

●研究简报●

电机端盖强非线性主共振分析*

STRONGLY NONLINEAR PRIMARY RESONANT ANALYSIS OF END-SHIELD WITH MOTOR

李自强**1 杨志安***2

(1. 唐山职业技术学院 唐山 063000)

(2. 唐山学院 唐山市结构与振动工程实验室 唐山 063009)

LI ZiQiang¹ YANG ZhiAn²

(1. Tangshan Vocational & Technical College, Tangshan 063000, China)

(2. Key Laboratory of Structure and Vibration of Tangshan College, Tangshan College 063009, China)

摘要 根据电机端盖结构特点,将端盖抽象为薄圆环板。应用卡门方程和伽辽金法。建立结构轴对称的电机端盖在对称载荷作用下的强非线性动力方程。应用 MLP 法得到主共振的近似解。分析系统一次近似解析解及端盖系统的阻尼、激励力和结构参数对振动响应曲线的影响。

关键词 电机端盖 圆环板 强非线性 MLP 法 主共振

中图分类号 O322

Abstract According to the structural characteristics of the end-shield of motors, the end-shield can be simplified an thin annular circular plate. Applying the Von Karman equation and Galerkin's method, Creating strongly nonlinear dynamic equations for end-shield of motor. Using the method of improved MLP to obtain the approximate solution of the primary resonant. Analysis of influence of damping, excitation force and structure parameters on the system is carried out.

Key words The end-shield of motor; Annular circular plate; Strongly nonlinear; The method of MLP; Primary resonance

Corresponding author: LI ZiQiang, E-mail:liziqiangyn@163.com, Tel: +86-315-8738365 Fax: +86-315-8738365

The project supported by the National Natural Science Foundation (No. 50975076), and the Hebei Natural Science Foundation (No. A2009000997).

Manuscript received 20131201, in revised form 20140113

引言

电机作为机械动力之源,电机的振动直接影响设备的运行安全、产品的精度及噪声的产生等。因此电机振动问题受到了广泛关注。电机的结构部件转子和定子的弱非线性振动研究已取得重大成果。其中对转子系统的振动考虑不平衡磁拉力、油膜力、偏心力、裂纹及外激励等因素对电机转子的振动影响^[1-5];李文兰等对电机定子磁固耦合系统的固有频率及多种共振情况进行分析^[6-7]。关于电机端盖结构的振动研究文献很少,电机端盖振动作为电机主体结构部分,其振动直接影响电机的使用性能,熊焕国等^[8]等将结构进行离散为若干有限的单元,通过分析得到一阶频率与实测频率进行对比;并分析低阶固有频率对转子临界转

速的影响,并未建立电机端盖的动力模型。文献[9]²⁸⁸⁻²⁹³将电机端盖抽象为圆环薄板,建立电机端盖在多种约束条件下的振动方程,并分析弱非线性因素产生的超谐共振,没有考虑强非线性参数对端盖的振动影响。实际强非线性的作用对系统影响至关重要。因强非线性的解析分析方法尚为普及。所以强非线性的影响常常被人们忽略。

基于上述原因,本文在文献[9]²⁸⁸⁻²⁹³的基础建立结构对称的电机端盖在受载对称情况下的振动模型,考虑强非线性参数对定子、转子与端盖耦合振动的影响,通过改进的 MLP 法^{[10]126-129}得到定常解,分析电机端盖系统的一次解析解,分析不同结构参数、性能参数对电机端盖的振动幅频响应曲线影响。在电机的减振、避振设计过程中具有实际意义。

