

初始圆形裂纹角度对钢轨埋藏裂纹扩展特性影响*

INFLUENCE OF INITIAL CIRCULAR CRACK ANGLE ON BURIED
CRACK GROWTH CHARACTERISTICS OF RAIL

马东文**¹ 余刚² 方修洋***¹ 吴泽建¹

(1. 西南交通大学 机械工程学院, 成都 610031)

(2. 江西洪都航空工业集团有限责任公司, 南昌 330024)

MA DongWen¹ YU Gang² FANG XiuYang¹ WU ZeJian¹

(1. School of Mechanical Engineering, Southwest Jiaotong University, Chengdu 610036, China)

(2. Jiangxi Hongdu Aviation Industry Co., Ltd., Nanchang 330024, China)

摘要 为评估初始裂纹不同倾斜角度对钢轨内部埋藏裂纹扩展寿命和扩展速率的影响,利用 Ansys-Franc3D 在钢轨踏面以下 5 mm 处分别插入了不同倾斜角度的圆形初始裂纹。研究发现初始裂纹角度对钢轨埋藏裂纹的扩展具有显著影响:钢轨埋藏裂纹的扩展形式是Ⅱ、Ⅲ型复合疲劳裂纹扩展,且以Ⅱ型滑移扩展为主导;以列车运行方向水平面为参考裂纹面逆时针转动,裂纹初始角度为 0°~75°时,随着角度的增大,裂纹起始扩展驱动力 ΔK_{eq} 先增大后减小,裂纹平均扩展速率同样先增大后减小,裂纹扩展寿命先减小后增大;这表明 45°是钢轨埋藏裂纹最危险的角度,此角度下裂纹扩展最快,剩余寿命最短,水平裂纹是相对最安全的角度;初始裂纹角度对裂纹扩展的影响本质上是对裂纹起始扩展驱动力 ΔK_{eq} 的影响,裂纹起始扩展驱动力 ΔK_{eq} 越大,其平均扩展速率越大,剩余寿命越短。

关键词 60 N 钢轨 埋藏裂纹 多轴疲劳 扩展速率 扩展寿命

中图分类号 U211.1

Abstract In order to evaluate the effect of different incline angles of initial cracks on the growth life and rate of buried cracks in rail, circular initial cracks with different incline angles were inserted at 5 mm below the rail tread by using softwares of ANSYS-FRANC3D. It is found that the initial crack angle has a significant effect on the propagation of buried cracks in rail: The initial crack propagation forms are type II and type III composite propagation, and type II slip propagation is dominant; The horizontal plane of train running direction is used as reference crack surface to rotate counterclockwise. When the initial angle of crack is 0°~75°, with the increase of angle, the initial driving force (ΔK_{eq}) increases first and then decreases, the average crack growth rate increases first and then decreases, and the crack growth life decreases first and then increases. It is indicated that 45° is the most dangerous angle of rail buried crack, under which the crack growth rate is the fastest, the residual life is the shortest, and the horizontal crack is the relatively safe angle; In addition, the effect of initial crack angle on crack growth rate is essentially the effect on crack initiation growth driving force (ΔK_{eq}). The larger the crack initiation growth driving force (ΔK_{eq}), the faster the average propagation rate and the shorter the residual life.

Key words 60 N rail; Burial crack; Multiaxial fatigue; Growth rate; Growth life

Corresponding author: FANG XiuYang, E-mail: fangxiuyang@home.swjtu.edu.cn, Fax: +86-28-87600457

The project supported by the Science and Technology Program for International Cooperation of Sichuan Province (No. 2020YFH0082), and the China Postdoctoral Science Foundation (No. 2019M653474), and the Fundamental Research Funds for the Central Universities (No. 2682017CX033).

Manuscript received 20210114, in revised form 20210201.

