

## 基于TCD的有限剩余厚度表面缺口件疲劳寿命预测

丁明超<sup>1</sup> 边曙光<sup>1</sup> 王黎明<sup>2</sup> 黄嘉兴<sup>1</sup> 杨利坡<sup>1</sup> 才 龙<sup>3</sup>

(1. 燕山大学 机械工程学院, 秦皇岛 066004)

(2. 中国铁路沈阳局集团有限公司 山海关工务段, 秦皇岛 066200)

(3. 秦皇岛优益重工科技有限公司, 秦皇岛 066200)

**摘要:**【目的】针对现有临界距离理论(Theory of Critical Distances, TCD)在有限剩余厚度表面缺口件疲劳寿命预测中存在明显预测过大的问题,探究缺口根部有限剩余厚度对应力分布及疲劳特性的主导机制。【方法】首先,设计了缺口位于基体表面的有限剩余厚度表面缺口试件,开展了室温轴向拉伸疲劳试验,并通过线弹性有限元仿真提取了整个剩余厚度方向的应力场曲线。然后,基于传统TCD的点法(Point Method, PM)和线法(Line Method, LM)思想,提出了适用于表面缺口件等效应力评估的交点法(Intersection Method, IM)和全应力场法(Total Stress Field Method, TSFM),联立材料S-N曲线,进行了疲劳寿命预测。【结果】试验结果表明,传统TCD点法和线法的寿命预测结果均在2倍离散带以外,整体偏于危险。而所提交点法通过求解大厚度与有限厚度应力场曲线的交点,并引入交点应力修正系数(TC4钛合金取0.855 76),将表面缺口件的寿命预测精度显著提升至1.5倍离散带以内;全应力场法通过积分整个剩余厚度范围内的应力场,其寿命预测结果主要分布在2倍离散带以内,尤其适用于应力集中程度更高( $K_t > 2.1$ )的结构。两种新方法仅需线弹性应力场曲线和材料S-N曲线,操作简便且精度高。

**关键词:** 临界距离理论; 表面缺口; 厚度; 交点法; 全应力场法

**中图分类号:** TB31; TB125 **DOI:** 10. 16579/j. issn. 1001. 9669. 2026. 07. 003

## 0 引言

机械装备零部件不可避免地出现几何不连续结构,引起应力集中现象,严重影响构件的疲劳寿命。对于含有宏观表面缺陷(如表面裂纹、腐蚀、点蚀以及外物损伤等)的废旧零部件,再制造修复前需开展损伤打磨,为增材修复技术提供良好的作业空间,保证修复质量。有限厚度废旧零部件(如叶片等),损伤打磨后零件表面形成表面缺口<sup>[1-2]</sup>。然而,表面缺口零件的疲劳寿命关系到其可制造性判断<sup>[3-4]</sup>,也关系到再制造修复后零件的疲劳性能<sup>[5]</sup>。

缺口疲劳寿命预测问题一直是疲劳研究的热点之一,局部应力-应变法和最新的临界距离法为缺口件疲劳寿命预测提供了重要支持。由于缺口应力集中现象的存在,应变评估是开展缺口件疲劳寿命预测的重要工作。为此,Neuber等<sup>[6-7]</sup>提出的缺口件根部应力、应变计算方法被广泛应用。唐晶等<sup>[8]</sup>基于局部应力应变法,引入混合硬化本构模型,表征平均应力松

弛特性,建立了汽轮机轮盘榫槽缺口处疲劳寿命预测方法。刘俭辉等<sup>[9]</sup>基于 von Mises 等效应变准则,结合 Manson-Coffin 方程,设计了一种考虑缺口件临界面上应力梯度效应的寿命预估方法。刘香等<sup>[10]</sup>考虑尺寸效应的影响,构建了综合考虑平均应力、应力梯度和尺寸效应的缺口疲劳寿命预测方法。王钟德等<sup>[11]</sup>结合 Soderberg 修正方程,对 Manson-Coffin 模型中应力部分进行修正,结合有限元结果对异种铝合金搅拌摩擦焊接接头进行疲劳寿命预测,预测结果在2倍离散带以内。方新文等<sup>[12]</sup>基于 Johnson-Cook 断裂失效模型,设计了不同缺口尺寸的 TC4 钛合金试件,采用试验和有限元模拟相结合的方法研究了试样的断裂应变和应力三轴度。

随着有限元数值计算的快速发展,Taylor<sup>[13]</sup>1696-1705 基于早期研究成果,提出了临界距离理论(Theory of Critical Distances, TCD),用于评估缺口等效应力 $\sigma_{\text{eff}}$ 。Susmel等<sup>[14]</sup>567-581 基于TCD,推导了临界距离和疲劳寿命的函数关系,并得到了广泛应用。龚帅等<sup>[15]</sup>采用

收稿日期: 2024-09-06 修回日期: 2024-10-18

基金项目: 中央引导地方科技发展项目(23621019G, 246Z2205G); 河北省自然科学基金项目(E2021203106, E2024203147)

作者简介: 丁明超,男,1990年生,山东五莲人,博士,讲师; 主要研究方向为材料与构件疲劳寿命预测、增材修复件疲劳寿命预测;

E-mail: dingmc@ysu.edu.cn。

引用格式: 丁明超,边曙光,王黎明,等. 基于TCD的有限剩余厚度表面缺口件疲劳寿命预测[J]. 机械强度,2026,48(7):23-31.

Ding Mingchao, Bian Shuguang, Wang Liming, et al. Fatigue life prediction of surface notched specimens with finite residual thickness based on the theory of critical distances[J]. Journal of Mechanical Strength, 2026, 48(7): 23-31.



免费获取

TCD, 预测了不同几何形状的铝锂合金件多轴缺口疲劳寿命, 预测误差在 3 倍误差分散带内。徐友坤等<sup>[16]</sup>研究发现, 在预测含表面缺陷车轴试样时, 临界距离法中的点法误差较大, 而线法具有更高的预测精度, 能够满足工程需求。孙嵩松等<sup>[17]</sup>以汽车曲轴为研究对象, 发现临界距离的线法具有更高的预测精确度, 更适合实际工程。廖鼎等<sup>[18]</sup>通过耦合临界平面法和临界距离理论, 构建了一种多轴载荷作用下的缺口结构疲劳寿命预测方法, 并用 TC4 轴肩试件疲劳试验数据验证了其有效性。姜仁杰等<sup>[19]</sup>使用 Python 语言对 Abaqus 软件进行二次开发, 使用临界距离法, 计算结构的蠕变疲劳寿命。可见, 现有学者已围绕多种缺口构件完成大量疲劳寿命预测研究, 但现有工作大多以边缺口、中心孔洞、环形缺口为研究对象, 针对基体表面缺口的系统性研究相对少见。根据缺口疲劳文献统计, 现有缺口试件大多为缺口根部剩余宽度或厚度约为缺口深度的 3 倍以上<sup>[20-22]</sup>, 此时剩余宽度或剩余厚度对缺口根部应力分布的影响可忽略不计。因此, 现有缺口疲劳性能分析大多是以形状、尺寸、开口角度等缺口自身几何特征为主要变量, 少有考虑剩余厚度或者剩余宽度对缺口应力-应变分布的影响。相比于大尺寸缺口件, 缺口根部剩余厚度或宽度的减少必然导致缺口根部应力、应变状态发生质的改变, 需要新的缺口等效应力  $\sigma_{\text{eff}}$  评估方法以及疲劳寿命预测方法。

