~式(19)可以得到长圆形气囊隔振器囊体提供的横、纵向剪切力和刚度,它们分别为

$$\begin{cases} F_a^y = F_a^{\text{cir}} = 4A_{66}^{\text{cir}} R_2 \Delta x / \pi\rho_0 \\ F_a^x = F_a^{\text{cyl}} + F_a^{\text{cir}} = 2(2A_{66}^{\text{cyl}} R_2 + A_{66}^{\text{cyl}} D) \Delta x / \pi\rho_0 \\ K_a^y = K_a^{\text{cir}} = 4A_{66}^{\text{cir}} R_2 / \pi\rho_0 \\ K_a^x = K_a^{\text{cyl}} + K_a^{\text{cir}} = 2(2A_{66}^{\text{cyl}} R_2 + A_{66}^{\text{cyl}} D) / \pi\rho_0 \end{cases} \quad (20)$$

3 导向法兰横、纵向刚度研究

由于导向法兰与气囊囊体之间存在挤压面,因此在囊内气压的作用下,导向法兰会受到垂直于挤压面的外力。当气囊不发生横、纵向位移时,导向法兰受力平衡,不存在水平方向的合力;当气囊发生横、纵向位移时,导向法兰的受力平衡将被打破,导致其存在与位移方向相反的合力,具体如图 6 所示。

图 6 中,实线和虚线分别为发生位移前后的气囊切面轮廓, ΔF_1 为上法兰与囊体接触面积增大一侧的

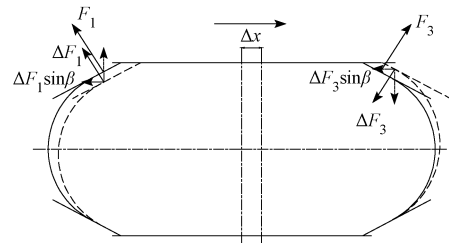


图 6 导向法兰受力示意图

Fig.6 Guide flange force diagram

法兰受力改变量, ΔF_3 为上法兰与囊体接触面积减小一侧的法兰受力改变量。

3.1 导向法兰与囊体接触面积变化量

为分析导向法兰所受水平合力的大小,需要确定接触面积变化量与上盖板横向位移之间的关系。本文选取了 5 个参数,分别为上法兰与囊体切面母线的接触长度 l_1 (增大侧)、下法兰与囊体切面母线的接触长度 l_2 (减小侧)、囊体波纹半径 ρ 、囊体曲率中心垂向变化长度 Δh 和囊体曲率中心横向变化长度 ΔR ,并根据这 5 个参数列出了 5 个几何关系式来描述气囊切面轮廓变形,其示意图如图 7 所示,具体几何关系式为

$$\begin{cases} \Delta\rho \sin\beta + \Delta R - \Delta l_1 \cos\beta = \Delta x \\ \Delta\rho \sin\alpha + \Delta R - \Delta l_2 \cos\alpha = 0 \\ \Delta\rho \cos\beta + \Delta h + \Delta l_1 \sin\beta = 0 \\ \Delta\rho \cos\alpha - \Delta h + \Delta l_2 \sin\alpha = 0 \\ \Delta\rho(\pi - \alpha - \beta) + \Delta l_1 + \Delta l_2 = 0 \end{cases} \quad (21)$$

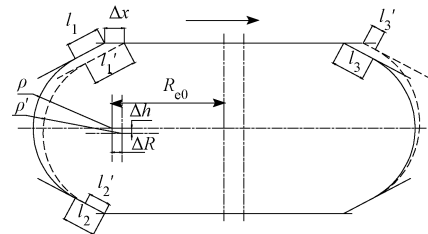


图 7 气囊切面轮廓变形示意图

Fig.7 Airbag section profile deformation diagram

式(21)可以用矩阵的形式表示

$$\begin{bmatrix} \sin\beta & 1 & -\cos\beta & 0 & 0 \\ \sin\alpha & 1 & 0 & -\cos\alpha & 0 \\ \cos\beta & 0 & \sin\beta & 0 & 1 \\ \cos\alpha & 0 & 0 & \sin\alpha & -1 \\ \pi - \alpha - \beta & 0 & 1 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta\rho \\ \Delta R \\ \Delta l_1 \\ \Delta l_2 \\ \Delta h \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Delta x \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (22)$$