* 20210114 收到初稿, 20210201 收到修改稿。四川省国际科技创新合作项目 (2020YFH0082), 中国博士后科学基金资助项目 (2019M653474), 中央高校基本科研业务费 (2682017CX033) 资助。

** 马东文, 男, 汉族, 1995 年生, 甘肃陇南人, 西南交通大学硕士研究生, 研究方向为机车车辆强度及可靠性。

*** 方修洋 (通信作者), 男, 汉族, 1984 年生, 湖北人, 西南交通大学机械工程学院讲师, 博士, 硕士研究生导师。主要研究方向为轨道车辆结构强度及寿命评估, 先进材料焊接技术及焊接结构强度评价, 在国内外重要期刊发表文章 10 余篇。

引言

在高速铁路线路服役过程中,钢轨接触表面以下 5 mm~25 mm 的次表面是剪应力与 Mises 应力最大部位,因此在钢轨长期运行过程中,次表面在轮轨接触载荷作用下容易萌生疲劳裂纹^[1-4]。而实际线路中,由于钢轨制造缺陷或长期承载运行中,材料内部也会存在一定尺寸的裂纹缺陷,在轮轨循环接触载荷下,裂纹会逐渐扩展直至发生剥离或断裂破坏。因此,评估含有初始裂纹缺陷的钢轨剩余寿命至关重要,这能够控制钢轨再继续正常服役一段时间,延长其使用寿命,在剩余寿命结束前采取措施对含裂纹钢轨予以打磨或更换。而初始裂纹倾斜角度的不同,对裂纹剩余寿命和扩展速率有着显著影响。

目前,国内外学者对钢轨裂纹行为开展了一系列的研究,Ueda M 等^[5]通过双盘试验研究发现珠光体钢不同碳含量对钢轨表面裂纹深度和裂纹倾角有明显影响;Ma X 等^[6-7]采用数值方法对钢轨表面的疲劳累积损伤及裂纹扩展进行了研究;Datsyshyn O P 等^[8]研究了钢轨表面裂纹在不同使用参数下应力强度因子 K_{II} 范围与裂纹方位角的关系,发现钢轨表面裂纹由于剪切作用以浅特征角向车辆运行方向扩展。I + II + III 型复合加载条件下,裂纹尖端会形成一个复杂的滑移带系统,尤其是 II,III 型循环加载将会明显增加材料的塑性流动,促进裂纹扩展^{[9]107-109[10]};Bonniot T 等^{[11]42-52}对裂纹前沿与剪切载荷角度不同的轨道钢进行了四点弯曲试验,试验发现在足够高的载荷范围内,这些试验会导致共面剪切型裂纹扩展;卢超等^[12]通过数值仿真和实验测试研究了检测钢轨次表面裂纹的方法,检测深度可达 15 mm~18 mm 范围。但是既有研究大多为针对钢轨表面裂纹的研究,对钢轨内部埋藏裂纹的扩展特性及影响因素研究较少。

本文对比分析了轮轨滚动接触载荷作用下不同初始裂纹角度范围钢轨内部埋藏裂纹的扩展寿命与扩展速率,同时研究了裂纹起始扩展模式,本文研究工作可为钢轨制定合理的打磨和更换周期提供一定的理论计算指导。

1 数值模型建立

1.1 轮轨有限元模型

轮轨三维有限元模型如图 1 所示,车轮滚动圆直径为 920 mm,踏面采用 LMA 型踏面,钢轨为 60 N 轨,轨底坡设为 1:40。轮轨模型采用 Solid185 单元,离散网格时采用轮轨关键部位局部细化,整体网格粗化原则,具体设置为:轮轨接触部位采用 0.5 mm 网格,踏面以下划分 15 层,中间用 1 mm 网格过渡,再依次使

用 2 mm、4 mm、8 mm 单元过渡。整体网格单元数量为 466 100,节点数量为 355 117。轮轨接触部位采用 CONTA173-TARGE170 面-面接触单元。

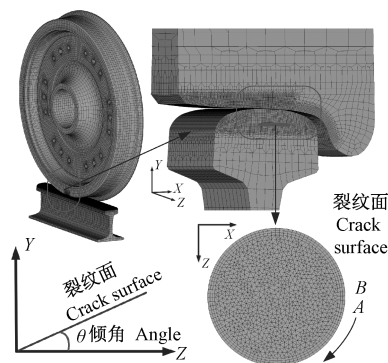


图 1 轮轨三维有限元模型和初始裂纹插入设置

Fig.1 Three-dimensional finite element model and initial crack insertion settings for wheel-rail