* 20131201 收到初稿,20140113 收到修改稿。国家自然科学基金项目(50975076);河北省自然科学基金项目(A2009000997)资助

**李自强,男,1986年10月出生,河北省邯郸市永年县人,汉族,唐山职业技术学院,讲师,硕士。研究方向为机械结构及机电系统动力学。

***杨志安,男,1963年11月出生,河北秦皇岛人,汉族,唐山学院,教授,博士。中国转子动力学专业委员会委员,主要从事机电系统动力学教学与研究工作。

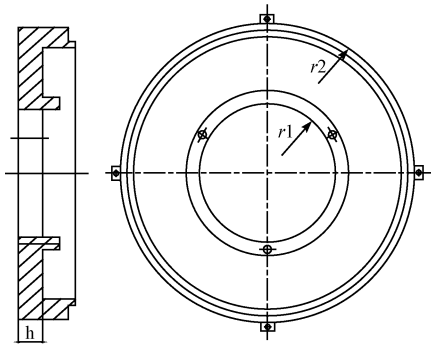


图1 电机端盖结构简图

Fig.1 Structural diagram of the end-shield of the motor

1 电机端盖在对称载荷作用下的振动模型

电机端盖的结构简图如图1所示,根据板壳理论,当板的最大厚度小于中面尺寸的1/5时,可以视为薄板。图1型号电机端盖符合这种情况,可以抽象为圆环薄板。薄圆板结构对称,考虑内半径为 r_1 ,厚度为 h ,阻尼系数为 c ,面密度为 ρ 的圆环板由横向对称荷载 $q\cos\omega t$ 激起的结构对称振动模式,其基本方程为动态卡门偏微分方程^[11],即

$$D\nabla^4 W(\xi, t) + r_2^4 \rho \ddot{W}_r(\xi, t) + r_2^4 c \dot{W}_r(\xi, t) - \frac{h}{\xi} (\varphi_{,\xi}(\xi, t) W_{,\xi}(\xi, t))_{,\xi} - r_2^4 q \cos \omega t = 0 \quad (1)$$

$$\nabla^4 \varphi(\xi, t) + \frac{E}{\xi} W_{,\xi}(\xi, t) W_{,\xi\xi}(\xi, t) = 0 \quad (2)$$

其中, $W(\xi, t)$ 为挠度函数; $\varphi(\xi, t)$ 为应力函数; γ 为泊松比; E 为弹性模量; D 为弯曲刚度, $D = \frac{Eh^3}{12(1-\gamma^2)}$; ∇ 为微分算子, $\nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial \xi^2} + \frac{1}{\xi} \frac{\partial}{\partial \xi}$;

$$W_{,t}(\xi, t) = \frac{\partial W}{\partial t}; W_{,\xi}(\xi, t) = \frac{\partial W}{\partial \xi}; \xi \text{ 为任意参数,}$$

$$0.41 = r_1/r_2 \leq \xi = r/r_2 \leq 1, (r_1 \leq r \leq r_2)。$$

由于电机端盖的内缘和轴承过盈配合且被轴肩固定,外边缘用螺栓固定于定子上,确定电机端盖约束特点为内、外边缘为固定夹紧。即有边界条件

$$\begin{cases} W(\xi, t) = 0 \\ W_{,\xi}(\xi, t) = 0 \end{cases} \quad (3)$$

应用伽辽金(Galerkin)法解决非线性振动控制方程,将挠度函数进行时间与空间分离,即设定轴承端盖的瞬时挠度为

$$W(\xi, t) = hu(t)w(\xi) \quad (4)$$

式中, h 为板厚, $u(t)$ 是仅仅关于时间 t 的无量纲变量函数,它由振动控制方程给出。在结构轴对称横向的不对称荷载 $q\cos\omega t$ 激励下,其振型试函数 $w(\xi)$ 为无量纲的自然数项幂函数^[12],即

$$w(\xi) = c_0 + c_2 \xi^2 + c_4 \xi^4 + c_6 \xi^6 + \xi^8 \quad (5)$$

将式(5)代入式(4),进行求偏导运算得

$$\begin{cases} W(\xi, t) = hu(t) (c_0 + c_2 \xi^2 + c_4 \xi^4 + c_6 \xi^6 + \xi^8) \\ W_{,\xi}(\xi, t) = hu(t) (2c_2 \xi + 4c_4 \xi^3 + 6c_6 \xi^5 + 8\xi^7) \\ W(\xi, t) = hu(t) (2c_2 + 12c_4 \xi^2 + 30c_6 \xi^4 + 56\xi^6) \end{cases} \quad (6)$$