由于本文希望得到接触面积变化量与上盖板横向位移之间的关系,因此根据式(22)求得上法兰与囊体切面母线的接触长度变化量 Δl_1 (增大侧),其值为

$$\Delta l_1 = \frac{-\cos\alpha + \cos\beta + (\pi - \alpha - \beta) \sin\alpha}{2 + 2\cos(\alpha + \beta) - (\pi - \alpha - \beta) \sin(\alpha + \beta)} \Delta x \quad (23)$$

同理,可以求得上法兰与囊体切面母线的接触长度变化量 Δl_3 (减小侧) 的值为

$$\Delta l_3 = \frac{\cos\alpha - \cos\beta + (\pi - \alpha - \beta) \sin\alpha}{2 + 2\cos(\alpha + \beta) - (\pi - \alpha - \beta) \sin(\alpha + \beta)} (-\Delta x) \quad (24)$$

长圆形气囊隔振器两部分的囊体与导向法兰接触面积变化量并不相同,需要分别讨论:

(1) 圆柱部分接触面积变化量

圆柱部分囊体与导向法兰的接触面积仅当上盖板有横向位移时才会发生改变,因此根据式(23)、式(24)可以求得圆柱部分接触面积在横向位移作用下的变化量 ΔS_b^{cyl} 为

$$\Delta S_b^{\text{cyl}} = (\Delta l_1 - \Delta l_3) D \quad (25)$$

(2) 圆环部分接触面积变化量

在半圆环部分囊体上取一接触面积变化量微元 (增大侧),其结构如图 8 所示,图中虚线所围面积表示的是接触面积变化量。

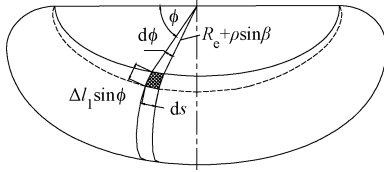


图 8 圆环部分接触面积变化量微元

Fig.8 Ring contact area change amount micro-element

微元两条边分别为 $\Delta l_1 \sin\phi$ 和 ds , 其中 $ds = (R_{e0} + \rho \sin\beta) d\phi$, 则微元的面积为

$$d(\Delta S_b^{\text{cizr}}) = \Delta l_1 \sin\phi (R_{e0} + \rho \sin\beta) d\phi \quad (26)$$

对式(26)在半圆环上进行积分,得到半圆环部分接触面积变化量 (增大侧) 为

$$\Delta S_b^{\text{cizr}} = 2\Delta l_1 (R_{e0} + \rho \sin\beta) \quad (27)$$

同理,可以得到半圆环部分接触面积变化量 (减小侧) 为

$$\Delta S_b^{\text{cizr}} = 2\Delta l_3 (R_{e0} + \rho \sin\beta) \quad (28)$$

则由式(27)和式(28)可以得到气囊圆环部分接触面积变化量为

$$\Delta S_b^{\text{cizr}} = 2(\Delta l_1 - \Delta l_3) (R_{e0} + \rho \sin\beta) \quad (29)$$

3.2 导向法兰横、纵向反力及刚度

(1) 导向法兰横向反力及刚度

当上盖板有横向位移时,气囊两部分导向法兰都会受到相应的反力。因此根据式(25)、式(29)可以得到长圆形气囊受到横向位移时,导向法兰与囊体接触面积的改变量为

$$\Delta S_b^y = (\Delta l_1 - \Delta l_3) (2R_{e0} + 2\rho \sin\beta + D) \quad (30)$$

导向法兰受到的横向反力为

$$F_b^y = P(\Delta l_1 - \Delta l_3) (2R_{e0} + 2\rho \sin\beta + D) \sin\beta \quad (31)$$

式中, P 是囊内气体压力。根据式(23)、式(24)及式

(31)可以得到导向法兰提供的横向刚度为

$$K_b^y = \frac{2P(2R_{e0} + 2\rho \sin\beta + D) (\pi - \alpha - \beta) \sin\alpha \sin\beta}{2 + 2\cos(\alpha + \beta) - (\pi - \alpha - \beta) \sin(\alpha + \beta)} \quad (32)$$