以剩余厚度变量为出发点, 图 1 所示为采用有限元得到的大厚度缺口件和有限剩余厚度缺口件的应力场曲线。大厚度缺口件指试件厚度远大于缺口深度, 缺口应力场曲线后期趋于平直稳定, 试件厚度对缺口应力分布的影响可忽略不计。

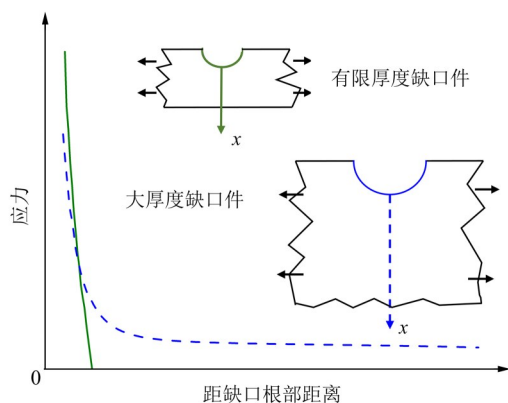


图 1 不同厚度缺口件应力场分布特征

Fig. 1 Characteristics of stress field distribution in notched parts with different thicknesses

由图 1 可知, 在相同的载荷、缺口尺寸和形状下, 不同剩余厚度下应力场曲线分布趋势出现明显的不同。因此, 探究现有缺口理论在有限剩余厚度缺口件

的适用性, 提出有限剩余厚度缺口件疲劳寿命预测方法具有重要的理论意义与工程应用价值。

为突出有限剩余厚度的影响, 本文首先设计可反映剩余厚度影响的表面缺口试件, 开展轴向拉伸疲劳试验, 获得不同载荷水平和缺口尺寸下疲劳寿命数据; 其次, 采用临界距离理论验证其在表面缺口件的疲劳寿命预测精度; 最后, 基于临界距离理论, 提出考虑剩余厚度影响的表面缺口件疲劳寿命预测的交点法和全应力场法 (Total Stress Field Method, TSFM), 并验证其预测精度。

## 1 表面缺口件疲劳试验与有限元分析

### 1.1 表面缺口件疲劳拉伸试验

TC4 钛合金因其耐腐蚀性好、密度低、比强度高、韧性好等优点, 是制造航空发动机压气机叶片等关键零部件的主要材料。试验原材料为厚度为 5 mm 的钛板, 热处理工艺为 840 °C, 保温 1 h, 空冷, 其化学成分如表 1 所示。钛板满足国家标准 GB/T 3621—2022 的要求, TC4 钛合金力学性能如表 2 所示。

表 1 TC4 钛合金主要化学成分

Tab. 1 Main chemical composition of TC4 titanium alloy

| 化学元素   | Al  | V   | Fe   | C    | N     | H     | O    |
|--------|-----|-----|------|------|-------|-------|------|
| 质量占比/% | 6.3 | 4.1 | 0.14 | 0.01 | <0.01 | 0.002 | 0.13 |

表 2 TC4 钛合金力学性能

Tab. 2 Mechanical properties of TC4 titanium alloy

| 抗拉强度<br>$\sigma_u$ /MPa | 屈服强度<br>$\sigma_y$ /MPa | 弹性模量<br>$E$ /GPa | 断后伸长<br>率/% | 密度/<br>(g/cm <sup>3</sup> ) | 泊松比<br>$\nu$ |
|-------------------------|-------------------------|------------------|-------------|-----------------------------|--------------|
| 1 040                   | 998                     | 115              | 14          | 4.44                        | 0.34         |

为探究剩余厚度对疲劳寿命的影响, 设计了如图 2(a) 所示的表面缺口试件。表面缺口件明显区别于现有边缺口、中心孔洞等缺口形式, 试件缺口位于试件表面, 可有效反映有限剩余厚度对应力分布的影响。缺口轴向截面和横向截面均为半椭圆形, 以便设计不同的缺口宽度、深度。缺口横向长度保持 10 mm 的固定值以便于研究, 缺口的宽度  $w$  和深度  $d$  为变量。试件厚度  $t$  固定为 4 mm, 配合不同的缺口深度, 可反映剩余厚度变化对疲劳寿命的影响, 如表 3 所示。表 3 中, 应力集中系数  $K_t$  由线弹性有限元分析获得。

表面缺口件的制备流程: ① 利用 SolidWorks 软件设计表面缺口件几何模型; ② 利用数控加工中心制备试件; ③ 采用精抛光将试件表面粗糙度  $R_a$  控制在 0.2  $\mu\text{m}$  以下; ④ 试件的纵向与轧制方向一致。

按照国家标准 GB/T 3075—2021 进行疲劳试验, 采用 MTS 型伺服液压试验机进行疲劳拉伸试验, 加载

频率为 60~80 Hz。在室温下进行试验,试验过程中,未发现明显的温升现象。因此,可采用风扇进行适当降温。试验过程中,如试件疲劳寿命试验值  $N_f$  超过  $10^6$  仍未发生断裂,则停止试验。

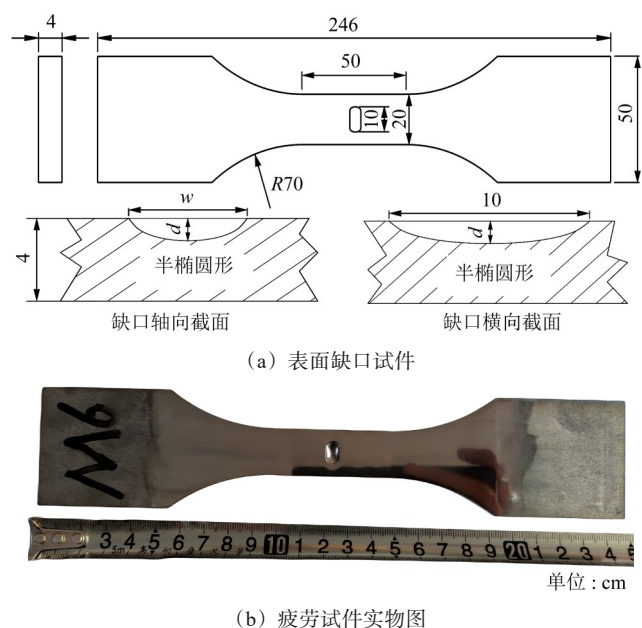


图 2 表面缺口疲劳试件几何尺寸及实物

Fig. 2 Surface notched fatigue specimen and physical specimen

表 3 表面缺口试件几何尺寸与疲劳拉伸载荷工况

Tab. 3 Geometric dimensions and fatigue loading levels of surface notched specimens

| 试件  | 深度<br>$d/\text{mm}$ | 宽度<br>$w/\text{mm}$ | 应力集中<br>系数 $K_t$ | 数量 | 最大加载名义应力<br>$\sigma_{\max}/\text{MPa}$ |
|-----|---------------------|---------------------|------------------|----|----------------------------------------|
| S4  | 1.0                 | 4                   | 2.289            | 10 | 520/570                                |
| M6  | 1.8                 | 6                   | 2.509            | 7  | 520/570                                |
| M10 | 1.8                 | 10                  | 2.054            | 3  | 570                                    |
| M15 | 1.8                 | 15                  | 1.831            | 3  | 570                                    |
| B6  | 3.0                 | 6                   | 2.920            | 7  | 520/570                                |
| B10 | 3.0                 | 10                  | 2.444            | 3  | 570                                    |
| B15 | 3.0                 | 15                  | 2.048            | 3  | 570                                    |