1.2 材料与边界条件

在求解钢轨内部无裂纹缺陷时轮轨应力分布阶段,轮轨材料采用双线性弹塑性本构模型,车轮材料弹性模量 204 GPa,切线模量为 20 GPa,屈服强度为 540 MPa;钢轨材料为 U71Mn 钢,弹性模量为 210 GPa,切线模量为 21 GPa,屈服强度为 550 MPa;泊松比均为 0.3,摩擦因数设为 0.3;在求解钢轨内部存在裂纹缺陷时裂尖应力强度因子阶段,轮轨材料采用线弹性本构模型,车轮材料弹性模量 204 GPa,钢轨材料弹性模量为 210 GPa,泊松比均为 0.3,摩擦因数设为 0.3。

边界条件设为:钢轨底部全约束,两端施加对称约束;对于车轮,约束车轮中心 X、Z 方向平动位移,Y、Z 方向转动位移;直线工况下,将垂向载荷 F_v 施加于车轮中心处,载荷值取 16 t,轴重的一半。

2 疲劳裂纹扩展模型

对于多轴载荷下的复合型裂纹扩展准则,本文采用最大能量释放率准则,该准则能确定多轴应力状态下裂纹尖端任意方向上能量释放率变化规律,且与实验结果吻合度高^[13];应力强度因子采用交互积分^[14-16]计算

$$M = \int_A \left\{ \left[\sigma_{ij} \frac{\partial u_i^{\text{aux}}}{\partial x_1} + \sigma_{ij}^{\text{aux}} \frac{\partial u_i}{\partial x_1} - w^M \delta_{ij} \right] \frac{\partial q}{\partial x_j} - b_i \frac{\partial u_i^{\text{aux}}}{\partial x_1} q \right\} dA - \int_{\Gamma_c} \sigma_i^f \frac{\partial u_i^{\text{aux}}}{\partial x_1} q d\Gamma \quad (1)$$

式中, M 为交互积分,是真实应力场和辅助应力场共同作用下的积分函数值, A 为积分区域, w^M 为交互应变能 $w^M = (\sigma_{ij} \epsilon_{ij}^{\text{aux}} + \sigma_{ij}^{\text{aux}} \epsilon_{ij}) / 2$, 式中, σ_{ij} 、 u_i 、 ϵ_{ij} 分别表示真实场应力、位移和应变分量, σ_{ij}^{aux} 、 u_i^{aux} 、 $\epsilon_{ij}^{\text{aux}}$ 分别表示辅助场应力、位移和应变分量, b_i 为体积力向量的分

量, σ_i^f 是外力在 i 方向上的分量, q 为权重函数; M 积分与应力强度因子的关系可表示为

$$M = \frac{2}{E^*} (K_I K_I^{\text{aux}} + K_{II} K_{II}^{\text{aux}} + K_{III} K_{III}^{\text{aux}}) \quad (2)$$

$$K_I = \frac{E^*}{2} M_I (K_I^{\text{aux}} = 1, K_{II}^{\text{aux}} = K_{III}^{\text{aux}} = 0) \quad (3)$$

$$K_{II} = \frac{E^*}{2} M_{II} (K_{II}^{\text{aux}} = 1, K_I^{\text{aux}} = K_{III}^{\text{aux}} = 0) \quad (4)$$

$$K_{III} = \frac{E^*}{2} M_{III} (K_{III}^{\text{aux}} = 1, K_I^{\text{aux}} = K_{II}^{\text{aux}} = 0) \quad (5)$$

式中, $E^* = E$ (平面应力), $E^* = E/(1-\nu^2)$ (平面应变), E 为弹性模量, ν 为泊松比。

三维复合裂纹等效应力强度因子基于 Brown M W^[17] 提出的式(6)计算

$$\Delta K_{\text{eq}} = \sqrt[n]{\beta \Delta K_I^n + \gamma \Delta K_{II}^n + \gamma \Delta K_{III}^n} \quad (6)$$

其中, β, γ 为权重因子, 通过理论推导取 $\beta = \gamma = 1, n = 2$ ^[18]。 K_I, K_{II}, K_{III} 为 I 型 (张开型)、II 型 (滑移型或平面内剪切型)、III 型 (撕开型或平面外剪切型) 应力强度因子。