(2) 导向法兰纵向反力及刚度

当上盖板有纵向位移时,气囊仅圆环部分导向法兰受到相应的反力。因此根据式(29)可以得到长圆形气囊受到纵向位移时,导向法兰与囊体接触面积的改变量为

$$\Delta S_b^x = 2(\Delta l_1 - \Delta l_3) (R_{e0} + \rho \sin\beta) \quad (33)$$

导向法兰受到的纵向反力为

$$F_b^x = 2P(\Delta l_1 - \Delta l_3) (R_{e0} + \rho \sin\beta) \sin\beta \quad (34)$$

导向法兰提供的纵向刚度为

$$K_b^x = \frac{4P(R_{e0} + \rho \sin\beta) (\pi - \alpha - \beta) \sin\alpha \sin\beta}{2 + 2\cos(\alpha + \beta) - (\pi - \alpha - \beta) \sin(\alpha + \beta)} \quad (35)$$

4 横、纵向刚度及影响因素分析

4.1 横、纵向刚度

第 2 节和第 3 节已经就本文开始提到的 a, b 两点进行了详细的分析,现综合所得到的结果,主要为式(20)、式(31)、式(32)、式(34)、式(35),总结出长圆形气囊的横、纵向载荷及刚度表达式如下

$$\begin{cases} F^x = F_a^x + F_b^x \\ F^y = F_a^y + F_b^y \\ K^x = K_a^x + K_b^x \\ K^y = K_a^y + K_b^y \end{cases} \quad (36)$$

4.2 横、纵向刚度影响因素分析

根据式(36)可以看出,长圆形气囊横、纵向刚度主要由囊体结构、囊体材料参数、帘线缠绕参数、法兰导向角、囊内气体压力等因素所决定。其中囊体结构主要是由工程设计要求,根据垂向特性进行确定的,因此本文不对其作分析,而只对剩余四个方面因素,展开讨论。

(1) 囊体材料参数的影响

对于囊体材料参数,考虑橡胶和帘线材料弹性模量对气囊横纵向刚度的影响。在合理的范围内选取两种材料的弹性模量值,通过数值计算,得到了气囊横、纵向刚度与橡胶和帘线弹性模量之间的关系曲面,如图 9 所示,图中上半部分曲面表示气囊纵向刚度,下半部分曲面表示气囊横向刚度。

从图 9 中可以看出:在其他条件相同的情况下,气囊横、纵向刚度与囊体材料弹性参数呈线性关系;且在一定范围内,帘线的弹性参数对刚度的影响远大于橡胶的弹性参数。

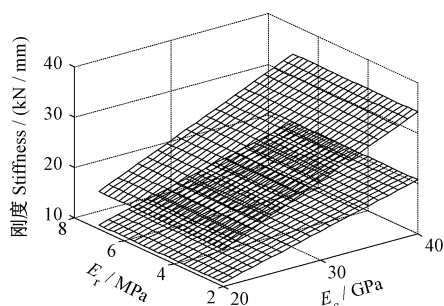


图9 横纵向刚度与囊体材料参数之间的关系

Fig.9 Relationship between transverse stiffness and capsule material parameters

(2) 帘线缠绕参数的影响

帘线缠绕参数主要包括帘线的排列密度、帘线的层数和帘线的缠绕角,其中帘线的排列密度,主要由帘线间距决定。因此本文针对这三个方面分析帘线缠绕参数与气囊横、纵向刚度的关系。根据理论计算得到了气囊横、纵向刚度与帘线缠绕参数之间的关系,如图10所示。

从图10中可以看出:在其他条件相同的情况下,气囊横、纵向刚度随着帘线间距的减少和帘线层数的增加而增大,在帘线缠绕角达到 45° 时其值达到最大。

(3) 法兰导向角的影响

图11展示了气囊横、纵向刚度与法兰导向角之间的关系,从图中可以看出:在其他条件相同的情况下,随法兰导向角的增大,气囊横、纵向刚度逐渐增大,且当导向角超过 45° 时,刚度值开始急剧增大。在船舶工业中使用的气囊隔振器,它们的法兰导向角一般不应超过 30° ,因此可以认定法兰导向角对气囊横、纵向刚度的影响相对较小。

