

周期性格栅加筋结构的拓扑优化设计^{*}

TOPOLOGY OPTIMIZATION DESIGN OF PERIODIC GRID STIFFENED STRUCTURE

孙士平^{**} 刘宇锋^{***}

(南昌航空大学 航空制造工程学院, 南昌 330063)

SUN ShiPing LIU YuFeng

(School of Aeronautical Manufacturing Engineering, Nanchang Hangkong University, Nanchang 330063, China)

摘要 应用拓扑优化技术研究了蒙皮厚度、加筋高度以及周期性格栅数对格栅加筋结构优化性能的影响。首先分析了不同蒙皮厚度和加筋高度组合下格栅优化构型的变化趋势,发现不同材料用量下具有最佳结构效率的优化结构拥有相同格栅构型。其次比较了周期性格栅数对单层和双层格栅加筋结构优化结果的影响,结果表明随着周期性格栅数的增加,结构优化性能逐渐趋于一个极限值,单刚度目标下周期性格栅数的奇偶性显著影响格栅优化构型,而刚度和频率多目标下周期性格栅数大于 7×7 后其对格栅优化构型的影响消失。研究结果对格栅加筋结构的格栅构型设计与选择具有指导意义。

关键词 加筋结构 拓扑优化 周期性结构 格栅构型

中图分类号 TB122

Abstract Based on topology optimization techniques, the influences of skin thickness, stiffener height and periodic grid number on the optimized design of periodic grid stiffened structure was investigated. Firstly, topology optimization of grid stiffened structures was carried out for different combinations of skin thickness and stiffener height. Comparison of the results shows that there is uniform grid configuration with optimal structural efficiency for different material volume fraction. Secondly, the effect of periodic grid number upon optimal grid configuration of one or two-ply periodic grid stiffened structure were discussed. The results show that the optimal structural performance is tends to limits and the optimal configuration is change for stiffness optimization when periodic grid number increase, furthermore, when periodic grid number is more than 7×7 , the effect on optimized grid layout vanish for multi-objective optimization. The results provide guidance for design and choice of grid layout of grid stiffened structure.

Key words Grid stiffened structure; Topology optimization; Periodic structure; Grid configuration

Corresponding author: SUN ShiPing, E-mail: shipingsun@163. com, Tel: /Fax: + 86-791-83863028

The project supported by the National Natural Science Foundation of China (No. 11062009, 11362017), and the Science and Technology Project of Jiangxi Province Educational Department (No. GJJ13520, GJJ13494).

Manuscript received 20140417, in revised form 20140625

引言

航空航天领域日益复杂的服役环境和日渐苛刻的结构轻量化要求,促进了周期性格栅加筋结构在飞机机身外壳、火箭导弹壳体以及卫星舱体等部位的广泛应用。周期性格栅加筋结构由薄板蒙皮和周期性格栅加筋构成,通过合适分配蒙皮与加筋的材料用量比例、优化设计格栅加筋构型及其尺寸,可以最大限度的提高结构总体性能。许多学者开展了薄板结构加筋设计研究^{[1] 35-45 [2] 201-205 [3] 692-698 [4] 179-182 [5] 2126-2131 [6] 5614},而新型

的周期性格栅加筋结构逐渐成为关注重点^[7-8]。

已有薄板加筋研究主要包括加筋布局优化和格栅加筋几何参数设计两方面。如 Lam Y C 等^{[1] 35-45}以加筋位置为变量、用梁单元研究了薄板加筋布局优化。丁晓红等^{[2] 201-205}仿生植物根系形成机理开展了薄板加筋优化。季学荣等^{[3] 692-698}通过改进自适应成长算法实现了加筋布局与尺寸优化。米大海等^{[4] 179-182}结合双向渐进优化与尺寸优化研究了频率最大化的平板加筋设计。这些研究用梁单元描述加筋,通过网格节点间梁单元的去除与保留实现加筋构型优化,其建模复杂耗

^{*} 20140417 收到初稿, 20140625 收到修改稿。国家自然科学基金(11062009, 11362017)和江西省教育厅科技项目(GJJ13520, GJJ13494)资助。