基于式(7)裂纹扩展速率模型^[19], 通过对等效应力强度因子驱动条件下扩展量积分得到裂纹扩展循环周次, 从而得到裂纹 $a-N$ 曲线

$$\frac{da}{dN} = C \Delta K_{\text{eq}}^m \quad (7)$$

式中, C, m 为材料常数, U71Mn 钢轨材料的疲劳裂纹扩展曲线拟合参数为 $C = 4.597 \times 10^{-13}, m = 2.88$, 应力比 $R = 0.1$ ^[20]。

将每一段扩展量 Δa 与其对应的扩展循环周次 ΔN 进行相比得到 $\Delta a/\Delta N$, 根据 $da/dN \approx \Delta a/\Delta N$ ^[9]¹⁰⁹, 得到在 ΔK_{eq} 驱动条件下扩展量 Δa_i 对应的裂纹扩展速率值 $\Delta a_i/\Delta N_i$, 从而得到 $da/dN-\Delta K_{\text{eq}}$ 曲线。

为评估初始裂纹不同倾斜角度对钢轨内部裂纹扩展速率和扩展寿命的影响, 如图 1 所示, 以裂纹面与水平面纵向方向夹角为基准, 在钢轨踏面以下 5 mm 处分别插入倾斜角度为 $0^\circ, 30^\circ, 45^\circ, 60^\circ$ 和 75° 的圆形初始裂纹, 裂纹半径均为 1 mm, 分别计算疲劳裂纹扩展寿命和扩展速率, 初始裂纹形状设置为圆形是为了避免形状对扩展路径的影响, 便于计算显示出同一载荷条件下裂纹面扩展最快的路径。

3 计算结果与分析

本文在外加轮轨载荷不变条件下, 在钢轨结构内部引入不同倾斜角度初始圆形裂纹, 重点分析计算裂纹扩展过程中裂尖变化的应力强度因子 (Stress Intensity Factor) K , 进而基于 U71Mn 钢轨材料裂纹扩展速率模型, 得到角度对钢轨埋藏裂纹扩展速率和扩

展寿命的影响规律。

3.1 应力强度因子 (SIF) 分布

图 2 给出了不同倾斜角度下起始裂纹前沿 I、II、III 型应力强度因子分布。应力强度因子正负代表裂尖扩展方向, K_{II} 为正值代表裂尖滑动位移方向与剪切应力方向夹角为锐角, 为负值则代表与滑动位移方向剪切方向夹角大于 90° , 由此可知: (1) 裂尖 I 型应力强度因子 K_I 始终为负值, 表明裂纹扩展扩展中裂纹面始终是闭合的, 这是轮轨接触压应力 (σ_y) 所导致的, 如图 4a 所示, K_I 始终接近于 0 表明其对裂纹扩展不做贡献; (2) 钢轨埋藏裂纹在轮轨接触载荷作用下的扩展主要是剪切应力引起的 II、III 型复合扩展, K_{II} 最大值始终大于 K_{III} 最大值, 表明复合扩展以 II 型滑移为主导; (3) $0^\circ \sim 75^\circ$ 起始裂纹, K_{II}, K_{III} 最大值均随着裂纹倾斜角度的增大按先增大再减小的趋势变化, 其中 45° 裂纹对应的 K_{II}, K_{III} 最大。

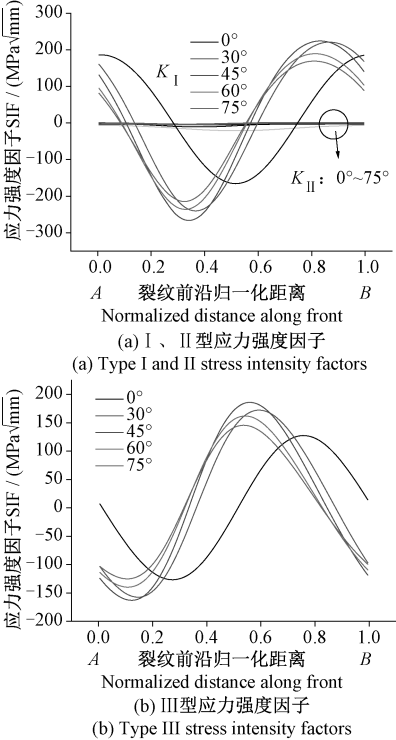


图 2 不同角度下起始裂纹前沿应力强度因子分布
Fig.2 Distribution of stress intensity factors at different angles