由电机端盖边缘固定夹紧的边界条件。且电机端盖的厚度 h 与关于时间 t 的无量纲函数 $u(t)$,两者不能恒为零,则在电机端盖外边缘固定夹紧时,即在 $(\xi = 1)$ 有

$$\begin{cases} c_0 + c_2 + c_4 + c_6 + 1 = 0 \\ 2c_2 + 4c_4 + 6c_6 + 8 = 0 \end{cases} \quad (7)$$

同理考虑轴承端盖内边缘夹紧固定 $(\xi = 0.41)$ 时边界条件

$$\begin{cases} c_0 + 0.41^2 c_2 + 0.41^4 c_4 + 0.41^6 c_6 + 0.41^8 = 0 \\ 2 \times 0.41 c_2 + 4 \times 0.41^3 c_4 + 6 \times 0.41^5 c_6 + 8 \times 0.41^7 = 0 \end{cases} \quad (8)$$

联立上两组边界条件方程解得

$$c_0 = 0.0283; c_2 = -0.3927$$

$$c_4 = 1.7007; c_6 = -2.3362$$

将解回代式(5)后再代入到式(2)解得

$$\begin{aligned} \varphi(\xi, t) = & -Eh^2 u^2(t) \left(\frac{c_1 c_2}{9} \xi^3 + \frac{3c_1 c_3 + 2c_2^2}{42} \xi^4 + \right. \\ & \left. \frac{9c_2 c_3 + 6c_1 c_5}{130} \xi^5 + \frac{16c_2 + 9c_3^2}{315} \xi^6 + \right. \\ & \left. \frac{10c_3}{217} \xi^7 + \frac{6}{301} \xi^8 \right) \end{aligned} \quad (9)$$

将式(9)和式(4)代入式(1)得

$$\begin{aligned} Dhu(t)A + r_2^4 \rho h \ddot{u}(t)W(\xi) + r_2^4 c h \dot{u}(t) \times \\ W(\xi) + Eh^4 u^3(t)B - r_2^4 q \cos \omega t = 0 \end{aligned} \quad (10)$$

式中,

$$A = \frac{2c_2}{\xi^2} + \frac{18c_3}{\xi} + 84$$

$$\begin{aligned} B = & \left(\frac{2c_1 c_2}{3} + \frac{6c_1 c_3 + 4c_2^2}{7} \xi + \frac{18c_2 c_3 + 12c_1 \xi^2}{13} \right. \\ & \left. \frac{32c_2 + 18c_3^2}{21} \xi^3 + \frac{60c_3}{31} \xi^4 + \frac{336}{301} \xi^5 \right) (c_1 + 2c_2 \xi^1 + \\ & 3c_3 \xi^2 + 4\xi^3) + \left(\frac{c_1 c_2}{3} \xi + \frac{6c_1 c_3 + 4c_2^2}{21} \xi^2 + \right. \\ & \left. \frac{9c_2 c_3 + 6c_1 \xi^3}{26} + \frac{32c_2 + 18c_3^2}{105} \xi^4 + \frac{10c_3}{31} \xi^5 + \right. \\ & \left. \frac{48}{301} \xi^6 \right) (2c_2 + 6c_3 \xi^1 + 12\xi^2) \end{aligned}$$

应用伽辽金(Galerkin)法消除残余值^{[11]217-220}

$$\int_{\eta}^1 [r_2^4 \rho \ddot{u}(t) W(\xi) + r_2^4 \dot{c} h u(t) W(\xi) + DhAu(t) + Eh^4 u^3(t) B - r_2^4 q \cos(\omega t) w(\xi)] d\xi = 0 \quad (11)$$

计算得电机端盖在结构对称受载不对称情况下的非线性振动控制方程

$$\ddot{u}(t) + \omega_0^2 u(t) + \varepsilon(\mu \dot{u}(t) + \beta u^3(t)) = F \cos(\omega t) \quad (12)$$

