

轴承套圈内圆磨削颤振稳定性分析

迟玉伦 曹天熠 朱文博 应晓昂

(上海理工大学 机械工程学院, 上海 200093)

摘要:【目的】针对轴承套圈磨削加工过程中由于双再生效应极易引发加工颤振并严重恶化套圈表面质量的问题, 基于非线性磨削力模型建立双时滞二自由度机械磨削系统动力学模型, 用以精确求解并定量建立加工工艺参数与自激振动稳定性边界之间的映射关系。【方法】首先, 考虑了砂轮与工件的弹性接触变形, 依据力平衡基本定律构建了二自由度非线性时滞控制微分方程; 其次, 通过引入颤振频率附加约束, 将超越特征方程转化为临界稳定性条件, 并利用延拓算法, 结合 Newton-Raphson 迭代法, 对超越方程进行了全局数值解集搜索, 从而在三维工艺参数空间(S_f - τ_1 - τ_2)中精细划分出轴承套圈磨削的绝对稳定区与非稳定区; 最后, 通过力锤敲击频响函数试验获取了系统进给方向的实际固有频率, 并开展了多组加工参数的切削稳定性与表面形貌对比验证试验。【结果】模态试验结果表明, 砂轮轴与轴承套圈在进给 X 方向的 1 阶固有频率分别为 355、200 Hz。动态特性与灵敏度分析表明, 当工件转速低于 40 rad/s 时, 系统稳定性对加工转速波动的灵敏度极高, 转速在极小范围内即可引发稳定状态的频繁周期性交替; 而高于 40 rad/s 时, 系统灵敏度显著降低, 可在较大的工件转速范围内保持单调稳定的磨削状态。在相同的初始进给量下, 降低砂轮转速或增大初始进给量均能有效抑制系统对工件转速变化的灵敏度。采用稳定区参数加工的轴承套圈表面无振纹产生, 其平均表面粗糙度 R_a (0.35 μm)、内圆圆度 R_n (1.03 μm) 显著优于不稳定区参数 (分别为 0.47、1.89 μm)。

关键词: 颤振; 磨削; 非线性磨削力模型; 轴承套圈; 线性稳定

中图分类号: TH161 **DOI:** 10.16579/j.issn.1001.9669.2026.06.009

0 引言

轴承是现代工业机械设备至关重要的基础部件, 广泛应用于各个领域, 其质量和可靠性直接与机械装备的运行安全息息相关^[1]。其中套圈是轴承的关键元件。在轴承套圈的加工中, 常常采用磨削工艺, 磨削中产生的振动会对轴承套圈和磨床产生危害^[2]。在实际磨削加工过程中, 再生型颤振是最主要、最直接的颤振形式, 其对轴承套圈存在着巨大的危害, 对轴承套圈的表面质量、使用寿命以及加工效率都有着极大的影响^[3]。

近年来, 许多国内外学者对轴承套圈磨削颤振现象进行了理论分析和试验研究, 其中一些学者试图通过建立颤振故障模型来了解轴承套圈磨削颤振产生的机制和影响因素。TOBIAS^[4]通过使用切削力首次提出了再生型颤振的理论。THOMPSON^[5]对砂轮磨削的磨削系统响应进行稳定性分析, 从理论上推导了

几个关键参数的稳定性条件, 但其并未考虑刀具和工件之间的相互作用, 模型具有明显的局限性。BIERA 等^[6]提出一种基于外圆切入磨的时域动态模型, 可探究不同磨削工艺参数对非稳定性颤振的影响。LI 等^[7]基于外圆切入磨加工中颤振原理进行研究, 构建了一种适用于外圆切入磨的监测颤振的时域模型, 通过试验探究不同工况下的颤振性质, 但存在可靠性不足、结构复杂的问题。LIU 等^[8]提出一种力模型, 用以分析外圆磨削系统的稳定性。蒋永翔等^[9]基于动力学模型, 讨论了外圆切入磨稳定性的特点, 设计了一种评价外圆切入磨稳定性的方法。GOURC 等^[10]建立了主动磁轴承铣削模型, 并通过试验验证发现强烈的强迫振动会限制切削深度, 并将该结论运用到了稳定性图中。吴胜利等^[11]在轧辊和砂轮之间建立了动态模型, 对其速度变化过程进行了数值仿真, 并研究了不同速度下的颤振特征。PEREVERZEV 等^[12]研发了一种可计算特定切削条件下循环时间的新型内圆磨削力模

收稿日期: 2024-10-13

作者简介: 迟玉伦, 男, 1982 年生, 山东日照人, 博士, 高级实验师, 硕士研究生导师; 主要研究方向为现代制造技术等; E-mail: chiyulun@163.com。

朱文博(通信作者), 女, 1973 年生, 山东宁阳人, 博士, 副教授; 主要研究方向为数字化设计及制造、图像处理等; E-mail: teacherzwb@163.com。

引用格式: 迟玉伦, 曹天熠, 朱文博, 等. 轴承套圈内圆磨削颤振稳定性分析[J]. 机械强度, 2026, 48(6): 78-90.

CHI Yulun, CAO Tianyi, ZHU Wenbo, et al. Chatter stability analysis in internal grinding of bearing rings[J]. Journal of Mechanical Strength, 2026, 48(6): 78-90.



免费获取

型。YAN等^{[13]3185-3202}提出4自由度外圆磨削力模型,通过延拓算法,计算了系统特征值,用于判断再生稳定性和摩擦稳定性边界。封超等^{[14]103-109}利用Faddeev算法对非线性动力学方程进行线性化处理,可以进行稳定性预测。然而,在大多数研究中,数值仿真和分析缺乏真实加工参数的参照物,无法应用于实际工作中。由于没有建立颤振稳定性边界与磨削加工工艺参数之间的对应关系,难以通过优化工艺参数的方式来避免磨削颤振的发生。除上述理论研究外,学者还进行了一些试验研究^{[15]243-248[16]231-240[17]},以确定各种磨削过程的静态和动态特性,包括相关的磨削力。

由于上述研究使用的力模型存在局限性,为了克服这些限制,研究人员基于试验结果构建了磨削力模型。WERNER^{[15]243-248}发现磨削力很大程度上取决于切削过程中切屑形成和摩擦参数的设置,将其磨屑形成力与砂轮切削刃施加的摩擦力叠加,建立了磨屑形成力模型,并通过一系列对照试验验证了该模型的有效性。该力模型后来被纳入到双再生磨削模型中。PATNAIK等^{[16]231-240}利用该模型更准确地研究了圆柱磨削过程的非线性行为。