^{**} 孙士平, 男, 1972 年 11 月生, 湖北省潜江人, 汉族, 南昌航空大学副教授, 主要研究方向为材料与结构的拓扑优化设计。

^{***} 刘宇锋, 男, 1987 年 7 月生, 江西省丰城人, 汉族, 南昌航空大学硕士研究生, 研究方向为结构拓扑优化设计。

时,计算效率偏低。基于实体单元建模,张卫红等^[5]2126-2131提出背景网格投影法实现了复杂板壳的加筋拓扑优化,Zhou M 等^[6]5614引入制造工艺约束实现了薄板加筋设计。另一方面,为提升格栅加筋板壳结构性能,陈浩然等^[9]166-177、梁东平等^[10]527-530以格栅加筋肋的几何参数为变量,开展了格栅加筋板壳的轻量化设计。

另外,格栅加筋结构的格栅构型多表现为周期或准周期性排布,以提高可制造性和适用性,降低成本。张卫红等^[11]、Zuo Z H 等^[12]研究了周期性结构的拓扑优化设计。而多层格栅加筋结构因具有突出性能亦备受关注,Weeks C A 等^[13]提出并实验研究了多层夹芯结构的性能表现。江大志等^[14]实验验证了夹芯厚度变化对双层夹芯薄板的抗冲击性能影响规律。

周期性格栅加筋结构的性能不仅与格栅构型密切相关,也受蒙皮厚度和周期性格栅数目的影响,现有研究仅关注给定蒙皮厚度下的格栅布局设计^[1]35-45^[2]201-205^[3]692-698^[4]179-182^[5]2126-2131^[6]5614和构型尺寸优化^[9]166-177^[10]527-530,较少涉及到周期性格栅数目、蒙皮与加筋的材料用量分配对格栅加筋结构性能的影响以及多层格栅加筋结构的格栅构型优化等方面的工作。为此,本文应用拓扑优化技术开展单层和双层周期性格栅加筋结构的优化设计,研究蒙皮与加筋的材料分配对结构性能和加筋构型的影响,分析比较不同优化目标下周期性格栅数对优化构型的影响规律,为格栅加筋结构的设计与周期性格栅材料的选用提供指导。

1 拓扑优化数学模型描述

典型的周期性格栅加筋板如图 1a 所示,其格栅构型表现为周期性分布。图 1b 为四角固定、中心承受集中载荷 F 的加筋薄板示意图,设计域为 $A \times B \times H$,结构材料用量体分比为 f_r ,蒙皮厚度为 t ,加筋设计域为 $A \times B \times (H-t)$,加筋材料用量体分比为 f_s 。考虑蒙皮厚度和加筋布局的结构刚度与固有频率多目标优化数学模型可以描述为

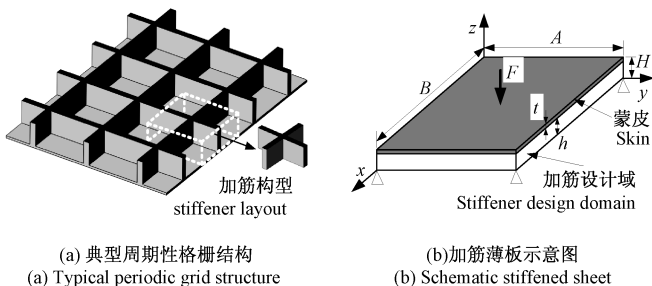


图 1 格栅加筋板示意图

Fig. 1 A schematic grid-stiffened plate

$$\begin{cases} \min S = \alpha \frac{C(\mathbf{X}, t)}{C^0} + (1 - \alpha) \frac{\lambda_1^0}{\lambda_1(\mathbf{X}, t)} \\ \text{s. t. } V(\mathbf{X}, t) \leq f_r V_0 \\ 0 < \delta \leq t \leq t_0 \\ \mathbf{X} = [x_1, \dots, x_i, \dots, x_n]^T \end{cases}$$

$$0 < \delta \leq x_i \leq 1 \quad i = 1, \dots, n \quad (1)$$

式中, S 为归一化处理后的目标函数, C 为结构柔顺度, λ_1 为一阶结构频率特征值, C^0 、 λ_1^0 分别为初始结构柔顺度和一阶频率特征值; α 为加权系数, 取 1 或 0 时分别对应单目标刚度优化或频率优化问题; $\mathbf{X}$ 为伪密度设计变量向量, x_i 为单元伪密度变量, 取 0 或 1, 其中 0 表示无材料, 1 表示有材料; V_0 为设计域总体积, t_0 为蒙皮厚度上限, δ 为极小正数(一般取 10^{-3}) 以避免刚度矩阵奇异。