(4) 囊内气体压力的影响

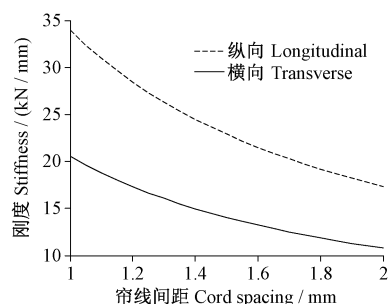
图12展示了气囊横、纵向刚度与囊内气体压力之间的关系,从图中可以看出:在其他条件相同的情况下,气囊横、纵向刚度与囊内气压呈线性关系,且随气压的升高而逐渐增大,相比于其他参数,气压对气囊横、纵向刚度的影响相对较小。

对于气囊隔振器,一般有如下承载力计算公式

$$F^z = PS_e \quad (37)$$

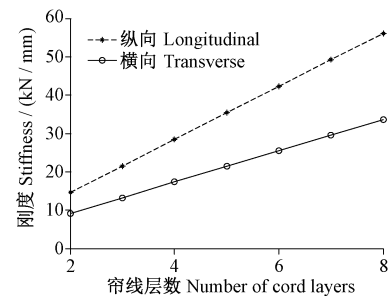
式中, F^z 为气囊垂向载荷, S_e 为气囊垂向有效面积,且 S_e 是与垂向位移有关的参量。当气囊高度不变时, S_e 为一定值,此时气囊垂向载荷与气压线性相关。因此,根据图12以及式(37)可知,气囊垂向载荷对其横纵向刚度的影响较小。

综合图9~图12可以看出:在合理的范围内,帘线的弹性参数及其缠绕参数是气囊隔振器横、纵向刚度的主要影响因素,这与文献[12]³⁶⁻⁴³在进行理论计算



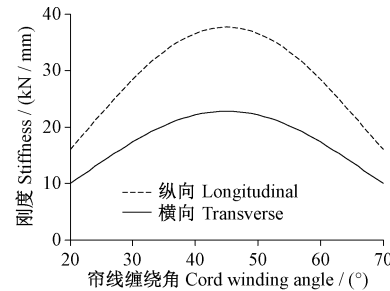
(a) 帘线间距与横纵向刚度

(a) Cord spacing and transverse stiffness



(b) 帘线层数与横纵向刚度

(b) Number of cord layers and transverse stiffness



(c) 帘线缠绕角与横纵向刚度

(c) Cord winding angle and transverse stiffness

图10 横纵向刚度与帘线缠绕参数之间的关系

Fig.10 Relationship between transverse longitudinal stiffness and cord winding parameters

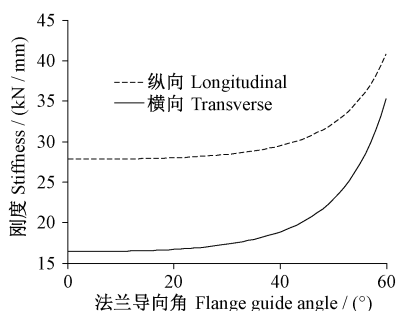


图11 横纵向刚度与法兰导向角之间的关系

Fig.11 Relationship between transverse longitudinal stiffness and flange guiding angle

时,忽略内压和橡胶基体的作用,仅考虑帘线变形带来的影响这一假设是一致的。

4.3 横、纵向刚度适用范围讨论

本文在对囊体横、纵向刚度进行分析时采用的复合材料力学理论是基于小变形假设这一前提的,其组成材料均按照线弹性处理。而囊体组成材料主要为橡

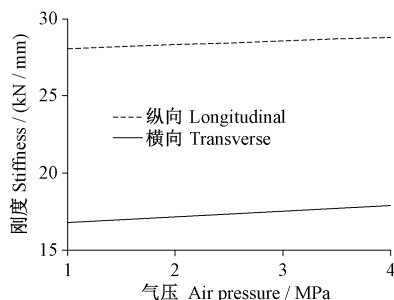


图 12 横纵向刚度与囊内气压之间的关系

Fig.12 Relationship between transverse longitudinal stiffness and intracapsular pressure