疲劳载荷依据某压气机 TC4 钛合金叶片飞行 1 000 h 循环工况的载荷谱<sup>[23]</sup>。疲劳试件的最大加载名义应力  $\sigma_{\max}$  有 520、570 MPa 两种,分别反映飞行任务中最恶劣的起飞工况和最大连续工况。2 种恶劣工况均由零转速加速至服役转速,最小加载名义应力  $\sigma_{\min}$  为 0 MPa,应力比  $R$  为 0。

## 1.2 表面缺口件线弹性有限元分析

有限剩余厚度缺口件的应力分布由缺口深度、缺口宽度以及缺口形状等多种几何因素控制,利用有限元获得的缺口根部应力场曲线可反映缺口多因素作用下最终的应力分布状态。为获得表面缺口件应力集中系数  $K_t$  和缺口应力场曲线以供研究,结合 SolidWorks 软件导出的几何模型,利用 HyperMesh 划

分有限元网格,采用 Ansys 软件开展有限元仿真。

依据表面缺口疲劳试件尺寸图,建立表面缺口有限元模型,如图 3 所示。在表面缺口件有限元模型一端施加全位移约束,另一端施加仅轴向位移自由并且施加拉伸载荷。有限元模型选用 8 节点的 Solid185 实体单元。为完整表达整个缺口的曲面特征,选用四面体开展网格划分。缺口关键位置采用 0.1 mm 单元尺寸进行细化,其余非关键位置单元尺寸为 2 mm 进行建模。为准确提取缺口厚度方向应力数值,缺口中心厚度方向单独建模,保证应力提取路径节点按顺序排列。

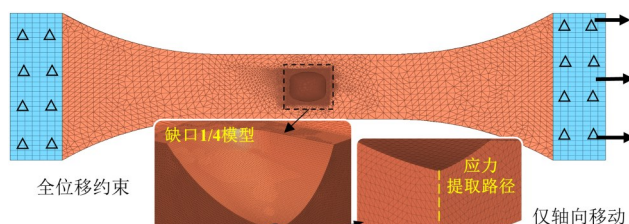


图 3 表面缺口件有限元模型及网格划分示意图

Fig. 3 Finite element model and mesh generation of surface notched specimen

## 2 TCD 疲劳寿命预测结果

在 TCD 中,经常使用点法(Point Method, PM)和线法(Line Method, LM)评估缺口等效应力值  $\sigma_{\text{eff}}$ ,计算式<sup>[13]1696-1705</sup>分别为

$$\sigma_{\text{PM, eff}} = \sigma(x = \frac{L}{2}, \theta = 0) \quad (1)$$

$$\sigma_{\text{LM, eff}} = \frac{1}{2L} \int_0^{2L} \sigma(x, \theta = 0) dx \quad (2)$$

式中,  $\sigma(x, \theta = 0)$  为缺口根部应力场曲线表达式,可由线弹性有限元提取的应力数据拟合获得,其中,  $x$  为距缺口根部的距离;  $\theta$  为缺口根部极角;  $L$  为临界距离。

在疲劳载荷下,临界距离  $L$  可由 El Haddad 公式计算,其计算式<sup>[24]</sup>为

$$L = \frac{1}{\pi} \left( \frac{\Delta K_{\text{th}}}{\Delta \sigma_0} \right)^2 \quad (3)$$

式中,  $\Delta K_{\text{th}}$  为材料的应力强度因子阈值,  $\text{MPa} \cdot \text{m}^{0.5}$ ;  $\Delta \sigma_0$  为给定应力比  $R$  下的材料疲劳强度。

在静载作用下,临界距离  $L$  的计算式<sup>[25]</sup>为

$$L = \frac{1}{\pi} \left( \frac{K_{\text{IC}}}{\sigma_u} \right)^2 \quad (4)$$

式中,  $K_{\text{IC}}$  为材料的断裂韧性,  $\text{MPa} \cdot \text{m}^{0.5}$ ;  $\sigma_u$  为抗拉强度。

为解决缺口件疲劳寿命预测问题,基于 Wöhler 理论, Susmel 等<sup>[14]567-581</sup> 验证了疲劳寿命  $N$  与临界距离  $L$  的关系为

$$L = AN^B \quad (5)$$

式中,  $A$ 、 $B$  均为与材料相关的常数。对于静载下的静态断裂,认为  $N = 1$ ; 对于疲劳载荷下的疲劳极限,认

为  $N = 1 \times 10^7$ 。

因此,材料常数  $A$ 、 $B$  可由式(6)计算,即

$$L = \begin{cases} A(10^7)^B = \frac{1}{\pi} \left( \frac{\Delta K_{th}}{\Delta \sigma_0} \right)^2 (\text{疲劳载荷}) \\ A(1)^B = \frac{1}{\pi} \left( \frac{K_{IC}}{\sigma_u} \right)^2 (\text{静载}) \end{cases} \quad (6)$$

对于 TC4 钛合金,应力强度因子阈值为  $\Delta K_{th} = 5.2752 \text{ MPa} \cdot \text{m}^{0.5[26]}$ ; 在  $R = 0$  下,疲劳强度  $\Delta \sigma_0 = 506 \text{ MPa}$ ,断裂韧度  $K_{IC} = 78.3 \text{ MPa} \cdot \text{m}^{0.5[27]121-141}$ 。将上述参数代入式(6),可得 TC4 钛合金在  $R = 0$  时,  $A = 1.804$ ,  $B = -0.245$ 。

TC4 钛合金的  $S$ - $N$  曲线的表达式<sup>[27]121-141</sup> 为

$$\begin{cases} \lg N = 16.64 - 4.76 \lg(\sigma_{eq} - 346) \\ \sigma_{eq} = \sigma_{max} (1 - R)^{0.45} \end{cases} \quad (7)$$

式中,  $\sigma_{eq}$  为考虑平均应力影响的等效应力参数;  $\sigma_{max}$  为最大加载应力。

在确定参数  $A$ 、 $B$  后,可采用循环程序开展缺口件的疲劳寿命预测(图4)。

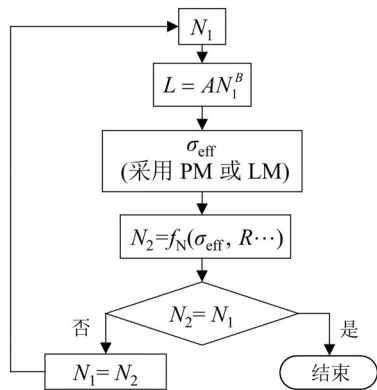


图4 传统 TCD 疲劳寿命预测流程图

Fig. 4 Flowchart of fatigue life prediction based on traditional TCD

图5所示为表面缺口件传统 TCD 寿命预测结果对比。由图5可知,TCD 的预测结果主要分布在2倍离散带上方,具有过大预测的特点,这是因为存在有限剩余厚度。表面缺口件缺口根部剩余厚度的减少导致更为明显的应力集中现象。相比于大厚度缺口件,有限剩余厚度表面缺口件的应力场曲线分布更为陡峭,呈连续下降趋势(图1)。图5中过大的预测结果说明针对缺口应力场曲线具有持续下降特点的表面缺口件,用 LM 和 PM 评估等效应力存在不足,其等效应力  $\sigma_{eff}$  计算结果相比于真实情况偏小,最终导致疲劳寿命预测值过大。