式(1)为尺寸与布局混合优化问题, 设计变量属于不同类型空间, 同步求解非常耗时和困难, 因此, 通过两类变量分离, 将问题退化为不同蒙皮厚度 t 时的加筋构型拓扑优化问题, 以简化优化计算, 其对应的拓扑优化模型为

$$\begin{cases} \min_{0 < t \leq t_0} S = \alpha \frac{C(\mathbf{X})}{C^0} + (1 - \alpha) \frac{\lambda_1^0}{\lambda_1(\mathbf{X})} \\ \text{s. t. } V(\mathbf{X}) = \sum_{i=1}^n v_i x_i \leq f_s V_s \\ \mathbf{X} = [x_1, \dots, x_i, \dots, x_n]^T \\ 0 < \delta \leq x_i \leq 1 \quad i = 1, \dots, n \end{cases} \quad (2)$$

式中, v_i 为单元 i 体积, V_s 为加筋设计域体积。

采用 SIMP (Solid Isotropic Material with Penalization) 模型描述材料属性与单元伪密度变量对应关系^[15], 有 $\mathbf{K}_i = x_i^p \mathbf{K}_i^0$ 、 $\mathbf{M}_i = x_i^p \mathbf{M}_i^0$, $\mathbf{K}_i$ 、 $\mathbf{M}_i$ 分别为有限单元 i 刚度矩阵和质量矩阵, $\mathbf{K}_i^0$ 、 $\mathbf{M}_i^0$ 分别为 $x_i = 1$ 时有限单元 i 的刚度矩阵和质量矩阵, p 为惩罚因子, 一般取 3~5, 本文取 3, 则单元伪密度变量 x_i 的灵敏度表达式

$$\frac{\partial S}{\partial x_i} = -\frac{\alpha}{C^0} \frac{p}{x_i} C_i - (1 - \alpha) \frac{p}{x_i} \frac{\lambda_1^0}{\lambda_1} (R_{SE} - R_{KE}) \quad (3)$$

式中, C_i 为单元 i 的应变能, $R_{SE} = \frac{\Phi_i^T \mathbf{K}_i \Phi_i}{\Phi^T \mathbf{K} \Phi}$ 、 $R_{KE} = \frac{\Phi_i^T \mathbf{M}_i \Phi_i}{\Phi^T \mathbf{M} \Phi}$ 分别为单元 i 的应变能比和动能比, 其中 Φ 为结构特征向量。

2 结构周期性特征处理

基于式(2)的拓扑优化结果存在棋盘格和网格依赖性^[16], 采用改进密度斜率控制法^[17]来消除这种数

值不稳定现象

$|x_i - x_j| \leq (1.0 - \delta)\text{dist}(i,j)/r_{\min} \tag{4}$

式中, x_i 、 x_j 分别为相邻两个单元的伪密度变量; $\text{dist}(i,j)$ 为单元 i 和 j 的中心间距, $r_{\min} = 0.5d_{\min}$, $d_{\min}$ 为预先确定的最小构件尺寸。

假设加筋设计域包含 $m = n_x \times n_y$ 个周期性格栅 $\Omega_j (j = 1, \cdots, m)$, x_i^j 为第 j 个格栅 Ω_j 内第 i 个有限单元的伪密度变量, 如图 2 所示, 令各 Ω_j 内相同位置的伪密度变量相等, 即 $x_i^1 = x_i^2 = \cdots = x_i^m = x_i (i = 1, \cdots, n)$, 通过变量关联实现周期性格栅 Ω_j 内相同位置处单元的同时保留或删除, 从而获得呈周期性分布的结构构型。