胶和芳纶,它们皆为高分子聚合物,在应变较大时具有明显的非线性特性。对此,本小节从囊体材料的角度出发,给出本文得到的囊体横、纵向刚度适用范围。

大量文献已经表明,橡胶比芳纶具有更大范围的线弹性区间,在横向位移下,复合材料的线弹性与否主要取决于芳纶纤维,具体如图 13 所示。

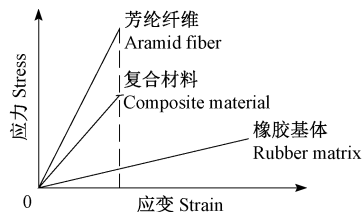


图 13 复合材料拉伸性能

Fig.13 Composite tensile properties

从图中可以看出,只有在满足芳纶纤维线弹性的应变区间内,本文结论才更有意义。文献[14]中完成了国产芳纶纤维拉伸试验,根据应力应变曲线可以看出芳纶纤维在应变区间 $[0, 3\%/4\%]$ 内呈线弹性特性。下面从帘布层中芳纶纤维的排列方式入手,探究芳纶纤维应变与横向位移之间的关系。图 14 为帘布层中芳纶纤维排列的简化模型。

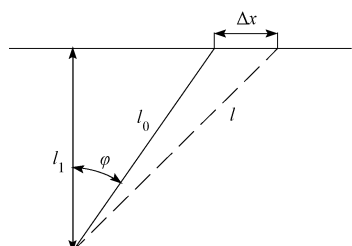


图 14 芳纶纤维随气囊横向位移而发生变形

Fig.14 Aramid fiber deforms with lateral displacement of the airbag

图 14 中,实线为初始芳纶纤维,虚线为变形后的芳纶纤维, l_1 为囊体母线长度,且有 $l_1 = \pi r_0$, l_0 为芳纶初始长度,且有 $l_0 = l_1 \sec \varphi$, l 为芳纶变形后的长度, φ 为芳纶缠绕角, Δx 为气囊横向位移。由图 14 的几何关系可得芳纶纤维在横向位移作用下的伸长量为

$$\Delta l = \sqrt{(\Delta x + l_1 \tan \varphi)^2 + l_1^2} - l_0 \quad (38)$$

则芳纶纤维的拉伸应变为

$$\varepsilon = \frac{\Delta l}{l_0} = \frac{\sqrt{(\Delta x + l_1 \tan \varphi)^2 + l_1^2}}{l_0} - 1 \quad (39)$$

式(39)即为芳纶纤维应变与气囊横向位移之间的关系式,对其进行数值计算,并参照实际取缠绕角为 30° ,囊体波纹半径为 40 mm,从而得到它们之间的关系曲线如图 15 所示。

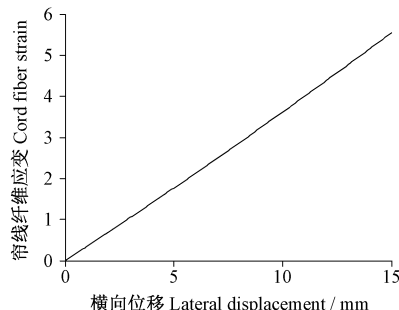


图 15 芳纶纤维随气囊横向位移而发生变形

Fig.15 Aramid fiber deforms with lateral displacement of the airbag

由图 15 中可以得到,当帘线纤维应变为 $3\% \sim 4\%$ 时,气囊横向位移为 8.4 mm ~ 11 mm,此时可以认为复合材料囊体具有线弹性特性。因此本文得到的囊体横、纵向刚度在位移 0 mm ~ 8 mm 的区间内,较为适用。