### 3 交点法

采用 TCD 开展缺口疲劳寿命预测需要的静态、动态材料参数较多,且会过大预测表面缺口件疲劳寿命。因此,提出一种操作简单、预测精度高的表面缺

口件疲劳寿命预测方法具有重要意义。

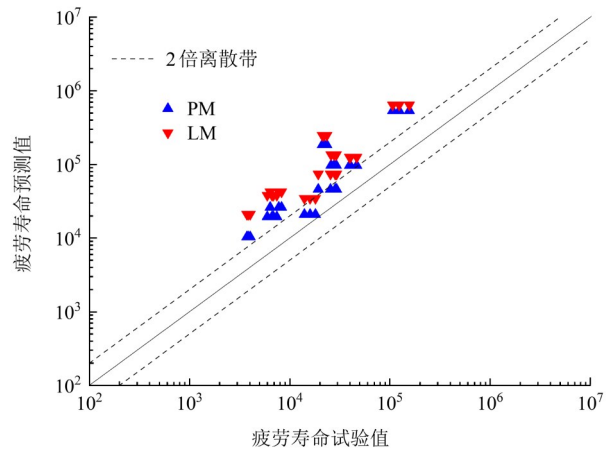


图5 表面缺口件传统 TCD 寿命预测结果对比

Fig. 5 Comparison of traditional TCD life prediction results for surface notched parts

如今,利用有限元技术可获得较为真实的缺口整个厚度方向的应力分布状态,这也是 TCD 获得广泛应用的重要原因之一。因此,以可描述缺口应力状态的应力场曲线为基础,基于 TCD 的思想,提出表面缺口件等效应力评估方法,进而开展疲劳寿命预测。

图6所示为临界距离理论的点法示意图。将缺口应力场曲线  $L/2$  处的应力值作为等效应力值  $\sigma_{eff}$ 。现有研究的大部分缺口应力场曲线分布趋势与图7中的蓝色虚线一致。由于缺口根部剩余厚度或宽度约为缺口深度的3倍以上,因此曲线末端应力趋于稳定。

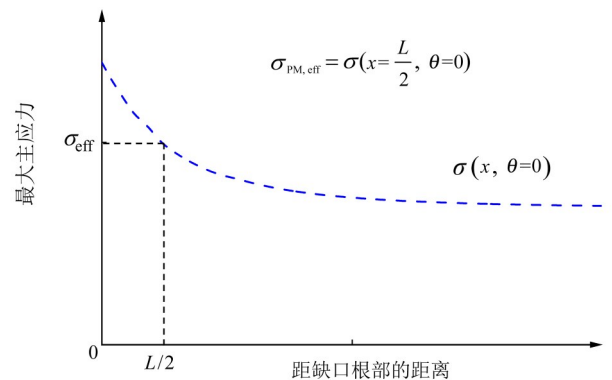


图6 临界距离理论点法示意图

Fig. 6 Schematic diagram of point method in TCD

表面缺口件与传统缺口件的最大区别在于有限剩余厚度。由于有限剩余厚度的存在,除形状、尺寸等缺口自身几何因素外,剩余厚度成为影响缺口应力分布状态的主导因素。相比于传统缺口形式,厚度的减小,不仅使得缺口根部表面最大应力值明显增大,同样使应力场曲线呈急剧下降的分布趋势。图7所示为大厚度表面缺口件( $t = 25 \text{ mm}$ )和有限剩余厚度表面缺口件( $t = 4 \text{ mm}$ )的应力场曲线示意图,表达式分别记为  $\sigma_L(x, \theta = 0)$ 、 $\sigma_F(x, \theta = 0)$ 。

由于 TC4 钛合金  $S-N$  曲线表达式采用最大加载应力值  $\sigma_{\max}$  作为输入变量。因此,采用有限元获取表面缺口件应力场时,施加载荷水平为最大加载应力  $\sigma_{\max}$ ,而非加载应力幅值  $\sigma_a$ 。

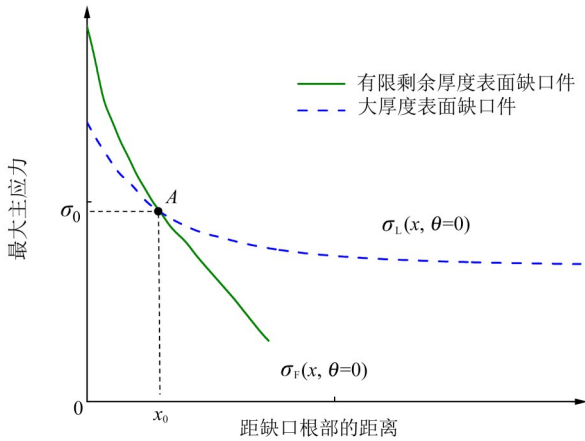
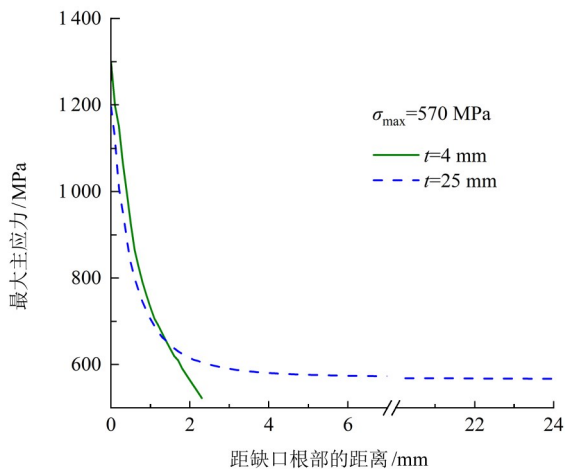


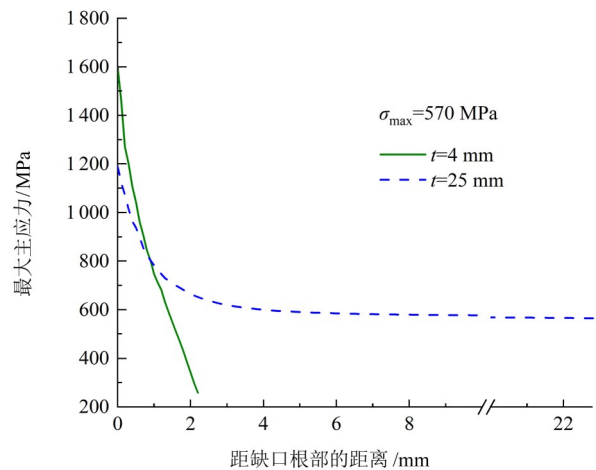
图 7 不同厚度表面缺口件应力场曲线对比示意图

Fig. 7 Schematic comparison of stress field curves of surface notch components with different thicknesses