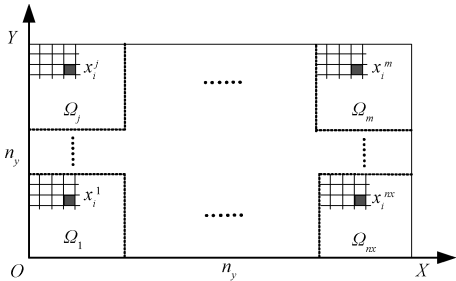


图 2 格栅结构周期性特征处理示意图
Fig. 2 A schematic periodic design domain

3 格栅加筋构型优化分析

格栅加筋板设计域为 480 mm × 480 mm × 25 mm,

载荷 $F = 500\text{ N}$ 。蒙皮和加筋的材料弹性模量 $E = 70\text{ GPa}$, 密度 $\rho = 2.7 \times 10^3\text{ kg/m}^3$, 泊松比 $\nu = 0.3$ 。加筋高度为 h , 蒙皮与加筋设计域均采用六面体实体单元进行有限元网格划分。下面从蒙皮厚度与格栅构型匹配关系和周期性格栅数对优化构型的影响两方面进行分析。为比较不同材料用量结构的性能, 采用单位质量刚度 η 作为结构效率评价指标

$$\eta = \frac{K}{M} = \frac{1}{CM} \tag{5}$$

式中, M 为结构总质量, K 为结构刚度。结构优化中常以柔顺度 C 来描述结构刚度, 其与 K 成反比关系。优化结构的单位质量刚度 η 越大, 说明材料使用效率越高, 该优化构型结构效率越好。

3.1 蒙皮厚度与格栅构型协同分析

假设图 1 所示结构包含 4×4 个周期性格栅, 为考察蒙皮厚度与格栅构型之间的匹配关系, 以结构单位质量刚度最大为目标, 按下列四个方案进行格栅构型优化: (1) 给定 f_r 和 t , 不同 h 时的构型优化; (2) 给定 t 和 f_s , 不同 h 时的构型优化; (3) 给定 t 和 h , 不同 f_s 时的构型优化; (4) 给定 h 和 f_s , 不同 t 时的构型优化。

四种方案的优化构型及 η 分别见表 1 至表 4。
表 1 显示, 随着 h 增大, 优化结构的 η 先上升后下降, 而优化构型在 $h/t \geq 10 (f_s < 45\%)$ 时保持不变, 此时 h 变化仅影响结构效率; 表 2 中随着 h 增大, η 呈上

表 1 $t = 1\text{ mm}$ 、 $f_r = 18.4\%$, 不同 h 时的格栅优化构型
Tab. 1 Optimized configurations for different h with $t = 1\text{ mm}$ 、 $f_r = 18.4\%$.

加筋高度 Stiffener height h / mm	8	10	12	16	20	24
加筋材料体分比 Stiffener volume fraction f_s	45%	36%	30%	22.5%	18%	15%
加筋构型 Stiffener layout						
单位质量刚度 Stiffness per unit mass η	0.63	0.91	1.22	1.70	1.99	1.61

表 2 $t = 1\text{ mm}$ 、 $f_s = 40\%$, 不同 h 时的格栅优化构型
Tab. 2 Optimized configurations for different h with $t = 1\text{ mm}$ 、 $f_s = 40\%$.

加筋高度 Stiffener height h / mm	4	6	8	10	12	16
整体材料体分比 Volume fraction f_r	10.4%	13.6%	16.8%	20%	23.2%	29.6%
格栅构型 Stiffener layout						
单位质量刚度 Stiffness per unit mass η	0.20	0.38	0.66	0.91	1.22	1.93

表 3 $t=1\text{ mm}, h=10\text{ mm}$, 不同 f_s 时的格栅优化构型

Tab. 3 Optimized configurations for different f_s with $t=1\text{ mm}, h=10\text{ mm}$.

加筋材料体分比 Stiffener volume fraction f_s	16%	24%	32%	40%	48%	64%
整体材料体分比 Volume fraction f_r	10.4%	13.6%	16.8%	20%	23.2%	29.6%
格栅构型 Stiffener layout						
单位质量刚度 Stiffness per unit mass η	0.27	0.74	0.92	0.92	0.92	1.06

表 4 $h=10\text{ mm}, f_s=20\%$, 不同 t 时的格栅优化构型

Tab. 4 Optimized configurations for different t with $h=10\text{ mm}, f_s=20\%$.