式中, $\mu = c/\rho$ —阻尼; $\omega_0 = \sqrt{\frac{kD}{\rho r_2^4}}$ —固有频率(Hz);

$\beta = \frac{\lambda E h^3}{\rho r_2^4}$ —非线性刚度系数; $F = 44.3q/\rho h$ —外界激励力(N)。

2 强非线性主共振分析

通过对系统振动方程非线性项判断可知其为强非线性。采用改进的 MLP 方法^{[10]126-129}对系统的强非线性进行分析,考虑频率和相位变化关系令 $\tau = \omega t - \theta$, 并设 $K = F \cos \theta, H = F \sin \theta$, 则式(32)可化为

$$\omega^2 \ddot{u}(\tau) + \omega_0^2 u(\tau) + \varepsilon(\mu \omega \dot{u}(\tau) + \beta u^3(\tau)) = K \cos \tau - H \sin \tau \quad (13)$$

由于主共振的产生是在比较小的外激励作用下引起的,故将外激励小参数化有

$$\omega^2 \ddot{u}(\tau) + \omega_0^2 u(\tau) + \varepsilon(\mu \omega \dot{u}(\tau) + \beta u^3(\tau)) = \varepsilon K \cos \tau - \varepsilon H \sin \tau \quad (14)$$

令 ω^2 有关于 ε 的展开的级数关系

$$\omega^2 = \omega_0^2 + \varepsilon \omega_1 + \varepsilon^2 \omega_2 + \dots \quad (15)$$

引入变换参数

$$\alpha = \frac{\varepsilon \omega_1}{\omega_0^2 + \varepsilon \omega_1} \quad (16)$$

由上式可得

$$\varepsilon = \frac{\alpha \omega_0^2}{(1 - \alpha) \omega_1} \quad (17)$$

将上式代入式(15)有

$$\omega^2 = \frac{\omega_0^2}{1 - \alpha} (1 + \delta_2 \alpha + \delta_3 \alpha^3 + \dots) \quad (18)$$

利用泰勒公式对式(18)进行展开得

$$\omega = \omega_0 \left[1 + \frac{\alpha}{2} + \left(\frac{3}{8} + \frac{\delta_2}{2} \right) \alpha^2 + \dots \right] \quad (19)$$

设 $u(\tau)$ 可展开为关于 α 级数形式

$$u(\tau) = u_0(\tau) + \alpha u_1(\tau) + \alpha^2 u_2(\tau) + \dots \quad (20)$$

将式(15)—式(20)代入是式(14)中得

$$\frac{\omega_0^2}{1 - \alpha} (1 + \delta_2 \alpha + \delta_3 \alpha^3 + \dots) \ddot{u}(\tau) + \omega_0^2 u(\tau) + \frac{\alpha \omega_0^2}{(1 - \alpha) \omega_1} (\omega_0 \mu (1 + \frac{\alpha}{2} + \left(\frac{3}{8} + \frac{\delta_2}{2} \right) \alpha^2 + \dots) \dot{u}(\tau) +$$

$$\beta u^3(\tau) - \frac{\alpha \omega_0^2}{(1 - \alpha) \omega_1} (K \cos \tau - H \sin \tau) = 0 \quad (21)$$

将上式展开并比较关于 α 的次幂得

关于 α^0

$$\ddot{u}_0(\tau) + u_0(\tau) = 0 \quad (22)$$

关于 α^1

$$\ddot{u}_1(\tau) + u_1(\tau) = u_0 - \frac{1}{\omega_1} [\mu \omega_0 \dot{u}_0(\tau) + \beta u_0^3(\tau)] + \frac{1}{\omega_1} (K \cos \tau - H \sin \tau) \quad (23)$$