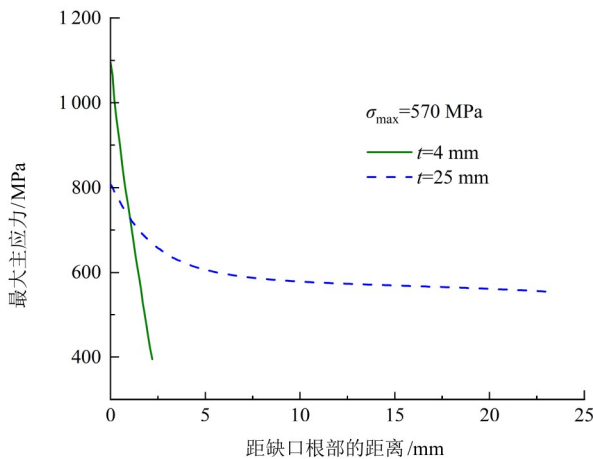
值得注意的是,大厚度表面缺口件和有限剩余厚



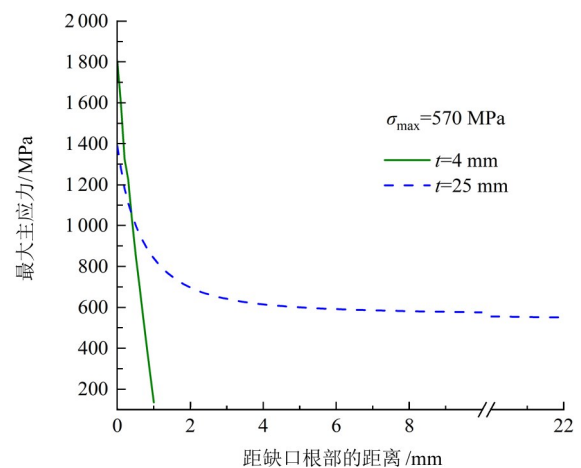
(a) 试件 S4



(b) 试件 M6



(c) 试件 M15



(d) 试件 B6

图 8 4 种缺口尺寸试件在不同厚度下的有限元应力场曲线

Fig. 8 Finite element stress field curves of four types of notch specimens under different thicknesses

度表面缺口件的应力场曲线会相交于点 A,该交点对应的应力称为交点应力,记为  $\sigma_0$ 。交点应力  $\sigma_0$  可通过求解大厚度应力场曲线  $\sigma_L(x, \theta=0)$  和有限剩余厚度应力场曲线  $\sigma_F(x, \theta=0)$  的方程组获得。图 8 所示为 4 种缺口尺寸试件在不同厚度下的有限元应力场曲线。

基于点法思想,将该交点应力  $\sigma_0$  初步作为表面缺口件的等效应力值  $\sigma_{\text{eff}}$ ,与 TC4 钛合金  $S-N$  曲线联立,求得表面缺口件疲劳寿命预测值  $N$ 。为验证该假设的有效性,采用表面缺口件疲劳寿命试验结果  $N_f$  进行对比。图 9 所示为采用交点应力  $\sigma_0$  的预测结果。可见,该方法的预测结果分布在 2 倍离散带外,预测精度并不理想。

进一步观察误差带,预测误差分布趋势较为集中,具有一定的稳定性。为此,图 9(b) 提供了更为详细的误差柱状图。图 9 中,疲劳寿命预测误差  $E_r$  的计算式为

$$E_r = \frac{N_f - N}{N_f} \times 100\% \quad (8)$$

式中,  $N_f$  为表面缺口件疲劳寿命试验值。

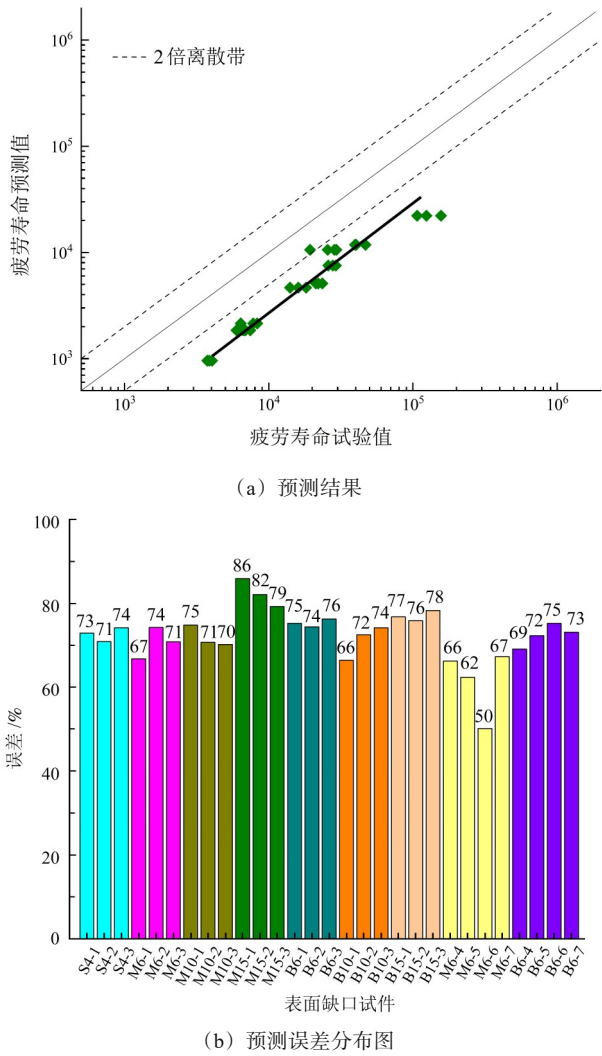


图9 基于未修正交点应力的寿命预测结果及误差分布  
Fig. 9 Fatigue life prediction results and error distributions using uncorrected intersection stress

尽管采用交点应力的预测误差较大,但是误差波动较为稳定,约在72%,说明尽管初步采用交点应力 $\sigma_0$ 表示等效应力的选择存在缺陷,但是通过系数修正以实现较高预测精度的目标具有极大的可能性。

为此,以表面缺口件疲劳寿命试验值 $N_f$ 为目标数据,结合式(7),采用反推法确定等效应力 $\sigma_{\text{eff}}$ 的真实值。基于图9所示的预测误差的稳定性,提出表面缺口件等效应力的计算式为

$$\sigma_{\text{eff}} = n\sigma_0 \tag{9}$$

式中, $n$ 为交点应力修正系数,与缺口形式和材料有关。

表4所示为每个TC4钛合金表面缺口件的交点应力修正系数 $n$ ,等效应力 $\sigma_{\text{eff}}$ 为采用反推法获得的试验值。对表4中的数据进行统计可得, $n$ 的平均值为0.855 76,标准差为0.022 74。可见, $n$ 值的波动较小,具有稳定性,验证了式(9)的合理性。

对于TC4钛合金表面缺口件,交点应力修正系数 $n$ 取0.855 76,得TC4钛合金表面缺口件等效应力表达式为

$$\sigma_{\text{eff}} = 0.855\,76\sigma_0 \tag{10}$$

将大厚度表面缺口件和有限剩余厚度表面缺口件的应力场曲线交点应力修正值作为等效应力 $\sigma_{\text{eff}}$ 〔式(9)〕,并结合S-N曲线开展疲劳寿命预测,称为交点法(Intersection Method, IM)。