蒙皮厚度 Skin thickness t/mm	0.6	1.4	2.2	3.0	3.8	5.4
整体材料体分比 Volume fraction f_r	10.4%	13.6%	16.8%	20%	23.2%	29.6%
格栅构型 Stiffener layout						
单位质量刚度 Stiffness per unit mass η	0.64	0.46	0.17	0.23	0.34	0.59

升趋势,而当 $h/t \geq 8$ 后优化构型保持不变;表 3 的 η 随着 f_s 的增大 ($h/t=10$),先上升后呈平缓波动趋势,而优化构型在 $f_s=24\% \sim 40\%$ 间没有变化;表 4 的 η 随 t 的增大先减小后缓慢增大,而优化构型不断变化,逐渐从连通变为离散分布。

以 f_r 为横坐标、 η 为纵坐标,将表 1-表 4 的结果汇总成图 3,可以看出:不同 f_r 时,最佳结构效率曲线 ABCD 及以上的格栅加筋均为相同构型。增大 h/t 时, η 增大,曲线 BC 段上移, B、C 点分别沿 AB 和 CD 曲线向两端扩展,当 $h/t > 20$ 时,优化构型没变但 η 会降低;减小 h/t 时, η 减小,曲线 BC 段下移收缩,当 $h/t=8$ 时,达到最佳结构效率曲线的下限 AEFD 曲线,而 $h/t < 8$ 时, η 降低的同时格栅构型也会发生变化。

图 3 结果说明:加筋高度和蒙皮厚度的比值既影响加筋构型也影响结构效率,通过合适分配蒙皮和加筋材料用量能获得高结构效率且构型相同的格栅加筋,而在合适的 h/t 比例内(如 $8 \leq h/t \leq 20$),加筋高度变化不影响优化构型。因此,对于格栅加筋结构优化问题,需根据结构材料用量要求,在合理分配蒙皮和加筋材料用量的基础上,开展加筋构型拓扑优化,实现结构效率的最大化。

假设格栅加筋结构 $f_r=18.4\%$,加筋构型为图 3 曲线 ABCD 上的构型,以 t, h 及 b 为变量,最大化结构单位质量刚度的优化模型为

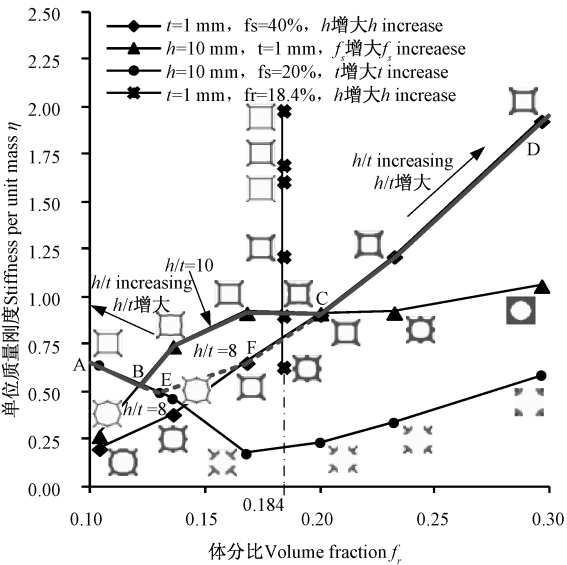


图 3 η 随 f_r 的变化曲线

Fig. 3 The relationship curve of η changed with f_r

$\max$

η

$s. \ t.$

$0.1 \leq t \leq 4.6$

$0.1 \leq h \leq H - t$

$0.1 \leq b \leq 10$

$V/V_0 \leq f_r = 18.4\%$

(6)

优化结果见表 5,优化迭代过程见图 4。从图 4 和表 5 可以看出,在 $\eta_{\max}=4.38$ 时, $h/t=17.15$,处于 $[8, 20]$ 区间内,符合图 3 所示规律。

表 5 优化结果
Tab.5 Optimized results

	t/mm	h/mm	b/mm	η
初始值 Original value	1	11.65	10	1.32
优化解 Optimal value	1.35	23.15	4.48	4.38