设关于方程 α^0 的解的形式有

$$u_0(\tau) = A \cos \tau + B \sin \tau \quad (24)$$

将式(24)代入式(23)可得

$$\ddot{u}_1(\tau) + u_1(\tau) = [A - \frac{\mu \omega_0}{\omega_1} B - \frac{3\beta}{4\omega_1} A(A^2 + B^2) + \frac{1}{\omega_1} K] \cos \tau + [B + \frac{\mu \omega_0}{\omega_1} A - \frac{3\beta}{4\omega_1} B(A^2 + B^2) - \frac{1}{\omega_1} H] \sin \tau + N_{ST} \quad (25)$$

上式中的 N_{ST} 为不长期存在项,提取永年项并令其等于零有

$$A - \frac{\mu \omega_0}{\omega_1} B - \frac{3\beta}{4\omega_1} A(A^2 + B^2) + \frac{1}{\omega_1} K = 0 \quad (26a)$$

$$B + \frac{\mu \omega_0}{\omega_1} A - \frac{3\beta}{4\omega_1} B(A^2 + B^2) - \frac{1}{\omega_1} H = 0 \quad (26b)$$

已知 $K^2 + H^2 = F^2$, 再令 $A^2 + B^2 = a^2$, 让式(26a)与(26b)平方相加并整理得

$$\frac{9\beta^2}{16} a^6 - \frac{3\beta \omega_1}{2} a^4 + (\omega_1^2 + \mu^2 \omega_0^2) a^2 = F^2 \quad (27)$$

式(27)为电机端盖系统的强非线性主共振响应方程。

3 电机端盖一次近似解析分析

式(24)是系统在余弦激励作用下的零阶近似解,考虑到端盖的空间位置及受力情况,电机端盖的振动幅值应在一定的范围内,因此设定边界条件为

$$u(0) = a, \dot{u}(0) = 0 \quad (28)$$

式中的 a 值取决于电机端盖振动幅值。

解得关于 α^0 方程的解为

$$u_0(\tau) = a \cos \tau \quad (29)$$

将其代入式(23)解关于一次幂式得

$$u_1(\tau) = C_1 \cos \tau + C_2 \sin \tau + \frac{a \omega_1 + H}{\omega_1} (\cos \tau + \tau \sin \tau) - \frac{a \mu \omega_0 + K}{2 \omega_1} \tau \cos \tau \times$$

$$\frac{\beta a^3}{32\omega_1}(\cos 3\tau - 9\cos \tau - 12\tau\sin \tau) \quad (30)$$

式中, C_1, C_2 是待定系数, $u_1(\tau)$ 是对 $u(\tau)$ 的修正的派生解,故令其初始条件都为零,即

$$u_1(0) = 0, \dot{u}_1(0) = 0 \quad (31)$$

解 $u_1(\tau)$ 得

$$u_1(\tau) = \frac{a\mu\omega_0 + K}{2\omega_1}\sin \tau + \frac{\beta a^3}{32\omega_1}(\cos 3\tau - \cos \tau) \quad (32)$$

所以系统振动的一次近似解为

$$u(\tau) = a\cos \tau + \alpha\left(\frac{a\mu\omega_0 + K}{2\omega_1}\sin \tau + \frac{\beta a^3}{32\omega_1}(\cos 3\tau - \cos \tau)\right) \quad (33)$$

电机端盖参数为: $c=0.001$; $\rho=7\,800\text{ kg/m}^3$; $r_2=0.11\text{ m}$; $h=0.008\text{ m}$; $\nu=0.33$; $E=2.1\times 10^{11}\text{ Pa}$; $q=5\text{ N}$; $k=1\,373.1$; $\lambda=4.319\text{ 1}$; $D=Eh^3/12(1-\nu^2)=10\,056\text{ Pa}\cdot\text{m}^3$ 。