表4 各试件交点应力与反推等效应力的比例关系及修正系数  
Tab. 4 Statistical relation and correction factors between intersection stress and back-calculated equivalent stress

| 试件    | $\sigma_0$ /<br>MPa | $\sigma_{\text{eff}}$ /<br>MPa | $n$   | 试件    | $\sigma_0$ /<br>MPa | $\sigma_{\text{eff}}$ /<br>MPa | $n$   |
|-------|---------------------|--------------------------------|-------|-------|---------------------|--------------------------------|-------|
| S4-1  | 826                 | 711                            | 0.860 | B10-1 | 971                 | 844                            | 0.846 |
| S4-2  | 826                 | 716                            | 0.866 | B10-2 | 971                 | 822                            | 0.841 |
| S4-3  | 826                 | 708                            | 0.857 | B10-3 | 971                 | 817                            | 0.840 |
| M6-1  | 877                 | 768                            | 0.875 | B15-1 | 867                 | 729                            | 0.844 |
| M6-2  | 877                 | 745                            | 0.849 | B15-2 | 867                 | 732                            | 0.835 |
| M6-3  | 877                 | 756                            | 0.862 | B15-3 | 867                 | 724                            | 0.884 |
| M10-1 | 783                 | 673                            | 0.859 | M6-4  | 802                 | 709                            | 0.895 |
| M10-2 | 783                 | 684                            | 0.873 | M6-5  | 802                 | 718                            | 0.922 |
| M10-3 | 783                 | 685                            | 0.874 | M6-6  | 802                 | 740                            | 0.880 |
| M15-1 | 729                 | 600                            | 0.823 | M6-7  | 802                 | 706                            | 0.856 |
| M15-2 | 729                 | 613                            | 0.840 | B6-4  | 991                 | 849                            | 0.845 |
| M15-3 | 729                 | 621                            | 0.851 | B6-5  | 991                 | 838                            | 0.835 |
| B6-1  | 1 086               | 899                            | 0.827 | B6-6  | 991                 | 828                            | 0.842 |
| B6-2  | 1 086               | 902                            | 0.830 | B6-7  | 991                 | 835                            | 0.846 |
| B6-3  | 1 086               | 894                            | 0.823 |       |                     |                                |       |

结合已知的交点应力 $\sigma_0$ ,联立式(7)、式(10),重新开展表面缺口件疲劳寿命预测,预测结果如图10所示。由图10可知,经过对交点应力的修正,预测精度得到明显改善,预测结果主要分布在1.5倍离散带以内。相比于TCD,预测精度得到明显提升,预测结果由2倍离散带外优化至1.5倍离散带内。

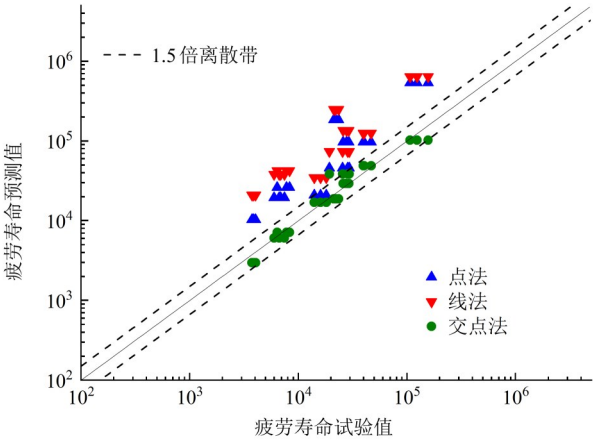


图10 基于修正后的交点法疲劳寿命预测结果对比  
Fig. 10 Comparison of fatigue life prediction results based on the modified intersection method

经上述试验验证,所提交点法具有合理性和准确性,可提高疲劳寿命的预测精度。采用交点法开展表面缺口件疲劳寿命预测仅需要有限剩余厚度表面缺口件和大厚度表面缺口件的线弹性应力场曲线以及材料  $S-N$  曲线即可。

#### 4 全应力场法

除点法外,线法是 TCD 评估缺口等效应力的另一常用方法,如图 11 所示。线法认为,缺口应力场在  $0 \sim 2L$  范围的平均应力可作为等效应力  $\sigma_{\text{eff}}$ 。同样的,由于厚度的减少,线法在表面缺口件的疲劳寿命预测精度具有一定的局限性。因此,基于线法思想,提出适用于有限剩余厚度表面缺口件的疲劳寿命方法仍具有可行性。

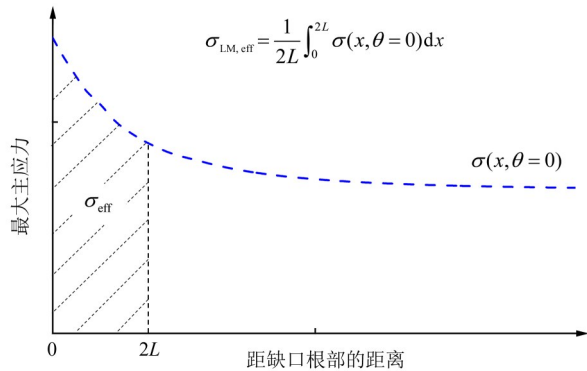


图 11 临界距离理论线法示意图

Fig. 11 Schematic diagram of the line method in TCD

如图 12 所示,有限剩余厚度表面缺口件应力场曲线呈急剧连续下降的趋势。在相同缺口尺寸和载荷下,相比于大厚度表面缺口件,有限剩余厚度表面缺口件应力场曲线范围明显减小。求解有限剩余厚度表面缺口件的等效应力  $\sigma_{\text{eff}}$  需要考虑整个应力场范围,而不仅是  $0 \sim 2L$  的范围。因此,提出了全应力场法。

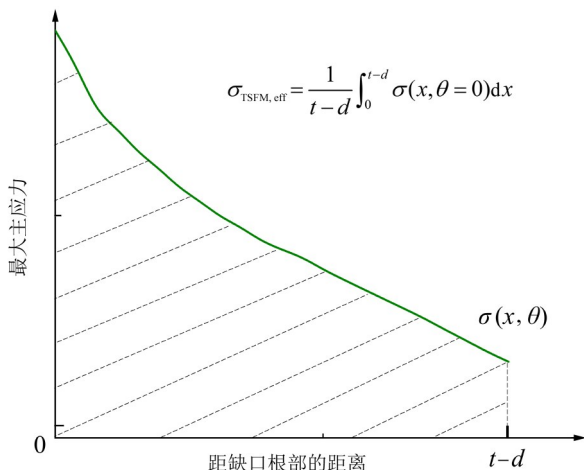


图 12 全应力场法示意图

Fig. 12 Schematic diagram of the total stress field method

有限剩余厚度表面缺口件的等效应力值需考虑整个缺口根部剩余厚度范围内的应力场,其表达式为

$$\sigma_{\text{TSM,eff}} = \frac{1}{t-d} \int_0^{t-d} \sigma(x, \theta=0) dx \quad (11)$$