针对以上研究中存在的问题,本文通过引入砂轮、工件固有频率和无量纲参数,建立轴承套圈磨削动力学模型,并在此基础上代入工艺参数进行稳定性边界求解,建立工艺参数与颤振稳定性边界之间的对应关系,通过优化工艺参数的方式来避免磨削颤振的发生。

1 轴承套圈内圆横向磨削系统的运动方程

基于非线性磨削力模型,考虑了二自由度磨削系统的非线性行为^{[18]441-456}。首先,简要描述系统模型。图1为轴承套圈内圆横向磨削系统的示意图。图1中, x 、 y 分别为砂轮、工件的位移; m 为质量; c 为阻尼; k 为弹簧的劲度系数; ω 为转速; S_f 为初始进给量; F_N 为作用在砂轮和工件接触界面上的总法向切削力。其中,下标1、2分别表示砂轮、工件。

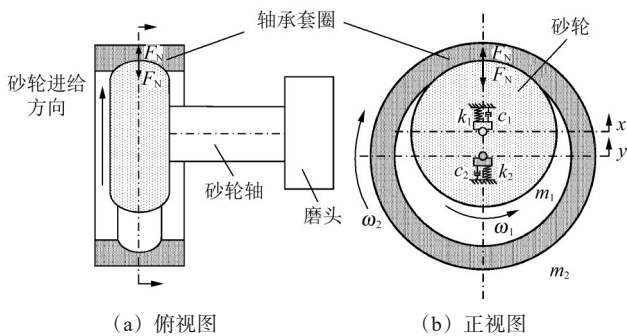


图1 轴承套圈内圆横向磨削系统示意图

Fig. 1 Transverse grinding system for the inner circle of the bearing ring

如图1所示,磨削系统由砂轮、工件组成,通过弹簧和阻尼元件分别与刚性壁面连接,砂轮与工件的弹性接触构成2自由度动力学系统。

根据适用于本系统的力平衡基本定律,可得磨削系统的控制微分方程^[19]为

$$m_1 \ddot{x} + c_1 \dot{x} + k_1 x = -F_N \quad (1)$$

$$m_2 \ddot{y} + c_2 \dot{y} + k_2 y = F_N \quad (2)$$

其中,法向磨削力 F_N 的计算式为

$$F_N = \begin{cases} K s_1^\gamma \left(\frac{v_2}{v_1} \right)^{(2\varepsilon_0 - 1)} \delta D^{(1 - \varepsilon_0)}, & \delta > 0 \\ 0, & \delta \leq 0 \end{cases} \quad (3)$$

式中, K 为比例系数; s_1 为砂轮的切削刃密度; γ 、 ε_0 均为指数参数; v_1 、 v_2 分别为砂轮、工件的速度; δ 为总切削深度; D 为砂轮的等效直径。

显然,式(1)、式(2)是通过法向切削力 F_N 进行耦合的,而法向切削力是总切削深度的强函数。一般情况下,在磨削过程中的切削深度取决于砂轮和工件的初始进给和动态运动^{[13]3185-3202}。式(3)中的总切削深度 δ 为静态切削深度 δ_s 和动态切削深度 δ_d 之和,即

$$\delta = \delta_s + \delta_d \quad (4)$$

静态切削深度 δ_s 为砂轮对工件施加的初始进给深度,当砂轮向工件施加初始进给量 S_f 时,两者会产生弹性接触效应,由此产生的变形等效到柔性结构 k_1 和 k_2 ,此时的静磨削力 F_{Ns} 可表示为

$$F_{Ns} = \frac{k_1 k_2}{k_1 + k_2} S_f \quad (5)$$

根据式(3)、式(5),可得静态切削深度表达式为

$$\delta_s = \beta \left\{ [F_{Ns} D^{\varepsilon_0 - 1} \left(\frac{v_2}{v_1} \right)^{1 - 2\varepsilon_0}] / (K s_1^\gamma) \right\}^{1/\varepsilon_0} \quad (6)$$

式中, β 为经验系数,取值为0~1。

动态切削深度 δ_d 表示工件与砂轮相互切割的作用深度,如图2所示。

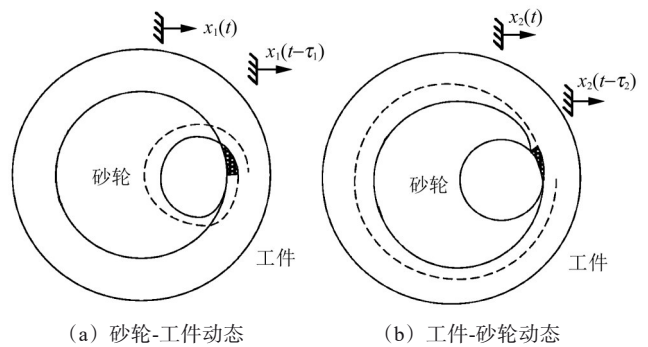


图2 轴承套圈内圆磨削动态切削深度示意图

Fig. 2 Dynamic depth of cut for internal grinding of bearing rings

动态切削深度 δ_d 的表达式为

$$\delta_d = x_1(t) - x_1(t - \tau_1) - x_2(t) - \alpha x_2(t - \tau_2) \quad (7)$$

$$\begin{cases} \tau_1 = 2\pi/\omega_1 \\ \tau_2 = 2\pi/\omega_2 \end{cases} \quad (8)$$

$$\alpha = \begin{cases} (1 - \frac{v_f \tau_2}{W})^\eta, & 0 \leq v_f \leq \frac{W}{\tau_2} \\ 0, & v_f > \frac{W}{\tau_2} \end{cases} \quad (9)$$

式中, t 为时间; τ_1 、 τ_2 分别为砂轮、工件因材料损耗而导致的位移时间延迟; α 为重叠因子; v_f 为砂轮的横向速度; W 为砂轮的宽度; η 为幂次。

当工件单次转动时, 砂轮的移动距离大于砂轮的宽度时, 重叠因子变为 0。由于再生效应的消失, 使得前 1 圈转动的工件振动无法影响现在的磨床系统动力学。然而, 当砂轮的行进距离接近 0 时, 重叠因子则接近 1, 这是因为之前刀具的轨迹在当前的状态下保持不变。在砂轮行进速度适中时, 重叠因子可能在极值 0、1 之间取值。因此, 对于这种情况, 考虑以式(9)中 $(1 - v_f \tau_2 / W)$ 的幂形式的重叠因子是合适的。重叠因子 $\eta = 1$ 源自文献[13]³¹⁸⁵⁻³²⁰², 在国内外研究中被广泛使用。为与文献[13]³¹⁸⁵⁻³²⁰²的研究保持一致, 在本文中同样使用 $\eta = 1$ 。