当电机端盖在设定振动幅值及其约束范围之内时,选取 $a=0.002\text{ m}$,通过 Matlab 软件得到系统解析解的时间响应曲线。

由轴承端盖主共振系统时频响应图 2 可以得出系统的一阶近似解曲线比零阶近似解曲线有明显的滞后性,且振动幅值有所变大。

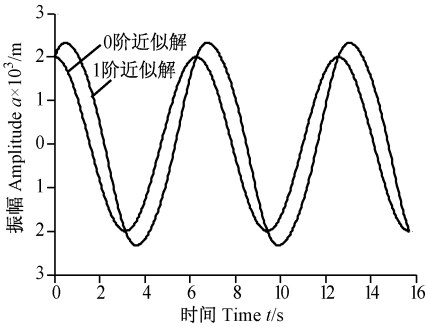


图 2 时间响应曲线
Fig.2 Time history curves

4 数值分析

通过式(27)对电机端盖系统进行数值分析,系统的参数选取参考解析解时所给参数。

图 3a 是结构轴对称载荷对称的电机端盖在不同外激励力作用下的幅频响应曲线。由图 3a 可以看出外激励力 q 的改变对系统的振动影响比较大,系统的振幅和共振区间随外激励力 q 的增加而增大。图 3b 为不同阻尼 c 作用下的幅频响应曲线。由图 3b 可以看出阻尼 c 的改变对系统的振动影响也比较大,系统的共振区间不变,但系统振动幅值随阻尼 c 的增加而减小。图 3c 电机端盖厚度 h 对系统振动响应曲线影响

图,从图 3c 中可以看出厚度 h 的变化对振幅和共振区间的影响很大,当厚度增加时,系统的振动响应曲线向右偏移,且同激励条件下板厚度越大其振动幅值越低。图 3d 为在不同外半径作用下电机端盖的幅频响应曲线图,从图 3d 中可以得知随外半径的增加系统的共振区间没有变化,但系统的振动幅值随着电机端盖的半径增大而增高。

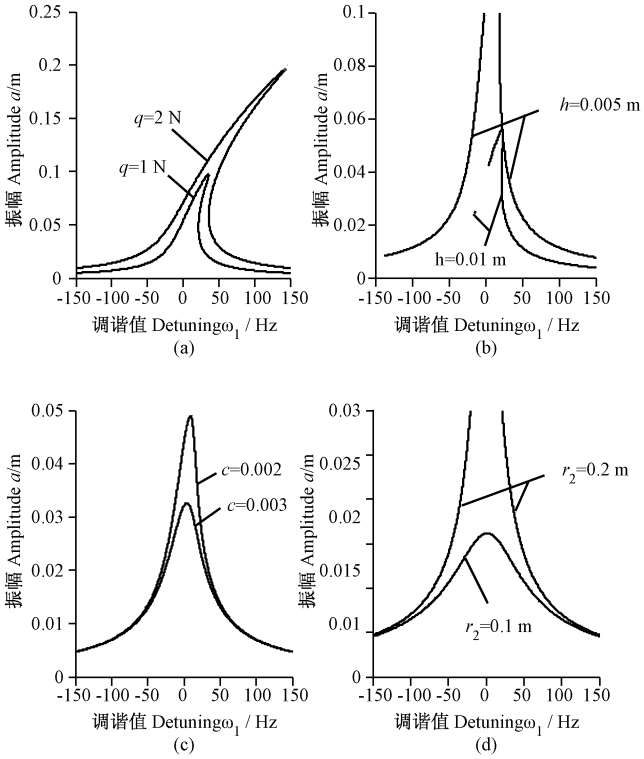


图 3 随 q 变化的幅频响应曲线

Fig.4 Asymmetry response curve of amplitude frequency with q, c, h, r_2

5 结论

根据电机端盖的结构特点,将端盖简化为薄圆环板,利用动态卡门方程和伽辽金法建立结构轴对称的电机端盖在对称载荷作用下的强非线性动力方程。首次利用改进的 MLP 法对电机端盖系统的主共振进行分析,利用 Matlab 软件求解系统一次近似解及分析电机端盖结构参数与性能参数对系统振动的影响,得出结构参数对系统的幅频响应曲线影响较大。

参考文献 (References)

[1] 杨志安. 发电机组轴系扭振及电磁激发横、扭耦合振动研究 [D]. 天津: 天津大学, 1997:110-123.
YANG ZhiAn. Study on multipul resonances of torsionalvibration and lateral and torsional coupling vibrationexcited by the electromagnetism of tuebogenerator setrotor [D]. Tianjin: Tianjin University, 1997:110-123 (In Chinese).
[2] 李殿起,张艳珠. 永磁电动机转子非线性动力特性[J]. 机械强度, 2004, 26(2): 127-131.