式中,  $t$  为试件厚度;  $d$  为缺口深度。

利用表面缺口件应力场曲线表达式  $\sigma_F(x, \theta=0)$ , 联立式(11), 可计算表面缺口件等效应力  $\sigma_{\text{eff}}$ ; 联立 TC4 钛合金  $S-N$  曲线表达式, 可得表面缺口件疲劳寿命预测结果。图 13 所示为全应力场法疲劳寿命预测结果对比, 由图 13 可知, 预测结果主要分布在 2 倍离散带内。另外, 部分预测结果位于 2 倍离散带外, 其原因是这些表面缺口件的应力集中系数  $K_t \leq 2.1$ , 是所有表面缺口试件中  $K_t$  值最小的, 其应力场曲线陡峭程度变小。该现象也间接证明了全应力场法更适用于应力集中程度更大的表面缺口件。

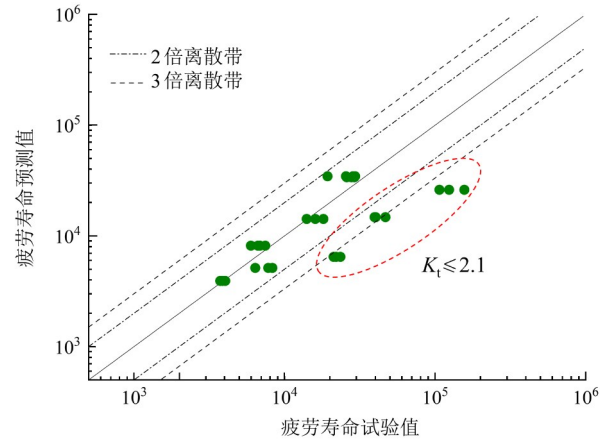


图 13 全应力场法疲劳寿命预测结果对比

Fig. 13 Fatigue life prediction results based on total stress field method

试验对比的结果验证了求解有限剩余厚度表面缺口件的等效应力  $\sigma_{\text{eff}}$  需要考虑整个应力场范围的设想, 证明了式(11)的有效性。相比于 TCD, 全应力场法预测结果具有明显的预测优势。

#### 5 结论

针对现有缺口疲劳寿命研究未考虑缺口根部剩余厚度影响的问题, 基于临界距离理论, 分别提出了评估有限剩余厚度表面缺口件等效应力的交点法和全应力场法, 结合材料的  $S-N$  曲线即可开展疲劳寿命预测。得出以下主要结论:

1) 对于有限剩余厚度表面缺口件, 基于临界距离法的疲劳寿命预测结果主要分布于 2 倍离散带外, 且具有预测过大的特点。

2) 基于点法思想, 提出了有限剩余厚度表面缺口件等效应力评估的交点法, 定义为大厚度表面缺口件

和有限剩余厚度表面缺口件的应力场曲线交点应力修正值。对于 TC4 钛合金表面缺口件,经试验验证,  $n=0.855\ 76$ ,采用交点法的预测结果主要分布在 1.5 倍离散带内。

3)基于线法思想,提出了有限剩余厚度表面缺口件等效应力评估的全应力场法。全应力场法只需有限剩余厚度表面缺口件的线弹性应力场曲线,评估等效应力考虑了整个应力场曲线的影响。对于 TC4 钛合金表面缺口件,采用全应力场法预测结果主要分布在 2 倍离散带内。

4)所提交点法和全应力场法的预测精度在 TC4 钛合金表面缺口件得到了验证,同时也为其他材料和有限剩余尺寸缺口件(有限剩余厚度或宽度)的疲劳寿命预测提供了参考。

#### 参考文献(References)

- [1] Ding M C, Zhang Y L, Lu H T, et al. Numerical investigation on stress concentration of surface notch on blades [J]. Engineering Failure Analysis, 2021, 122: 105241.
- [2] Ding M C, Zhang Y L, Li B, et al. Total fatigue life prediction of TC4 titanium alloy based on surface notch [J]. Engineering Failure Analysis, 2022, 131: 105868.
- [3] 王金龙,高斯博,杨宇星,等. 机械装备可再制造性评价研究综述 [J]. 机械工程学报, 2022, 58(3): 221-234.  
Wang Jinlong, Gao Sibao, Yang Yuxing, et al. Review of the remanufacturability evaluation of mechanical equipment [J]. Journal of Mechanical Engineering, 2022, 58(3): 221-234. (In Chinese)
- [4] 华亮. 激光熔覆再制造产品疲劳寿命评估方法研究 [D]. 南京: 南京航空航天大学, 2017: 1-2.  
Hua Liang. Fatigue life evaluation on the laser cladding remanufactured product coupled with thermal damage [D]. Nanjing: Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, 2017: 1-2. (In Chinese)
- [5] 张国庆. 零件剩余疲劳寿命预测方法与产品可再制造性评估研究 [D]. 上海: 上海交通大学, 2007: 101-102.  
Zhang Guoqing. Study on residual fatigue life prediction methods of remanufacturing parts and assessment of remanufacturability [D]. Shanghai: Shanghai Jiao Tong University, 2007: 101-102. (In Chinese)
- [6] Neuber H. Theory of stress concentration for shear-strained prismatic bodies with arbitrary nonlinear stress-strain law [J]. Journal of Applied Mechanics, 1961, 28(4): 544-550.
- [7] Peterson R E. Notch sensitivity [M]//Sines G, Waisman J L. Metal fatigue. New York: McGraw-Hill, 1959: 293-306.
- [8] 唐晶,王恭义,程凯,等. 一种基于混合硬化本构模型的汽轮机轮盘榫槽疲劳寿命预测方法 [J]. 材料科学与工程学报, 2022, 40(1): 77-82.  
Tang Jing, Wang Gongyi, Cheng Kai, et al. A method for predicting fatigue life of turbine rotor wheel groove based on mixed hardening constitutive model [J]. Journal of Materials Science and Engineering, 2022, 40(1): 77-82. (In Chinese)
- [9] 刘俭辉,冉勇,韦尧兵,等. 考虑应力梯度效应的多轴疲劳寿命预估方法研究 [J]. 机械设计与研究, 2021, 37(1): 111-115.  
Liu Jianhui, Ran Yong, Wei Yaobing, et al. Research on multiaxial fatigue life prediction method considering stress gradient effect [J]. Machine Design & Research, 2021, 37(1): 111-115. (In Chinese)
- [10] 刘香,王延荣,田爱梅,等. 考虑尺寸效应的缺口疲劳寿命预测方法 [J]. 航空动力学报, 2017, 32(2): 429-437.  
Liu Xiang, Wang Yanrong, Tian Aimei, et al. A life prediction method for size effects on notched fatigue [J]. Journal of Aerospace Power, 2017, 32(2): 429-437. (In Chinese)
- [11] 王钟德,王瑞杰,刘国寿,等. 7075/2A12 异种铝合金搅拌摩擦焊接接头疲劳寿命预测研究 [J]. 现代制造工程, 2023(10): 135-144.  
Wang Zhongde, Wang Ruijie, Liu Guoshou, et al. Fatigue life prediction of 7075/2A12 dissimilar aluminum alloys friction stir welding lap joints [J]. Modern Manufacturing Engineering, 2023(10): 135-144. (In Chinese)
- [12] 方新文,管佳佳. TC4 钛合金在准静态拉伸下的本构模型及失效参数 [J]. 机械强度, 2022, 44(4): 831-836.  
Fang Xinwen, Guan Jiajia. Constitutive model and failure parameters of TC4 titanium alloy under quasi-static tensile [J]. Journal of Mechanical Strength, 2022, 44(4): 831-836. (In Chinese)
- [13] Taylor D. The theory of critical distances [J]. Engineering Fracture Mechanics, 2008, 75(7): 1696-1705.
- [14] Susmel L, Taylor D. A novel formulation of the theory of critical distances to estimate lifetime of notched components in the medium-cycle fatigue regime [J]. Fatigue & Fracture of Engineering Materials & Structures, 2007, 30(7): 567-581.
- [15] 龚帅,王文轩,王英玉,等. 临界距离法在铝锂合金多轴缺口疲劳寿命预测中的应用 [J]. 固体力学学报, 2023, 44(4): 470-482.  
Gong Shuai, Wang Wenxuan, Wang Yingyu, et al. Application of theory of critical distance in multiaxial notch fatigue life prediction for Al-Li alloy [J]. Chinese Journal of Solid Mechanics, 2023, 44(4): 470-482. (In Chinese)
- [16] 徐友坤,鲁连涛,曾东方,等. 基于临界距离法的含表面缺陷车轴试样疲劳强度预测 [J]. 机械强度, 2022, 44(4): 825-830.  
Xu Youkun, Lu Liantao, Zeng Dongfang, et al. Fatigue strength prediction of railway axle specimen with surface notch by TCD [J]. Journal of Mechanical Strength, 2022, 44(4): 825-830. (In Chinese)
- [17] 孙嵩松,万茂松,徐晓美. 不同临界距离法在曲轴疲劳特性预测中的对比研究 [J]. 机械强度, 2020, 42(2): 431-436.  
Sun Songsong, Wan Maosong, Xu Xiaomei. A comparative study of the application of different TCD in crankshaft fatigue property prediction [J]. Journal of Mechanical Strength, 2020, 42(2): 431-436. (In Chinese)
- [18] 廖鼎,朱顺鹏,高杰维,等. 耦合临界平面-临界距离理论的缺口结构疲劳寿命预测 [J]. 机械强度, 2023, 45(2): 454-461.  
Liao Ding, Zhu Shunpeng, Gao Jiewei, et al. Fatigue life prediction of notched structure using combined critical plane-critical distance