为便于分析, 引入以下无量纲量:

$$\begin{cases} \tilde{t} = \omega_{n1} t \\ \tilde{\tau}_1 = \omega_{n1} \tau_1 \\ \tilde{\tau}_2 = \omega_{n2} \tau_2 \\ \tilde{\omega}_1 = \omega_1 / \omega_{n1} \\ \tilde{\omega}_2 = \omega_2 / \omega_{n2} \\ \tilde{x} = x / \delta_s \\ \tilde{y} = y / \delta_s \\ \tilde{\delta} = \delta / \delta_s \\ \tilde{\delta}_d = \delta_d / \delta_s \\ \tilde{S}_f = S_f / R_1 \\ \rho = \omega_{n2} / \omega_{n1} \\ \kappa = k_2 / k_1 \\ K_\beta = K_v \beta^{\varepsilon_0 - 1} R_1^{(\varepsilon_0 - 1)/\varepsilon_0} / (m_1 \omega_{n1}^2) \end{cases} \quad (10)$$

其中,

$$\begin{cases} \omega_{n1} = \sqrt{k_1 / m_1} \\ \omega_{n2} = \sqrt{k_2 / m_2} \end{cases} \quad (11)$$

式中, ω_{n1} 、 ω_{n2} 分别为砂轮、工件的固有频率; R_1 为砂轮的半径; ρ 为砂轮和工件的固有频率的比值; κ 为砂轮和工件的弹簧劲度系数的比值; K_β 为无量纲的综合参数, 其值取决于砂轮与工件的转速比; K_v 为磨削力比例系数, 与速度相关。

将式(10)代入式(1)~式(3), 可得无量纲控制微分方程为

$$\ddot{x} + 2\zeta_1 \dot{x} + x = -K_{S_f} \delta^{\varepsilon_0} = -K_{S_f} (1 + \delta_d)^{\varepsilon_0} \quad (12)$$

$$\ddot{y} + 2\zeta_2 \rho \dot{y} + \rho^2 y = \frac{\rho^2}{\kappa} K_{S_f} \delta^{\varepsilon_0} = \frac{\rho^2}{\kappa} K_{S_f} (1 + \delta_d)^{\varepsilon_0} \quad (13)$$

$$K_{S_f} = K_\beta S_f^{(\varepsilon_0 - 1)/\varepsilon_0} \quad (14)$$

式中, ζ_1 、 ζ_2 分别为 x 、 y 方向的阻尼比; K_β 的值取决于砂轮与工件的转速比(这是因为 $v_2/v_1 \propto \omega_1/\omega_2$); K_{S_f} 为初始进给耦合刚度, 是一个无量纲参数。

如式(12)~式(14)所示, 磨削系统的控制方程为双时滞离散微分方程, 2 个时间延迟分别为 τ_1 、 τ_2 。由于式(12)、式(13)中无量纲切削深度 δ 的指数通常不是整数, 因此, 为了便于使用传统的扰动技术, 需要将该项扩展为 δ 的多项式级数。

将砂轮和工件的位移 (x, y) 分离为静态平衡状态位移 (x_s, y_s) 和动态扰动位移 (x_p, y_p) , 可表示为

$$\begin{cases} x(t) = x_s + x_p(t) \\ y(t) = y_s + y_p(t) \end{cases} \quad (15)$$

由于式(12)、式(13)中力项的耦合, 静态平衡状态应满足:

$$x_s = -K_{S_f} r^{\varepsilon_0} = -K y_s \quad (16)$$

其中,

$$r = 1 - (1 - \alpha) y_s \quad (17)$$

在平衡状态下, 对式(12)、式(13)右侧的非整数幂函数进行级数扩展, 得到具有级数形式强制函数的控制微分方程为

$$\ddot{x}_p + 2\zeta_1 \dot{x}_p + x_p + K_1 \delta_p = -K_1 (\varepsilon_2 \delta_p^2 + \varepsilon_3 \delta_p^3) \quad (18)$$

$$\ddot{y}_p + 2\zeta_2 \rho \dot{y}_p + \rho^2 y_p - \frac{\rho^2}{\kappa} K_1 \delta_p = \frac{\rho^2}{\kappa} K_1 (\varepsilon_2 \delta_p^2 + \varepsilon_3 \delta_p^3) \quad (19)$$

其中,

$$\begin{cases} K_1 = K_{S_f} \varepsilon_0 r^{\varepsilon_0 - 1} \\ \varepsilon_2 = \frac{\varepsilon_0 - 1}{2r} \\ \varepsilon_3 = \frac{(\varepsilon_0 - 1) - (\varepsilon_0 - 2)}{6r^2} \end{cases} \quad (20)$$

$$\delta_p = x_p(t) - x_p(t - \tau_1) - y_p(t) + \alpha y_p(t - \tau_2) \quad (21)$$

为了方便后续计算, 将式(18)、式(19)转化成状态向量方程的形式表示。转化后的状态向量方程为

$$\dot{\mathbf{x}}(t) - \mathbf{A}\mathbf{x}(t) - \mathbf{B}\mathbf{x}(t - \tau_1) - \mathbf{C}\mathbf{x}(t - \tau_2) = \mathbf{F}[\mathbf{x}(t), \mathbf{x}(t - \tau_1), \mathbf{x}(t - \tau_2)] \quad (22)$$

其中,

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} -2\zeta_1 & -1 - K_1 & 0 & K_1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{\rho^2}{\kappa} K_1 & -2\zeta_2 \rho & -\rho^2 - \frac{\rho^2}{\kappa} K_1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \quad (23)$$

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} 0 & K_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{\rho^2}{\kappa} K_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (24)$$

$$C = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & -\alpha K_1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \alpha \frac{\rho^2}{\kappa} K_1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (25)$$

$$F = \begin{bmatrix} -K_1(\varepsilon_2 \delta_x^2 + \varepsilon_3 \delta_x^3) \\ 0 \\ \frac{\rho^2}{\kappa} K_1(\varepsilon_2 \delta_x^2 + \varepsilon_3 \delta_x^3) \\ 0 \end{bmatrix} \quad (26)$$