如图 3 所示, 图中给出了不同起始裂纹角度下裂纹前沿等效应力强度因子 (Equivalent Stress Intensity Factor) ΔK_{eq} 的分布, 对比图 3b 可发现: (1) 起始裂纹角度为 0° 时, 裂纹扩展最快的路径裂尖归一化距离 1 mm (B) 处, 起始裂纹角度为 $30^\circ \sim 75^\circ$ 时, 裂纹扩展最快的路路径均为裂尖归一化距离 0.3 mm 附近处。 (2) 起始裂纹角度为 $0^\circ \sim 75^\circ$ 条件下, ΔK_{eq} 最大值先增大后减小, 45° 条件下扩展驱动力 ΔK_{eq} 最大, 裂纹也扩展的最快。

综上所述,45°裂纹等效应力强度因子在裂纹前沿归一化距离 0.3 mm 处最大,则该角度下裂纹也最容易扩展,计算提取 45°裂纹扩展后的应力云图数据,研究裂纹尖端区域应力分布状态。

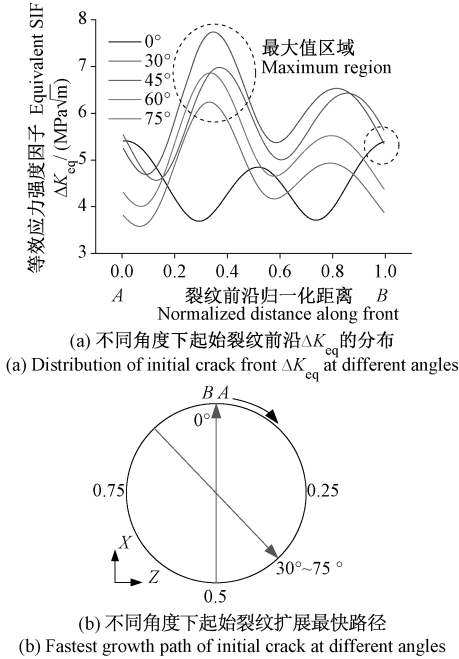


图3 不同角度起始裂纹 ΔK_{eq} 及起始扩展最快路径分布
Fig.3 Distribution of ΔK_{eq} and fastest growth path of initial crack at different angles

3.2 裂纹尖端应力场分布

图 4 为 45°起始裂纹尖端应力云图分布,结合图 5 整个裂纹面扩展形貌可以发现,裂纹扩展过程中裂纹面始终是接近共面扩展的,这是因为 K_I 不促进裂纹扩展,从图 2 计算结果也表明裂尖应力强度因子是 II、III 型剪切载荷共同作用的。而 II、III 型加载条件下主裂纹面的扩展是共面剪切型扩展,这与 Bonniot T 等^{[11]42-52}进行的试验结果高度一致。通过图 4a 可知上下裂纹面始终受到压应力作用,使得裂纹面始终闭合,这是垂向应力 σ_y 造成的,这与图 2 中计算得出的结论一致;图 4b 则是剪切应力 τ_{yz} 分布,该应力是促使裂纹面滑移和撕裂的主要驱动力。图 4c 为裂尖 Mises 等效应力分布,可以看到最大等效应力发生在裂纹尖端,应力值超过了 700 MPa。

图 5 为 45°初始裂纹扩展阶段裂纹面的 Mises 应

力变化云图及其扩展形貌,由图可知裂纹扩展过程中,裂尖区域的应力值分布始终是最大的,这是裂尖应力集中导致的。裂纹面尖端在 Z 轴正向沿钢轨外侧扩展的最快,相反方向次之,这是剪切应力 τ_{yz} 引起的裂纹面滑移导致的。并且裂纹面 X 轴方向两端的扩展也是因剪切应力 τ_{yz} 引起的裂纹面撕开位移导致的,而裂尖其它部位扩展是滑动位移和撕开位移共同作用下引起的的裂纹扩展。