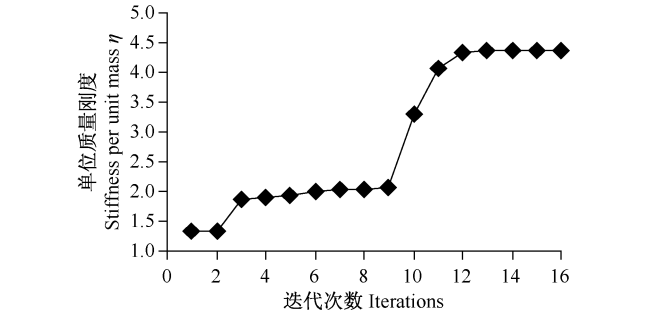


图 4 结构单位质量刚度迭代曲线

Fig.4 Convergence curve of structural stiffness per unit mass

3.2 周期性格栅数 m 对优化构型的影响

格栅加筋结构的蒙皮厚度 $t = 1\text{ mm}$,加筋高度 $h = 10\text{ mm}$,加筋区域材料体分比为 $f_s = 30\%$,基于式(2)和(5)进行格栅构型优化。

(1)单层格栅加筋结构

周期性格栅数从 $m = 1 \times 1$ 到 9×9 时单层格栅加筋结构刚度最大化 ($\alpha = 1$) 与刚度和频率多目标设计 ($\alpha = 0.5$) 获得的优化结果见表 6 和图 5。

表 6 中, $m = 1 \times 1$ 时,不同目标的优化构型差别明显,静力载荷下加筋材料集中在薄板中部以增强结构刚度,但中央质量的增加降低了结构低阶基频,因此刚度和频率优化形成了材料分布较均匀和连通性较好的加筋布局,保证结构具有一定静刚度同时提高自振频率。而从 $m = 2 \times 2$ 到 6×6 ,不同目标下的优化构型基本相同。当 $m > 7 \times 7$ 时,多目标的优化构型不再变化,而单目标的优化构型仍受 m 的奇偶性影响在两种构型间波动,其原因在于集中载荷作用于周期性格栅上的相对位置随 m 的不同而变化, m 为奇数时位于周期性格栅中心而 m 为偶数时位于周期性格栅角点。

图 5 显示,随着 m 的增加,优化结构的刚度和频率性能先快速变化而后缓慢趋于一个极限值,具有明显的尺寸效应^[18],特别当 $m \geq 8 \times 8$ 优化结构性能受 m 影响较小,可根据具体精度要求忽略影响。

双层格栅结构由两层格栅加筋板或格栅夹芯板构成(如图 6),格栅夹芯板(图 6b)比格栅加筋板(图 6a)多一层下蒙皮。下面仅从结构刚度性能角度分析周期性格栅数 $m = 1 \times 1$ 到 7×7 时格栅优化构型的变化规律,优化结果见表 7 和图 7。

表 6 不同目标下不同 m 时的格栅优化构型
Tab.6 Optimized layouts for variation m and different objectives

m	刚度和频率优化 Stiffness and frequency optimization		刚度优化 Stiffness optimization	
	优化构型 Optimized layout	$C \times 10^{-3}/\text{J}$ f_1/Hz	优化构型 Optimized layout	$C \times 10^{-3}/\text{J}$
1×1		343.59 114.96		231.55
2×2		393.64 91.98		378.18
3×3		429.16 85.92		416.73
4×4		478.15 83.61		457.08
5×5		530.35 78.96		502.27
6×6		534.52 78.27		532.67
7×7		605.41 73.74		555.42
8×8		581.25 75.26		562.72
9×9		589.62 74.66		571.37

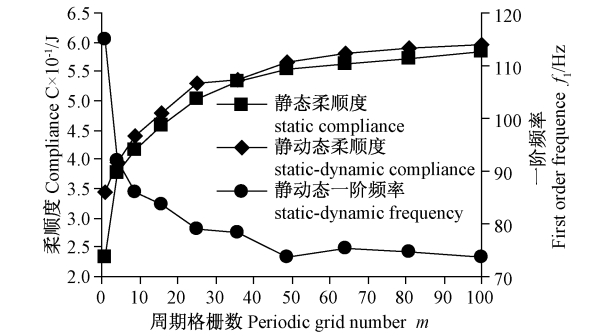


图 5 优化结构柔顺度 C 和一阶频率 f_1 随 m 变化曲线

Fig.5 Convergence curve of C and f_1 vs. m

(2) 双层格栅加筋结构

从优化结构性能看,随着 m 的增加,优化结构的性能逐渐趋于一个极限值,表现出尺寸效应,而格栅夹芯板的结构效率高与格栅加筋板,说明夹芯板结构形式更有利于发挥材料潜质。从优化构型方面,随 m 的奇偶性变化,优化结果在两种构型间波动,与单层格栅