其中,

$$\delta_x = x_2(t) - x_2(t - \tau_1) - x_4(t) + \alpha x_4(t - \tau_2) \quad (27)$$

式中, $\mathbf{x}$ 为状态向量, $\mathbf{x} = [x_1, x_2, x_3, x_4]^T = [\dot{x}_p, x_p, \dot{y}_p, y_p]^T$; $\mathbf{A}$ 为当前状态向量的系数矩阵; $\mathbf{B}$ 、 $\mathbf{C}$ 均为延迟状态向量的系数矩阵; $\mathbf{F}$ 为非线性强迫向量。

在本文研究中,磨削系统颤振的非线性分析是基于上述扩展方程进行的。

2 轴承套圈内圆横向磨削系统颤振稳定性分析

根据前文所述,所考虑的磨削系统为一组非线性延迟微分方程。一般地,普通延迟微分方程系统的线性稳定性可较为容易地通过求解其线性化形式的特征问题来确定。然而,除非临界特征根是有界的,否则确定本磨削系统的线性稳定性边界是有问题的^{[13]3185-3202}。本节中,通过引入 1 个额外的颤动频率约束确定线性稳定性边界。

利用线性齐次状态向量方程,得到相应的线性稳定边界为

$$\dot{\mathbf{x}}(t) - \mathbf{A}\mathbf{x}(t) - \mathbf{B}\mathbf{x}(t - \tau_1) - \mathbf{C}\mathbf{x}(t - \tau_2) = 0 \quad (28)$$

式(28)是由 1 组线性化的延迟微分方程组成的,可得出其特征方程为

$$|\lambda \mathbf{I} - \mathbf{A} - e^{-\lambda \tau_1} \mathbf{B} - e^{-\lambda \tau_2} \mathbf{C}| = 0 \quad (29)$$

式中, λ 为线性化磨削系统的特征值; $\mathbf{I}$ 为单位矩阵。

一般地,延迟微分方程的特征方程不是普通多项式的形式,而是“准多项式”。由于特征方程中存在超越项,其解的个数(即特征值的个数)是无限的。因为这种性质[在这种情况下,特征方程中有 2 个指数项,如式(29)所示],双再生颤振磨削系统的特征方程呈准多项式,其特征解是无限的。磨削系统的稳定性可通过研究其特征值确定。除非所有的特征值都位于复根平面的左半边,否则系统在其静态平衡位置是不稳定的。因此,所有特征值中实数项的最大值决定了系统的线性稳定性。此外,如果最大实值变为 0(即相关联的特征值为 $\lambda = \pm i\omega_c$),则这种情况下产生的参数就是与稳定和不稳定参数区域分离的稳定边界相关联的临界参数。

将临界特征值 $\lambda = \pm i\omega_c$ 代入式(29),以直接方式处理该方程,可得以下 2 个条件:

$$\Gamma_1 + \Gamma_2 \cos(\omega_c \tau_1) + \Gamma_3 \sin(\omega_c \tau_1) + \Gamma_4 \cos(\omega_c \tau_2) + \Gamma_5 \sin(\omega_c \tau_2) = 0 \quad (30)$$

$$\Gamma_6 + \Gamma_3 \cos(\omega_c \tau_1) - \Gamma_2 \sin(\omega_c \tau_1) + \Gamma_5 \cos(\omega_c \tau_2) - \Gamma_4 \sin(\omega_c \tau_2) = 0 \quad (31)$$

式中, Γ_k 为 K_1 和 ω_c 的实值函数, $k = 1, 2, \dots, 6$, 其定义式分别为

$$\begin{cases} \Gamma_1 = 2(\zeta_1 + \zeta_2 \rho) \omega_c^3 - 2[(\zeta_1 \rho^2 / \kappa + \zeta_2 \rho) K_1 + \zeta_1 \rho^2 + \zeta_2 \rho] \omega_c \\ \Gamma_2 = 2\zeta_2 \rho K_1 \omega_c \\ \Gamma_3 = K_1(\omega_c^2 - \rho^2) \\ \Gamma_4 = 2(2\zeta_1 \rho^2 / \kappa) \alpha K_1 \omega_c \\ \Gamma_5 = (\rho^2 / \kappa) \alpha K_1(\omega_c^2 - 1) \\ \Gamma_6 = \omega_c^4 - [(1 + \rho^2 / \kappa) K_1 + \rho^2 + 4\zeta_1 \zeta_2 \rho + 1] \omega_c^2 + \rho^2(1 + 1/\kappa) K_1 + \rho^2 \end{cases} \quad (32)$$

式(30)、式(31)均为超越方程,且包含 2 个不同的时滞项 τ_1 、 τ_2 , 使用常规方法难以得到方程的理论解。因此,使用牛顿迭代法计算这 2 个超越方程的数值解。

在初始值较好的情况下,牛顿迭代法具有非常好的收敛性。但是很难给出有效的初始值,从而计算不出想要的结果。为了始终给出有效的初始值,使用如图 3 所示的延拓算法^[20-21]。

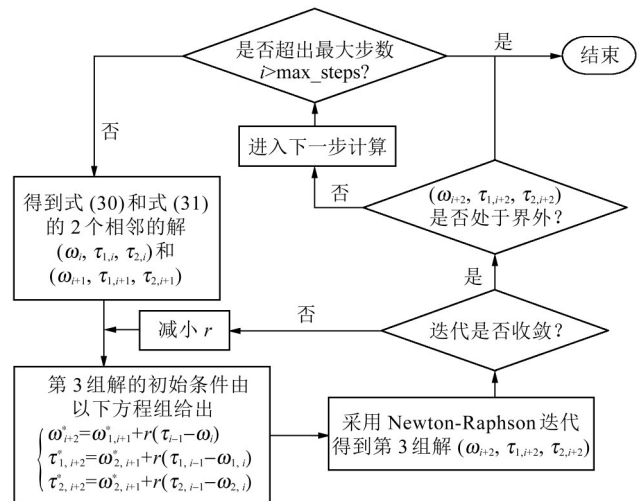


图 3 延拓算法流程图

Fig. 3 Flow chart of the extension algorithm

结合此种算法能够不断地求出方程的解集 $(\omega_i, \tau_{1,i}, \tau_{2,i})$ 从而能在三维的参数空间 $S_i - \tau_1 - \tau_2$ 中连续得到系统的稳定性边界线,进而区分出轴承套圈内圆磨削稳定和 unstable 区域。