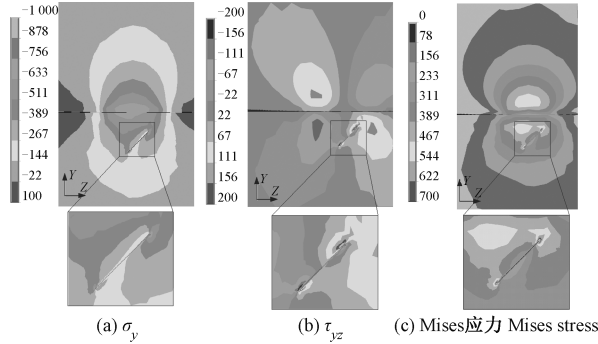


图 4 45°裂纹扩展后裂尖应力云图
Fig.4 Stress contour plot of 45° crack tip after crack propagation

3.3 裂纹扩展寿命与扩展速率

在裂纹扩展最快的路径上计算扩展量对应的循环周次,图 6 为 5 种初始裂纹角度下裂纹扩展循环次数随裂纹扩展量的变化,以裂纹扩展量达到 2.5 mm 附近为基准,初始裂纹倾斜角度为 0°、30°、45°、60°、75° 时,对应的裂纹扩展寿命分别为 2.5×10^7 , 1.2×10^7 , 8.5×10^6 , 1.1×10^7 , 1.53×10^7 , 可知起始裂纹倾斜角度对疲劳裂纹扩展寿命有很大的影响:在 0°~75° 范围内,随着初始裂纹倾斜角度的增大,裂纹扩展寿命先减小后增大,45°起始裂纹角度的扩展寿命最小,表明裂纹扩展的最快,以裂纹扩展量达到 2.5 mm 附近为基准,45°对应的裂纹剩余寿命与水平裂纹剩余寿命相差 1.65×10^7 cycle;30°与 60°裂纹扩展寿命相近。

根据图 6 裂纹扩展寿命与扩展量的关系,计算裂纹扩展量与对应的扩展循环次数比值 $\Delta a/\Delta N$,根据 $da/dN \approx \Delta a/\Delta N$,得到裂纹扩展速率与 ΔK_{eq} 的关系,而对于初始裂纹尖端扩展速率,通过扩展后两个阶段得到的速率值线性插值得到。图 7 为裂纹指定扩展路径

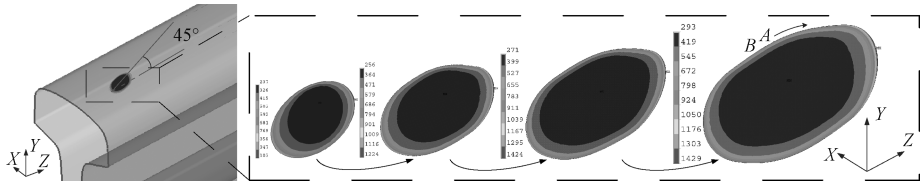


图5 Mises stress contour plot and shape of 45° crack at propagation stage

下初始裂纹不同角度时裂纹扩展速率与等效应力强度

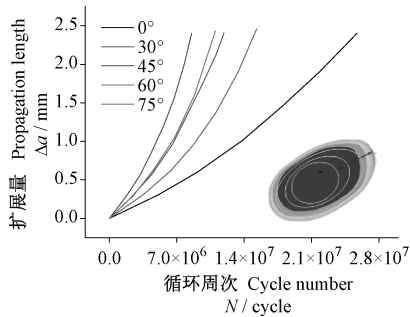


图 6 裂纹扩展循环次数随裂纹扩展量的变化
Fig.6 Variety of crack growth cycle times with crack propagation length

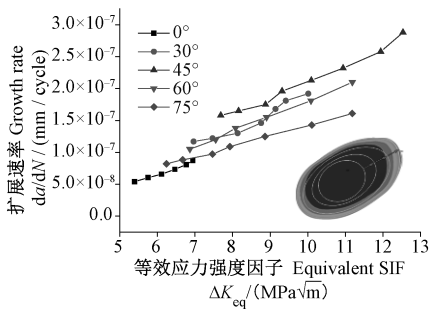


图 7 初始裂纹不同角度下裂纹扩展速率随等效应力强度因子的变化
Fig.7 Variety of crack growth rate with equivalent stress intensity factor at different angles of initial crack