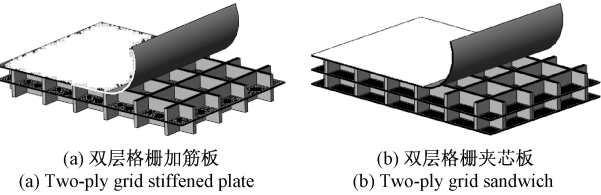


图 6 双层格栅结构示意图

Fig. 6 A schematic two-ply grid-stiffener structure

表 7 不同 m 时的格栅优化构型

Tab.7 Optimized configurations for different m

m	双层格栅加筋板 Two-ply grid stiffened plate		双层格栅夹芯板 Two-ply grid sandwich	
	优化构型 Optimized layout	η	优化构型 Optimized layout	η
1×1		3.87		4.95
2×2		3.27		3.92
3×3		3.00		3.71
4×4		2.82		3.62
5×5		2.74		3.56
6×6		2.76		3.46
7×7		2.67		3.42

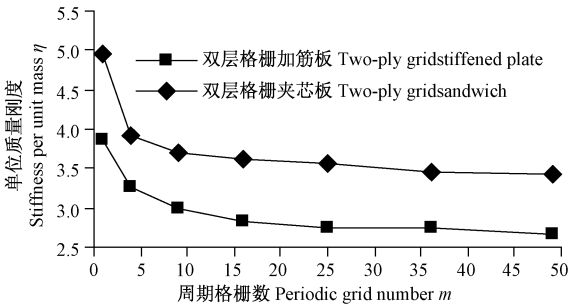


图 7 优化结构 η 随 m 的收敛曲线

Fig. 7 Convergence curve of η vs. m

结构的优化构型变化规律不同的是,这两种优化构型可绕 Z 轴旋转 45 度而相互重合,即可选用相同格栅材料进行不同裁剪得到。

4 结论

结合拓扑优化方法分析了蒙皮厚度与加筋高度变化对格栅加筋构型的影响,发现加筋高度与蒙皮厚度比值在 8 ~ 20、加筋区域材料体分比在 24% ~ 40% 之间时不同材料用量下具有最佳结构效率的格栅加筋构型相同。比较了包含不同周期性格栅数的单层和双层格栅加筋结构的拓扑优化设计,结果表明随着格栅数的增加,单层和双层格栅加筋结构的优化性能逐渐趋于一个极值,具有尺寸效应。单刚度优化目标下格栅数的奇偶性对单层和双层格栅加筋结构的优化构型影响显著,而在刚度和频率多目标要求下格栅数对优化构型的影响随格栅数的增大逐渐消失。这些规律对格栅加筋构型的设计与选型提供了指导。

参考文献 (References)

[1] Lam Y C, Santhikumar S. Automated rib location and optimization for plate structures[J]. Struct. Multidisc. Optim. , 2003, 25:35-45.

[2] 丁晓红,林建中,山崎光悦. 利用植物根系形态形成机理的加筋薄壳结构拓扑优化设计[J]. 机械工程学报, 2008, 4:201-205.

DING XiaoHong, LIN JianZhong, YAMAZAKI Koestu. Topology design optimization of stiffened thin-wall shell structures based on growth mechanism of root system [J]. Journal of Mechanical Engineering, 2008, 44(4) :201-205(In Chinese).

[3] 季学荣,丁晓红. 板壳结构加强筋优化设计方法[J]. 机械强度, 2012,34(5) : 692-698.

JI XueRong DING XiaoHong. Design optimization method of stiffeners on plane and shell structure[J]. Journal of Mechanical Strength, 2012, 34(5) :692-698(In Chinese).

[4] 米大海,杨 睿,周 亮,等. 以频率为目标的加筋平板结构优化设计研究[J]. 机械强度, 2013, 35(2) : 179-182.