3 试验设计

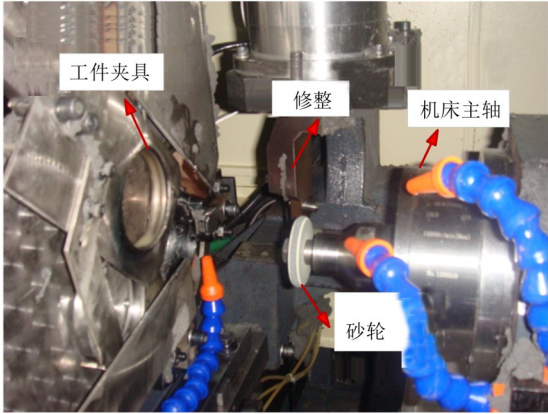
为验证轴承套圈内圆磨模型及其颤振稳定性理论,

通过振动传感器对轴承套圈内圆磨加工颤振现象进行试验研究。试验机床为3MZ1410的全自动精磨外沟磨床,如图4(a)所示。砂轮额定转速为600 Hz,最高工件轴转速为25 Hz,加工方式为支承式无心磨削。试验选取的砂轮型号为96×16×28A/WA 100L,直径为96 mm,砂轮磨损直径为60 mm,砂轮主轴转速为9 500 r/min。



(a) 机床外貌

如图4(b)所示,砂轮磨削方式为精磨外沟,修整方式为金刚笔修整,滚轮外径为100 mm,转速为41.5 Hz。试验加工件为型号 6213 N. 01 的轴承套圈,外径为120.02 mm,沟径为109.177 mm,加工时工件轴转速为345 r/min,砂轮对轴承滚道采用切入式磨削。机床及加工工况参数如表1所示。



(b) 机床内部

图4 试验现场

Fig. 4 Test site

表1 机床及加工工况参数

Tab. 1 Machine tool and processing condition parameters

参数	说明
机床型号	3MZ1410
砂轮额定转速/Hz	600
工件轴转速/Hz	25
砂轮型号	96×16×28A/WA100L
液压油压/MPa	1.5~2.5
磨削方式	精磨外沟
砂轮修整方式	金刚笔修整
修整补偿速度/(mm/min)	0.5
修整补偿量/mm	0.02
磨损直径/mm	60

为了对砂轮和轴承套圈进行动态特性分析试验,测出砂轮和轴承套圈的固有频率,本试验使用的试验器材包括力锤、加速度传感器、动态信号分析仪,型号如表2所示。动态信号分析仪的1通道采集力锤激励信号,2、3、4通道分别采集3向传感器的X、Y、Z方向的信号。表2中, g 为重力加速度。

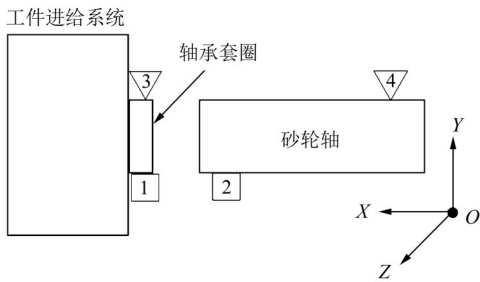
为了有效采集试验中轴承套圈和砂轮的响应,将传感器分别安装在轴承套圈和砂轮轴靠近砂轮端处,传感器位置如图5(a)中1、2处所示。如图5(b)所示,设置好采样率和触发通道,分别于图5(a)中3、4处敲击力锤,产生激励信号,通过三向加速度传感器对砂轮轴和轴承套圈的响应信号进行采集,利用ModelView软件对采集的数据进行处理,对轴承套圈

和砂轮轴进行动态特性分析,得到二者的频响函数图。试验现场图如图5(c)、图5(d)所示。

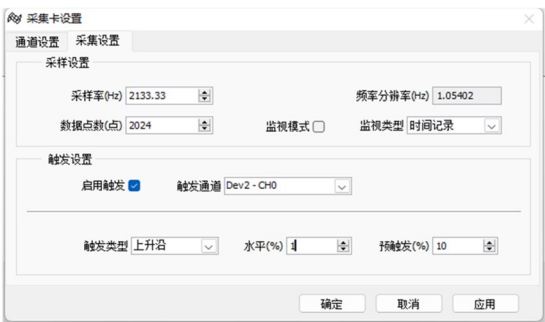
表2 试验仪器规格型号

Tab. 2 Test instrument specifications and models

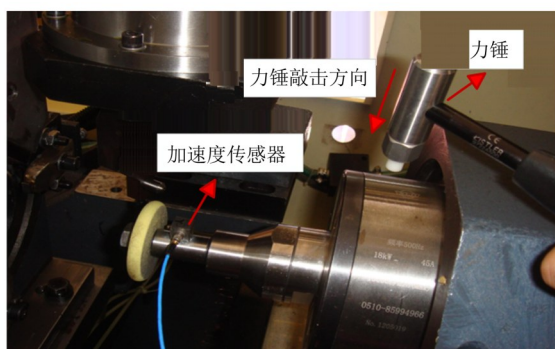
名称	型号	参数
动态信号分析仪	DP240	共4个通道,电压输入
力锤	Kistler9722	50 kg
加速度传感器	PCB356A32	50g 量程,3向传感器



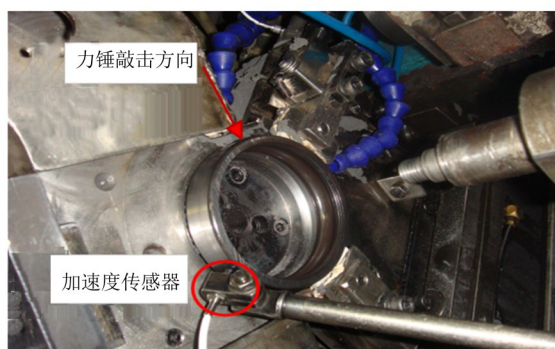
(a) 机床测试传感器安装位置示意图



(b) 软件参数设置图



(c) 砂轮动态响应试验



(d) 轴承套圈动态响应试验

图 5 动态响应试验

Fig. 5 Dynamic response test

图 6 和图 7 所示分别为砂轮轴和轴承套圈的频响函数曲线(包括 X 、 Y 、 Z 方向)。由图 6、图 7 可知,砂轮轴和轴承套圈的动态特性在 3 个方向上各有不同,由于在轴承套圈内圆磨削加工中,砂轮进给方向(即 X 方向)上的固有频率会直接影响砂轮与套圈的加工状态,故选取砂轮 X 方向的 1 阶固有频率为 355 Hz,轴承套圈 X 方向的 1 阶固有频率为 200 Hz。