- LI DianQi, ZHANG YanZhu. Nonlinear dynamic characteristics of permanent magnet motor rotor[J]. Journal of Mechanical Strength, 2004, 26(2): 127-131 (In Chinese).
- [3] 杨志安, 李自强. 电机轴承转子多频激励系统参-强联合共振[J]. 机械强度, 2013, 35(4): 158-163.
- YANG ZhiAn, LI ZiQiang. Parametric and forced resonance of the bearing rotor multifrequencies excitation of motor [J]. Journal of Mechanical Strength, 2013, 35(4): 158-163 (In Chinese).
- [4] Choi Y S, Noah S T. Nonlinear steady-state response of a rotors in bearing clearance[J]. Trans. ASME, J. of Vibration, Acoustics, stress, and Reliability in Design, 1987, 109: 255-261.
- [5] Dimarogonas A D. Abrief history of rotor dynamics, proceedings of the international conference on rotating machine dynamics, Rotordynamics'92[C]. Venice: springer-velagr, 1992.
- [6] 杨志安, 邱家俊, 李文兰. 水轮发电机定子磁固耦合电磁激发的分岔与混沌[J]. 天津大学学报, 2006, 38(11): 986-990.
- YANG ZhiAn, QIU JiaJun, LIN WenLan. Bifurcation and chaos excited by electromagnetism force of magnetism and solid oupling of hydroelectric-generator stator rystem [J]. Journal of Tianjin University, 2006, 38(11): 986-990 (In Chinese).
- [7] 贾启芬, 于 雯, 邱家俊, 等. 机电非线性振动系统参-强联合激励的分岔[J]. 机械强度, 2003, 25(6): 624-627.
- JIA QiFen, YU Xia, QIU JiaJun, et al. Bifurcation in Nonlinear by the Combined Parametric and Forced Resonances in an Electromechanical Vibration System [J]. Journal of Mechanical Strength, 2003, 25(6): 624-627 (In Chinese).
- [8] 熊焕国, 陈正定, 周守国, 等. 直流电机端盖振动的有限元分析[J]. 电工技术杂志, 1984, (5): 13-18.
- XIONG HuanGuo, CHEN ZhengDing, ZHOU ShuoGuo, et al. Analyzed vibration of finite with Dc motor end cover[J]. Journal of Electrochnical, 1984, (5): 13-18 (In Chinese).
- [9] 杨志安, 冯宏伟. 电机端盖超谐共振分析[J]. 工程力学, 2012, (10): 288-293.
- YANG ZhiAn, FENG HongWei. Primary resonant analysis of end-shield with bothends fixed of motors [J]. Journal of Engineering Mechanics, 2012, (10): 288-293 (In Chinese).
- [10] 钱长照. 强非线性 Duffing 系统分岔响应分析的 MLP 方法[J]. 动力学与控制学报, 2008, 6(2): 126-129.
- QIAN ChangZhao. Application of MLP method in analyzing bifurcation for strongly nonlinear Duffing system [J]. Journal of Dynamics and Control, 2008, 6(2): 126-129.
- [11] 曹志远. 板壳振动理论[M]. 北京: 中国铁道出版社, 1989: 217, 1220.
- CHAO ZhiYuan. Vibration theory of plates and shells [M]. Beijing: China Railway Press, 1989: 217 -220 (In Chinese).
- [12] 侯朝胜, 李 磊. 环形薄圆板的非线性振动分析[J]. 天津大学学报, 2006, 38(6): 538-542.
- HUO ChaoSheng, LI Lei. Nonlinear vibration of annular thin platetion [J]. Journal of Tianjin University, 2006, 38(6): 538-542 (In Chinese).