MI DaHai, YANG Rui, ZHOU Liang, et al. Structural frequency optimal design of stiffened plate [J]. Journal of Mechanical Strength, 2013,35(2) :179-182(In Chinese).

[5] 张卫红,章胜冬,高 彤. 薄壁结构的加筋布局优化设计[J]. 航空学报, 2009,30(11) :2126-2131.

ZHANG WeiHong, ZHANG ShengDong, GAO Tong. Stiffener layout optimization of thin walled structures[J]. Acta Aeronautica et Astonautica Sinica, 2009,30(11) :2126-2131(In Chinese).

[6] Zhou M, Fleury R, et al. Progress in Topology Optimization with Manufactory Constrains [C]. 9th AIAA/ISSMO Symposium on Multidisciplinary Analysis and Optimization, AIAA, 2002, 5614.

[7] 杜善义,章继峰,张博明. 先进复合材料格栅结构应用与研究进展[J]. 航空学报, 2007, 28(2) : 419-424.

DU ShanYi, ZHANG JiFeng, ZHANG BoMing. Overview of application and research on advanced composite grid structures[J]. Acta Aeronautica et Astonautica Sinica, 2007, 28: 419-424(In Chinese).

[8] 范华林, 金丰年, 方岱宁. 格栅结构力学性能研究进展[J]. 力学进展, 2008, 38(1): 35-52.
FAN HuaLin, JIN FengNian, FANG DaiNing. Structural mechanics of lattice grids[J]. Advances in Mechanics, 2008, 38(1): 35-52 (In Chinese).

[9] 张志峰, 陈浩然, 李 暄. 先进复合材料格栅圆柱壳优化设计的混合遗传算法[J]. 复合材料学报, 2005, 22(2):166-177.
ZHANG ZhiFeng, CHEN HaoRan, LI Xuan. Hybrid genetic algorithm for optimum design of advanced grid composite circular cylinders[J]. Acta Materiae Compositae Sinica. 2005, 22(2):166-177(In Chinese).

[10] 梁东平, 徐元铭, 彭兴林. 复合材料格栅加筋板布局优化设计[J]. 固体火箭技术, 2008, 31(5): 527-530.
LIANG DongPing, XU YuanMing, PENG XingLin. Configuration optimum design of grid-stiffened composite panels[J]. Journal of Solid Rocket Technology. 2008, 31(5): 527-530(In Chinese).

[11] 张卫红, 孙士平. 多孔材料/结构尺度关联的一体化拓扑优化技术[J]. 力学学报, 2006, 38(4):522-529.
ZHANG WeiHong, SUN shiPing. Integrated design of porous materials and structures with scale-coupled effect [J]. Chinese Journal of Theoretical and Applied Mechanics. 2006, 38(4):522-529(In Chinese).

[12] Zuo Z H, Huang X, Yang X, *et al.* Comparing optimal material microstructures with optimal periodic[J]. Computational Materials Science. 2013, 69:137-147.

[13] Weeks CA, Sun CT. Multi-core composite laminates[J]. Journal of Advanced Materials, 1994, 25(3):28-37.

[14] 江大志, 郭 洋, 李长亮, 等. 双层夹芯复合材料结构横向冲击响应实验[J]. 爆炸与冲击, 2009, 29(6):590-595.
JIANG DaZhi, GUO Yang, LI ChangLiang, et al. Experimental investigation on response of two-core sandwich composite structures under transverse impact[J]. Explosion and Shock Waves. 2009, 29(6):590-595(In Chinese).

[15] Bendsoe MP, Sigmund O. Material interpolation schemes in topology optimization[J]. Archive of Applied Mechanics, 1999, 69:635-654.

[16] Sigmund O, Petersson J. Numerical instabilities in topology optimization: A survey on procedures dealing with checkerboards, mesh-dependencies and local minima[J]. Structural Optimization, 1998, 16(1): 68-75.

[17] Zhou M, Shyy YK, Thomas HL. Checkerboard and minimum member size control in topology optimization[J]. Structural and Multidisciplinary Optimization, 2001, 21:152-158.

[18] DAI, GM, ZHANG WH. Size effects of basic cell in static analysis of sandwich beams [J]. International Journal of Solids and Structure, 2008, 45, 2512-2533.