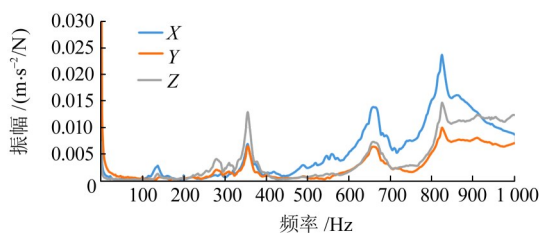


图 6 试验测得的砂轮轴三向频响函数曲线

Fig. 6 Measured three-directional frequency response function curves of the grinding wheel shaft

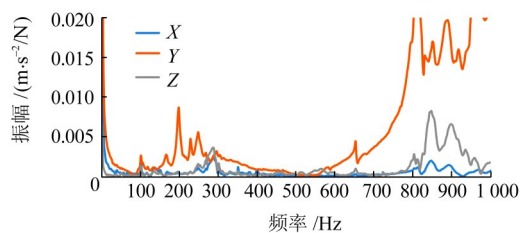


图 7 轴承套圈频响曲线

Fig. 7 Frequency response curves of bearing ring

本试验对砂轮和轴承套圈进行了动态特性分析,得到了砂轮和轴承套圈的频响函数曲线图,为计算无量纲参数提供数据支持。

4 试验数据处理与分析

本节主要通过实际数据代入所提理论模型计算式进行计算,求解加工的稳定区间和不稳定区间的临界曲线,然后进行仿真验证模型的可靠性。

4.1 无量纲参数的计算

根据第 3 节的试验工况,可以确定:砂轮质量 m_1 为 0.6 kg、砂轮当量直径 D 为 0.2 m、砂轮宽度 W 为 0.08 m、工件质量 m_2 为 0.75 kg;砂轮转速 ω_1 为 165~1 155 rad/s、初始进给量 S_f 为 1.0×10^{-6} m、砂轮进给速度 v_1 为 0.01 m/s、工件转速 ω_2 为 30~60 rad/s;通过动态特性分析试验及 ModelView 软件计算结果^[22-23]可以确定:砂轮阻尼 c_1 为 36.227 75 N·s/m、砂轮固有频率 ω_{n1} 为 355 Hz、工件阻尼 c_2 为 40 N·s/m、工件固有频率 ω_{n2} 为 200 Hz;根据式(11),结合砂轮、工件的固有频率和质量,可计算求得砂轮刚度 k_1 为 59 512.5 N/m、工件刚度 k_2 为 31 518.75 N/m;根据段成龙^[24]在磨削试验中的数据,结合本文试验可以确定:切削刃密度 s_1 为 $2\ 002 \times 10^8$ mm⁻²;根据式(9)、式(14),结合工件转速,可得比例系数 K 为 3×10^5 N/m;根据 CHUNG 等^[18]441-456 建立切入式磨削系统时的取值,并结合本文内圆磨削系统稳定性试验,设定指数参数 γ 、 ε_0 分别为 0.75、0.736 4;根据封超等^[14]103-109 在建立磨削方程过程中的取值,确定经验参数 β 为 0.5。

结合表 3 中砂轮、套圈实际质量、运行速度等参数,可求得无量纲参数 ζ_1 、 ζ_2 、 ρ 、 τ_1 、 τ_2 如表 4 所示。

表 3 详细参数

Tab. 3 Detailed parameters

参数	数值
砂轮质量 m_1 /kg	0.6
砂轮阻尼 c_1 /(N·s/m)	36.227 75
砂轮刚度 k_1 /(N/m)	59 512.5
砂轮转速 ω_1 /(rad/s)	165~1 155
砂轮当量直径 D /m	0.2
初始进给量 S_f /m	1.0×10^{-6}
砂轮切削刃密度 s_1 /mm ⁻²	$2\ 002.0 \times 10^8$
砂轮进给速度 v_1 /(m/s)	0.01
砂轮宽度 W /m	0.08
砂轮固有频率 ω_{n1} /Hz	355
工件质量 m_2 /kg	0.75

续表	
参数	数值
工件阻尼 $c_2/(\text{N}\cdot\text{s}/\text{m})$	40
工件刚度 $k_2/(\text{N}/\text{m})$	31 518.75
工件转速 $\omega_2/(\text{rad}/\text{s})$	30~60
工件固有频率 ω_{n2}/Hz	200
比例系数 $K/(\text{N}/\text{m})$	3.0×10^5
指数参数 γ	0.75
指数参数 ε_0	0.736 4
经验参数 β	0.5

表 4 无量纲参数

Tab. 4 Dimensionless parameters

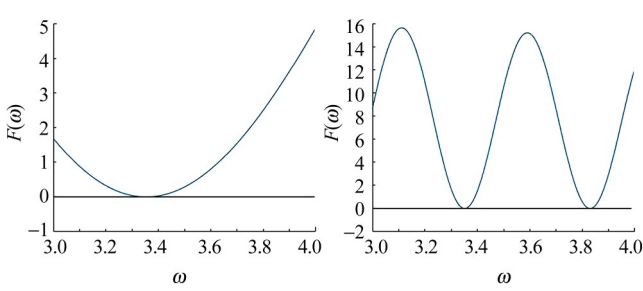
参数	数值
ζ_1	0.191 7
ζ_2	0.260 2
ρ	0.594 2
τ_1	1.876 8~13.127 6
τ_2	21.467 5~42.935 1

所得到的无量纲参数可求解式(30)、式(31)两个超越方程,从而在三维空间 $S_f-\tau_1-\tau_2$ 中找到连续的方程解(即为系统的稳定性边界)。

4.2 加工稳定边界曲线的计算

当确定固定参数和变化参数的范围后,需要求出方程的 2 个解作为延拓算法的起点,通过引入函数 $F(\omega) = \sin^2(\tau_2\omega) + \cos^2(\tau_2\omega) - 1$ 可用来消除式(30)、式(31)中的 τ_2 ,并根据三角恒等式 $\sin^2(\tau_2\omega) + \cos^2(\tau_2\omega) = 1$ 可知,如果式(30)、式(31)的解存在,则方程 $F(\omega) = 0$ 有解,反之,则解不存在,系统的临界特征值也不存在。因此,确定了参数 S_f, τ_1 之后,可绘制出 $F(\omega)$ 与 ω 的关系,如图 8 所示。