因子 ΔK_{eq} (裂纹扩展驱动力) 的关系,通过比较可知: 裂纹初始角度为 $0^\circ \sim 75^\circ$ 时,平均裂纹扩展速率先增大后减小,对应的起始裂纹扩展驱动力 ΔK_{eq} 也是先增大后减小, 45° 起始裂纹对应的驱动力 ΔK_{eq} 最大,裂纹扩展也最快, 30° 与 60° 裂纹扩展速率相当;结合图 3 比较 5 种裂纹倾斜角度下整个裂纹前沿的 ΔK_{eq} ,可以发现,初始裂纹角度对裂纹扩展的影响本质上是对裂纹起始扩展驱动力的影响,在 $0^\circ \sim 75^\circ$ 范围,裂纹起始扩展驱动力 ΔK_{eq} 越大,裂纹平均扩展越快,剩余寿命越短。

4 结论

本文深入研究了钢轨埋藏裂纹的扩展方式及不同角度初始圆形裂纹对钢轨深埋裂纹扩展特性的影响,主要结论如下:

- 1) 钢轨内部埋藏裂纹在轮轨接触载荷作用下的扩展路径主要是剪切应力引起的 II、III 型共面剪切型复合扩展,且以 II 型滑移扩展为主导,扩展过程中裂纹面始终闭合, I 型应力强度因子对裂纹扩展不做贡献;
- 2) 45° 对应的初始裂纹角度是钢轨埋藏裂纹最危险的裂纹倾斜角度,此角度初始裂纹扩展最快,剩余寿命最短;在 $0^\circ \sim 75^\circ$ 范围内,随着初始裂纹倾斜角度的

增大,裂纹扩展寿命先减小后增大, 45° 对应的起始裂纹其扩展寿命最小;水平裂纹是相对最安全的裂纹倾斜角度,该角度初始裂纹扩展最慢,剩余寿命最长。

3) 起始裂纹角度对裂纹扩展的影响本质上是对裂纹起始扩展驱动力 ΔK_{eq} 的影响,在 $0^\circ \sim 75^\circ$ 范围,裂纹起始扩展驱动力 ΔK_{eq} 越大,裂纹平均扩展的越快。裂纹初始角度为 $0^\circ \sim 75^\circ$ 时,平均裂纹扩展速率先增大后减小,起始裂纹扩展驱动力 ΔK_{eq} 也先增大后减小; 45° 时对应的裂纹扩展速率最大,裂纹扩展的最快。

参考文献 (References)

[1] 王少锋, 刘林芽, 刘海涛, 等. 基于损伤累积和权重参数的重载铁路曲线内轨裂纹萌生特征及剥离掉块分析 [J]. 中国铁道科学, 2017, 38(1): 29-36.
WANG ShaoFeng, LIU LinYa, LIU HaiTao, et al. Analysis of crack initiation characteristics and stripping blocks in heavy-haul railway curve based on damage accumulation and weight parameters [J]. China Railway Science, 2017, 38(1): 29-36 (In Chinese).

[2] 赵雪芹, 王文健, 钟 雯, 等. 钢轨滚动疲劳裂纹与磨损耦合关系研究 [J]. 铁道学报, 2009, 31(2): 84-87.
ZHAO XueQin, WANG Wenjian, ZHONG Wen, et al. Coupling relationship between rolling fatigue crack and wear of rail [J]. Journal of the China Railway Society, 2009, 31(2): 84-87 (In Chinese).

[3] Benoit D, Marion R, Salima B. The tridimensional gradient of microstructure in worn rails-experimental characterization of plastic deformation accumulated by RCF [J]. Wear, 2017: 392-393.

[4] Shen J, Zhou L, Rowshandel H, et al. Prediction of RCF clustered cracks dimensions using an ACFM sensor and influence of crack length and vertical angle [J]. Nondestructive Testing and Evaluation, 2019(2): 1-18.