- approach[J]. *Journal of Mechanical Strength*, 2023, 45(2): 454-461. (In Chinese)
- [19] 姜仁杰, 杨晓光, 石多奇, 等. 基于 Abaqus 二次开发的复杂结构寿命计算平台[J]. *机械强度*, 2024, 46(1): 216-223.
- Jiang Renjie, Yang Xiaoguang, Shi Duoqi, et al. Complex structure life calculation platform based on secondary development of Abaqus [J]. *Journal of Mechanical Strength*, 2024, 46(1): 216-223. (In Chinese)
- [20] He J C, Zhu S P, Luo C Q, et al. Probabilistic notch fatigue assessment under size effect using micromechanics-based critical distance theory[J]. *International Journal of Fatigue*, 2024, 183: 108280.
- [21] Yu Y F, Liu Y, Jiang W C, et al. Notch structural stress theory: part II predicting total fatigue lives of notched structures [J]. *International Journal of Fatigue*, 2024, 182: 108201.
- [22] Gao Z Y, Chen X, Zhu S Y, et al. Notch fatigue behavior of a titanium alloy in the VHCF regime based on a vibration fatigue test [J]. *International Journal of Fatigue*, 2023, 172: 107608.
- [23] 寇海军. 民航发动机高压压气机叶片多工况振动特性及疲劳研究[D]. 天津: 天津大学, 2017: 109.
- Kou Haijun. Research on multi-point vibration characteristics and fatigue of civil aviation engine high-pressure compressor blade [D]. Tianjin: Tianjin University, 2017: 109. (In Chinese)
- [24] Tanaka K. Engineering formulae for fatigue strength reduction due to crack-like notches[J]. *International Journal of Fracture*, 1983, 22(2): R39-R46.
- [25] Taylor D, Cornetti P, Pugno N. The fracture mechanics of finite crack extension[J]. *Engineering Fracture Mechanics*, 2005, 72(7): 1021-1038.
- [26] Salama M M. Fatigue crack growth behavior of titanium alloy Ti-6Al-4V and weldment [J]. *Journal of Offshore Mechanics and Arctic Engineering*, 2001, 123(3): 141-146.
- [27] 《中国航空材料手册》编辑委员会. 中国航空材料手册(第4卷) [M]. 北京: 中国标准出版社, 2022: 121-141.
- Editorial Committee of *China Aeronautical Materials Handbook*. *China aeronautical materials handbook: volume 4* [M]. Beijing: Standards Press of China, 2022: 121-141. (In Chinese)

## Fatigue life prediction of surface notched specimens with finite residual thickness based on the theory of critical distances

DING Mingchao<sup>1</sup> BIAN Shuguang<sup>1</sup> WANG Liming<sup>2</sup> HUANG Jiaxing<sup>1</sup> YANG Lipo<sup>1</sup> CAI Long<sup>3</sup>

(1. School of Mechanical Engineering, Yanshan University, Qinhuangdao 066004, China)

(2. Shanhaiguan Engineering Section, China Railway Shenyang Bureau Group Co., Ltd., Qinhuangdao 066200, China)

(3. Qinhuangdao Youyi Heavy Industry Technology Co., Ltd., Qinhuangdao 066200, China)

**Abstract:** [Objective] To address the overestimation issue of the classical theory of critical distances (TCD) in predicting the fatigue life of surface notched components with finite residual thickness, the influence of finite residual thickness on the stress fields and fatigue life was investigated. [Methods] Firstly, surface notched specimens with various finite residual thicknesses were designed, and room-temperature axial tensile fatigue tests were conducted. Linear elastic finite element analysis was performed to extract the stress field curves along the thickness direction. Then, based on the fundamental concepts of the point method (PM) and line method (LM) in TCD, an intersection method (IM) and a total stress field method (TSFM) were proposed for equivalent stress evaluation and lifetime prediction in combination with the material  $S-N$  curve. [Results] Test verification indicates that the prediction results of traditional TCD methods fall outside the 2-fold scatter band. In contrast, the proposed intersection method, incorporating an intersection stress correction factor (0.855 76 for TC4 titanium alloy), significantly enhances the prediction accuracy to within the 1.5-fold scatter band. The total stress field method, which integrates the stress field over the entire remaining thickness range, yields predictions predominantly within the 2-fold scatter band and exhibits superior applicability for specimens with higher stress concentration ( $K_t > 2.1$ ). Both methods require only the linear elastic stress field curves and the material  $S-N$  curve, offering high accuracy and simplified operations.

**Key words:** Theory of critical distances; Surface notch; Thickness; Fatigue life prediction; Intersection-point method; Full stress field method

Corresponding author: DING Mingchao, E-mail: dingmc@ysu.edu.cn

Fund: Central Guiding Local Science and Technology Development Fund Project (23621019G, 246Z2205G); Hebei Provincial Natural Science Foundation (E2021203106, E2024203147)

Received: 2024-09-06 Revised: 2024-10-18

(编辑: 李立)