由图 8 可得方程 $F(\omega) = 0$ 的解,从而计算出满足方程存在解的 ω 的取值范围。将 ω 的值代入式(30)和式(31),可求出参数 τ_2 。求得 2 组方程的解如表 5 所示。



(a) 式(30)中 $F(\omega)$ 与 ω 的关系 (b) 式(31)中 $F(\omega)$ 与 ω 的关系

图 8 不同初始参数下特征值超越辅助函数 $F(\omega)$ 随圆频率 ω 的变化曲线

Fig. 8 Variation curves of transcendental auxiliary function $F(\omega)$ versus angular frequency ω under different initial conditions

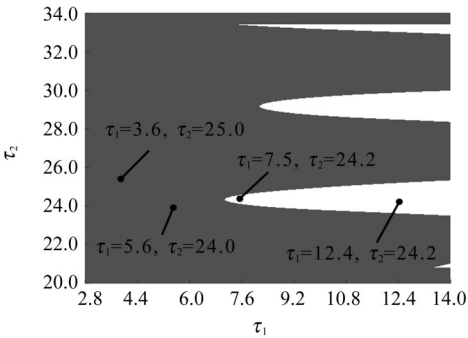
表 5 延拓起始点

Tab. 5 Extension starting points

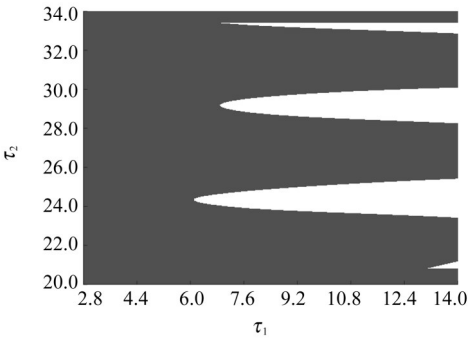
S_f	τ_1	τ_2	ω
1.0×10^{-6}	1.876 8	22.35	3.36
		24.59	
		26.83	
1.0×10^{-6}	13.127 6	23.38	3.36
		32.23	
		40.24	

将表 5 所示的结果作为延拓的起点,根据牛顿迭代延拓算法,依次找到图 9 参数空间中的稳定区(灰)和不稳定区(白)。由图 9 可知,在初始进给量 S_f 相对较小的情况下,即 S_f 为 1.0×10^{-6} 时的稳定区相较 S_f 增大后的稳定区较小。由此可知,较小的初始进给量会使磨削稳定性下降;2 个时滞参数 τ_1, τ_2 的变化对磨削稳定性也有着周期性的影响。随着 τ_2 的线性变化,该磨削在稳定和不稳定这 2 种状态间来回切换。由于时滞分别反映砂轮和工件的转速,所以在实际加工过程中,不可一味地增大或者减小砂轮轴或者工件轴的转速,而要根据实际情况进行加工参数的选取。

通过对轴承套圈内圆磨削系统的特征值分析,得到了轴承套圈内圆磨削加工稳定性边界,也就找到了磨削加工中的稳定区和不稳定区。在实际加工过程中,应优先选取磨削稳定区间内的工艺参数,以最大程度地抑制自激磨削颤振的发生。



(a) $S_f = 1.0 \times 10^{-6}$



(b) $S_f = 2.0 \times 10^{-6}$

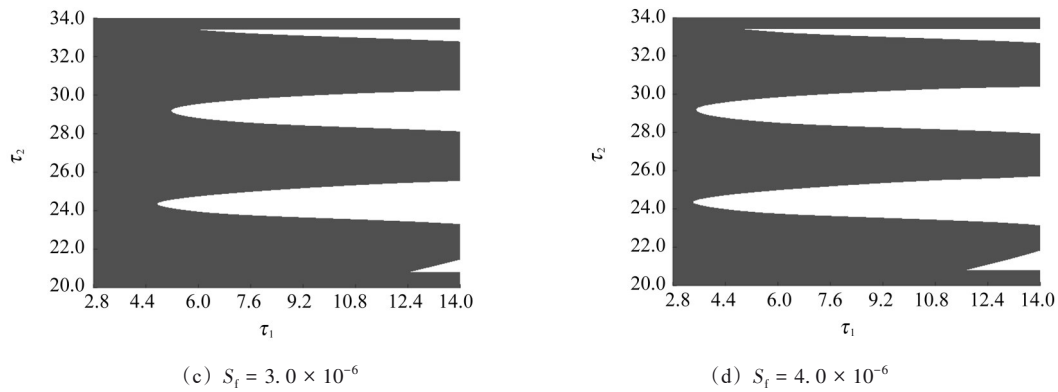


图9 磨削稳定与不稳定区域

Fig. 9 Grinding stable and unstable areas

4.3 加工参数灵敏度分析

分析加工参数变化对稳定性边界的灵敏度的影响,以更好地指导实际加工中的参数选择。通过观察图9中磨削稳定与不稳定区域可以发现,随着 τ_2 的线性变化,磨削会在稳定和不确定这2种状态间来回切换,说明磨削稳定性会根据工件转速产生周期性变化;但随着 τ_1 的变化,磨削稳定性不产生周期性变化;而初始进给量 S_f 的选取对磨削稳定性也有着较大的影

响,所以对于加工参数灵敏度分析选取变量 S_f, τ_2 。选取初始进给量 $S_f = 1.0 \times 10^{-6}$ 和 $S_f = 2.0 \times 10^{-6}$ 时、 $\tau_1 = 8.7$ 和 $\tau_1 = 11.2$ 下, τ_2 取值对磨削稳定性的影响进行研究。为了更直观地反应工件转速对磨削稳定性边界的灵敏度,将时滞 τ_2 转化为工件转速 ω_2 。根据图9中磨削稳定与不稳定区域及选取的 S_f, ω_2 ,可绘制出参数灵敏度分析图(图10)。