[5] Ueda M, Matsuda K. Effects of carbon content and hardness on rolling contact fatigue resistance in heavily loaded pearlitic rail steels [J]. Wear, 2020: 444-445.

[6] Ma X, Wang P, Xu J, et al. Numerical simulation of rail surface-initiated rolling contact fatigue in the switch panel of railway turnouts [J]. Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers Part F Journal of Rail and Rapid Transit, 2020: 095440972090997.

[7] 汪鹏鹏, 郭 俊, 刘启跃, 等. 液体黏度对钢轨滚动接触疲劳裂纹扩展影响分析 [J]. 机械强度, 2020, 42(1): 194-201.
WANG PengPeng, GUO Jun, LIU QiYue, et al. Analysis of the effect of liquid viscosity on rolling contact fatigue crack propagation of rail [J]. Journal of Mechanical Strength, 2020, 42(1): 194-201 (In Chinese).

[8] Datsyshyn O P, Marchenko H P, Glazov A Y. On the special angle of surface cracks propagation in the railway rail heads [J]. Engineering Fracture Mechanics, 2019(206): 452-462.

[9] Fremy F, Pommier S, Poncelet M, et al. Load path effect on fatigue crack propagation in I + II + III mixed mode conditions-Part 1: Experimental investigations [J]. International Journal of Fatigue, 2014, 62(1): 104-112.

[10] Fremy F, Pommier S, Galenne E, et al. Load path effect on fatigue

crack propagation in I+II+III mixed mode conditions-Part 2: Finite element analyses [J]. International Journal of Fatigue, 2014, 62 (5): 113-118.

[11] Bonniot T, Véronique Doquet, Mai S H. Mixed mode II and III fatigue crack growth in a rail steel [J]. International Journal of Fatigue, 2018, 115(10): 42-52.

[12] 卢 超, 黎连修, 涂占宽, 等. 钢轨中超声次表面纵波传播特性的边界元分析及实验[J]. 铁道学报, 2008(4): 65-70.
LU Chao, LI LianXiu, TU ZhanKuan, et al. Boundary element analysis and experiment of longitudinal wave propagation characteristics of supersonic subsurface in rail [J]. Journal of the China Railway Society, 2008(4): 65-70(In Chinese).

[13] 赵诒枢. 复合型裂纹扩展的 Griffith 准则 [J]. 上海力学, 1987 (2): 40-46.
ZHAO JianShu. Griffith criteria for mixed crack growth [J]. Shanghai Mechanics, 1987(2): 40-46(In Chinese).

[14] Stern M, Becker E B, Dunham R S. A contour integral computation of mixed-mode stress intensity factors [J]. International Journal of Fracture, 1976, 12(3): 359-368.

[15] Belytschko T, Black T. Elastic crack growth in finite elements with minimal remeshing [J]. International Journal for Numerical Methods in Engineering, 1999, 45(5): 601-620.

[16] Warzynek P A, Carter B J, Banks-Sills L. The M-integral for computing stress intensity factors in generally anisotropic materials [R]. NASA / CR-214006, 2005: 7-23.

[17] Brown M W. Analysis and design methods in multiaxial fatigue [M]. Advances in Fatigue Science and Technology. Springer Netherlands, 1989: 387-401.

[18] 徐 慧, 伍晓赞, 程仕平, 等. 复合裂纹的应力强度因子有限元分析 [J]. 中南大学学报(自然科学版), 2007(1): 79-83.
XU Hui, WU XiaoZan, CHENG ShiPing, et al. Finite element analysis of stress intensity factor of mixed crack [J]. Journal of Central South University (Natural Science Edition), 2007(1): 79-83(In Chinese).

[19] Qian J, Fatemi A. Mixed mode fatigue crack growth: A literature survey [J]. Engineering Fracture Mechanics, 1996, 55(6): 969-990.

[20] 王文健, 刘启跃. PD3 和 U71Mn 钢轨钢疲劳裂纹扩展速率研究 [J]. 机械强度, 2007(6): 1026-1029.
WANG WenJian, LIU QiYue. Study on fatigue crack propagation rate of PD3 and U71Mn rail steel [J]. Journal of Mechanical Strength, 2007, 29(6): 1026-1029(In Chinese).