5 算例分析

针对前文所述长圆形囊式气囊隔振器横、纵向刚度理论模型进行算例分析,合理选择了气囊隔振器的模型参数如表 2 所示。

表 2 模型参数

Tab.2 Model parameter

参数 Parameter	数值 Numerical value	参数 Parameter	数值 Numerical value
圆柱部分长度 Length of cylindrical part/mm	138	帘线弹性模量 Cord elastic modulus/MPa	33 000
有效半径额定值 Effective radius rating/mm	120	橡胶弹性模量 Rubber elastic modulus/MPa	5.6
波纹半径 Ripple radius/mm	40	帘线直径 Cord diameter/mm	0.8
上盖板半径 Upper cover radius/mm	120	帘线间距 Cord spacing/mm	1.2
囊体壁厚 Capsule wall thickness/mm	11	橡胶泊松比 Rubber Poisson's ratio	0.5
骨架层单层厚度 Skeleton layer single layer thickness/mm	1	帘线缠绕角 Cord winding angle/(°)	60
骨架层层数 Number of skeleton layers	4	额定气压 Rated air pressure/MPa	2.5
内、外胶层厚度 Inner and outer rubber layer thickness/mm	3.5	法兰导向角 Flange guide angle/(°)	25

对式(36)进行数值计算,得到了长圆形气囊隔振器横、纵向载荷与位移之间的变化关系曲线,如图 16 所示。从图中可以看出:气囊在横、纵方向上具有线性硬特性,且纵向刚度明显大于横向刚度。计算得到的

气囊横向刚度为 17.32 kN/mm, 纵向刚度为 28.43 kN/mm。

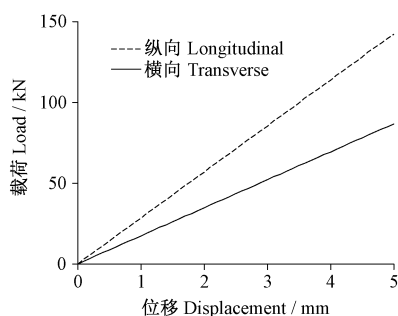


图 16 横、纵向载荷特性曲线

Fig.16 Transverse and longitudinal load characteristic curves

6 试验研究

6.1 试验过程

针对算例中所述的长圆形囊式气囊隔振器模型, 本文试制了如图 17 所示的气囊样机用于横、纵向刚度特性试验研究。试验装置采用美国 MTS 公司的通用液压动态试验系统, 如图 18 所示, 其中图 18a 为横向试验照片, 图 18b 为纵向试验照片。



图 17 长圆形气囊隔振器样机

Fig.17 Long round airbag isolator prototype



(a) 横向试验
(a) Transverse test

(b) 纵向试验
(b) Longitudinal test

图 18 试验照片

Fig.18 Test photos

试验步骤包括: (1) 试验前将两个气囊为一组固定在试验夹具上, 后将夹具固定在试验机上; (2) 缓慢给气囊充气至气压预设值, 分别为 2 MPa、2.5 MPa 和 3 MPa; (3) 试验机采用位移控制, 以 0.1 mm/s 的加载速率、2 mm 的位移峰值进行静态加载, 并记录载荷和位移。

6.2 试验结果及分析

本文记录了充气气压为 2.5 MPa 时的气囊横、纵

向载荷和位移数据, 并与算例中求得的理论特性曲线进行了对照, 具体结果如图 19 所示。从图中可以看出: 气囊横、纵向载荷位移曲线理论与试验结果吻合的比较好; 并且在小位移条件下, 试验结果显示出了一定的线性硬特性, 这与前文分析得到的结论相符。

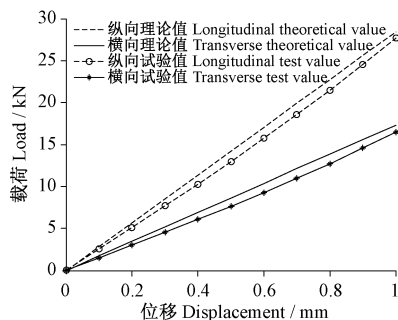


图 19 横、纵向载荷特性对照曲线

Fig.19 Transverse and longitudinal load characteristics comparison curve

对三种气压预设值下的载荷位移数据进行处理, 得到了相应气压下, 气囊横、纵向刚度的试验值, 并与理论结果进行对照, 具体结果如图 20 所示。从图中可以看出: 气压从 2 MPa 增大至 3 MPa 的过程中, 气囊横、纵向刚度试验结果与理论结果误差不超过 3%, 变化趋势一致; 并且气压对横、纵向刚度的影响很小, 这与前文理论分析得到的结论相符。不同气压下, 气囊横、纵向刚度的具体数值如表 3 中所示。

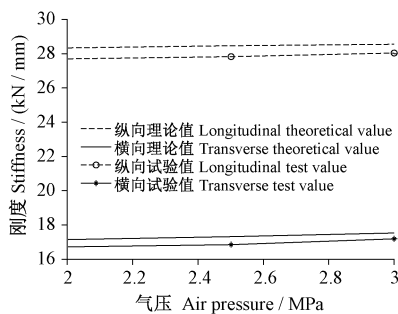


图 20 横、纵向刚度-气压对照曲线

Fig.20 Transverse and longitudinal stiffness-pressure control curve

综合对比试验结果和理论计算结果可以发现, 长圆形气囊隔振器横、纵向刚度主要由囊体变形产生的弹性回复力来提供, 而法兰导向角和气压所带来的弹性回复力相对较小。因此在设计长圆形气囊隔振器横、纵向刚度时, 可以从下面几个方面进行考虑:

- (1) 帘线弹性模量;
- (2) 帘线间距;
- (3) 帘线层数;
- (4) 气囊横、纵向结构参数。

其中, 第(1)~(3)需要结合气囊囊体强度设计要

求,合理选择相应参数,第(4)需要结合垂向特性条件并满足工程设计要求,合理设计气囊横、纵向刚度比。另外,虽然选择不同的帘线缠绕角可以改变气囊横、纵向刚度,但由于其主要影响的是囊体平衡性,因而不适合作为参数来设计气囊横、纵向刚度。

表 3 横、纵向刚度-气压数据

Tab.3 Transverse and longitudinal stiffness-pressure data

	气压 Air pressure/ MPa	理论结果 Theoretical result/ (kN/mm)	试验结果 Test results/ (kN/mm)	相对误差 Relative error/%
横向刚度	2.0	17.13	16.71	2.51
Transverse	2.5	17.32	16.85	2.79
stiffness	3.0	17.50	17.18	1.86
纵向刚度	2.0	28.31	27.68	2.28
Longitudinal	2.5	28.43	27.82	2.19
stiffness	3.0	28.55	28.03	1.85

7 结论

本文通过分析长圆形囊式气囊隔振器在横、纵向位移下,囊体和导向法兰提供的弹性回复力,提出了一种长圆形囊式气囊隔振器横、纵向刚度的理论计算式。同时,本文设计了相应气囊样机,开展了横、纵向特性试验。根据所得理论及试验结果,总结有如下结论:

1)长圆形气囊隔振器横、纵向刚度主要与囊体结构、囊体材料参数、帘线缠绕参数、法兰导向角、囊内气体压力等因素有关,在合理的参数范围内,囊体结构与帘线的参数对刚度影响较大,而法兰导向角和囊内气体压力的影响较小。

2)在小位移条件下,长圆形气囊隔振器在横、纵向上具有线性硬特性,其刚度可以认为是定值。

3)长圆形气囊的横、纵向刚度可以根据需要分别进行设计,以获得理想的横、纵向刚度比,这是其相对于回转形气囊的一个主要优势。

本文工作对于指导长圆形囊式气囊隔振器的设计和使用,以及研究其他结构类型的气囊隔振器横向刚度理论均具有重要的意义和价值。

参考文献 (References)

[1] 甄亚林,李 芾,霍芳霄. 空气弹簧发展及其研究现状[J]. 电力机车与城轨车辆, 2014, 37(1): 27-32.
ZHEN YaLin, LI Fu, HUO FangXiao. Development and research status on air spring[J]. Electric Locomotives and Mass Transit Vehicles, 2014, 37(1): 27-32(In Chinese).

[2] LEE S J. Development and analysis of an air spring model[J]. International Journal of Automotive Technology, 2010, 11(4): 471-479.

[3] 何 琳,赵应龙. 舰船用高内压气囊隔振器理论与设计[J]. 振动工程学报, 2013, 26(6): 886-894.
HE Lin, ZHAO YingLong. Theory and design of high-pressure and

heavy-duty air spring for naval vessels[J]. Journal of Vibration Engineering, 2013, 26(6): 886-894 (In Chinese).

[4] CHUANYIN T, YIMIN Z, YUNGONG L I, et al. Analysis of stiffness characteristics and influencing factors based on single chamber cross-section air spring[J]. Journal of Mechanical Engineering, 2014, 50(24): 137-144.

[5] LÖCKEN F, WELSCH M. The dynamic characteristic and hysteresis effect of an air spring[J]. International Journal of Applied Mechanics & Engineering, 2015, 20(1): 127-145.

[6] LIU Q F, ZHANG Z G, WANG Y, et al. Finite element calculation of the nonlinear lateral characteristic of air spring[J]. Journal of the China Railway Society, 2015, 37(3): 29-34.

[7] KANG B B. Influence of train length on the lateral vibration of a high-speed train equipped with articulated bogies[J]. Journal of Mechanical Science and Technology, 2014, 28(9): 3517-3527.

[8] 张利国,张嘉钟,回 丽,等. 带有双附加气室空气弹簧的隔振性能研究[J]. 机械强度, 2011, 33(3): 339-342.
ZHANG LiGuo, ZHANG JiaZhong, HUI Li, et al. Research on performance of vibration isolation of air spring with double additional gas chamber[J]. Journal of Mechanical Strength, 2011, 33(3): 339-342 (In Chinese).

[9] 戚 壮,李 芾,丁军君,等. 基于非线性有限元算法的空气弹簧横向动态刚度研究[J]. 机械科学与技术, 2015, 34(10): 1530-1535.
QI Zhuang, LI Fu, DING JunJun, et al. Study on horizontal dynamic stiffness of air spring based on nonlinear finite element method[J]. Mechanical Science and Technology for Aerospace Engineering, 2015, 51(10): 129-136 (In Chinese).

[10] 张俊玲,王浩宇. 初始内压和帘线间距对膜式空气弹簧横向刚度特性影响的有限元分析[J]. 橡胶工业, 2013, 60(4): 233-238.
ZHANG JunLing, WANG HaoYu. Effect of initial internal pressure and cords distance on lateral stiffness of rolling lobe air spring by using finite element analysis[J]. China Rubber Industry, 2013, 60(4): 233-238 (In Chinese).

[11] 姜 莞,黄 颖,史文库,等. 帘线层参数对空气弹簧性能的灵敏度分析[J]. 机械强度, 2011, 33(1): 131-136.
JIANG Wan, HUANG Ying, SHI WenKu, et al. Sensitivity analysis of curtain-line layer's parameters characteristics of air spring[J]. Journal of Mechanical Strength, 2011, 33(1): 131-136 (In Chinese).

[12] 朱石坚,黄映云,何 琳. 长方体形囊式空气弹簧刚度特性[J]. 中国造船, 2002, 43(2): 36-43.
ZHU ShiJian, HUANG YingYun, HE Lin. Study on stiffness characteristics for rectangular air springs[J]. Shipbuilding of China, 2002, 43(2): 36-43 (In Chinese).

[13] 楼京俊,李 爽,杨庆超,等. 长方体形气囊隔振器试验方法及垂向刚度特性研究[J]. 振动与冲击, 2017, 36(13): 184-188.
LOU JingJun, LI Shuang, YANG QingChao, et al. Test method and vertical stiffness characteristic of a rectangular airbag vibration isolator[J]. Journal of Vibration and Shock, 2017, 36(13): 184-188 (In Chinese).

[14] 沈观林,胡更开,刘 彬. 复合材料力学[M]. 北京:清华大学出版社, 2013: 54-109.
SHEN GuanLin, HU GengKai, LIU Bin. Mechanics of composite materials[M]. Beijing: Tsinghua University Press, 2013: 54-109 (In Chinese).