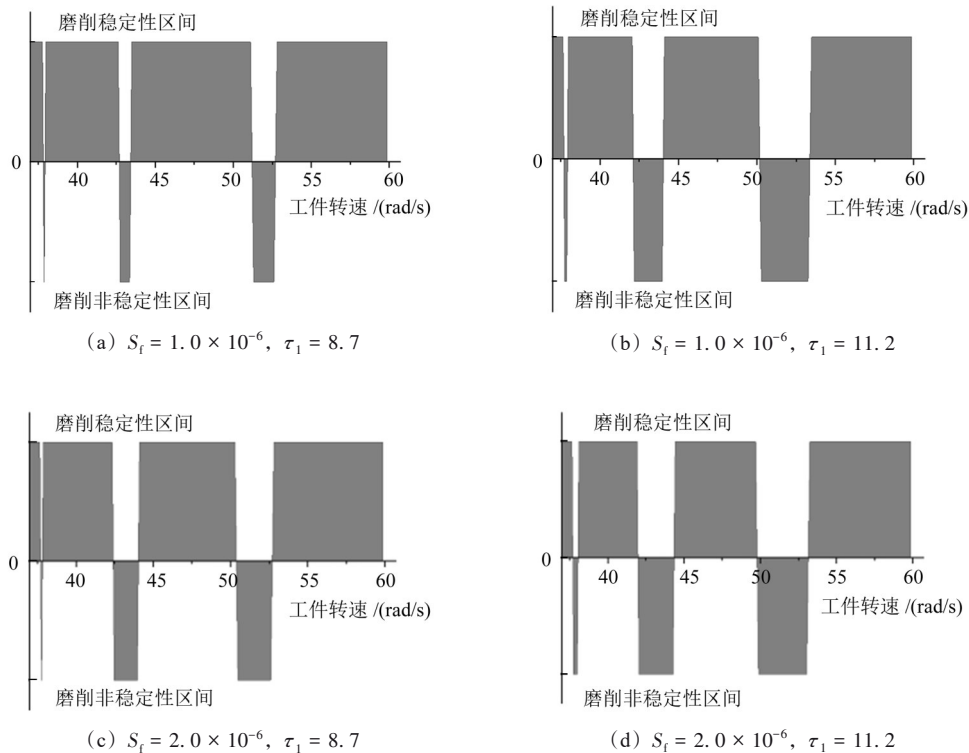


图10 不同加工参数下的灵敏度分析

Fig. 10 Sensitivity analysis for different processing parameters

如图10所示,横坐标上方表示系统处于磨削稳定性区间,横坐标下方表示系统处于非磨削稳定性区间。通过对比分析不同加工参数下系统的磨削稳定性变化可以看出,4组加工数据整体对磨削稳定性的变化趋势是一致的。当工件转速在40 rad/s以下时,工

件转速的变化对于系统磨削稳定性的影响灵敏度较高,系统会在很小的转速变化内由稳定磨削转向不稳定磨削再转回稳定磨削;当工件转速在40 rad/s以上时,工件转速的变化对于系统磨削稳定性的影响灵敏度较低,系统往往在较大的工件转速范围内保持稳定

磨削或者不稳定磨削状态。在相同的初始进给量 S_f 下,对比图 10(a)与图 10(b)可知, τ_1 越大,即砂轮转速越小,工件转速的变化对于系统磨削稳定性影响的灵敏度越低。对比图 10(a)与图 10(c)可知,在相同的 τ_1 值下,初始进给量 S_f 越大,工件转速对系统磨削稳定性影响的灵敏度越低。在实际的加工生产中,应尽量使用较小的砂轮转速以及较大的工件转速,这样可以尽量降低加工参数变化对系统磨削稳定性的灵敏度,使得加工在磨削稳定性区域内进行,从而提升加工质量。

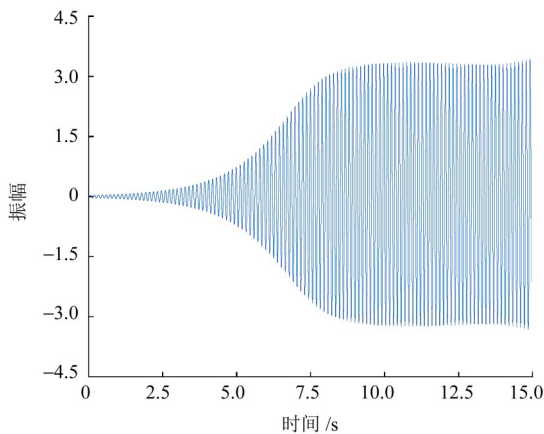
4.4 加工参数仿真验证

从图 9 中分别取 2 组磨削稳定和不稳定时的加工参数,共取 4 组,如表 6 所示。将 4 组加工参数结合表 3、表 4 中的参数,对式(21)进行数值求解和仿真分析,得到如图 11 所示的系统动态响应曲线。

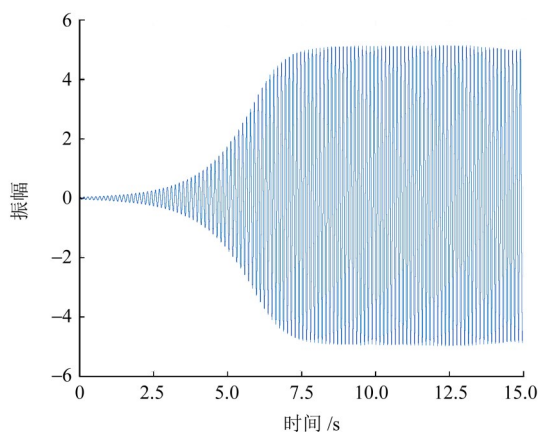
表 6 数值仿真验证选取的典型磨削稳定与不稳定参数组

Tab. 6 Typical sets of stable and unstable grinding parameters selected for numerical validation

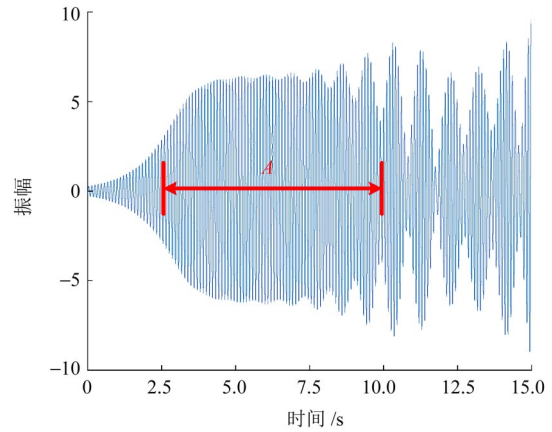
状态参数	序号	初始进给量 S_f	时滞参数 τ_1	时滞参数 τ_2
稳定参数	1	1.0×10^{-6}	3.6	25.0
	2	1.0×10^{-6}	5.6	24.0
不稳定参数	3	1.0×10^{-6}	7.0	24.2
	4	1.0×10^{-6}	12.4	24.2



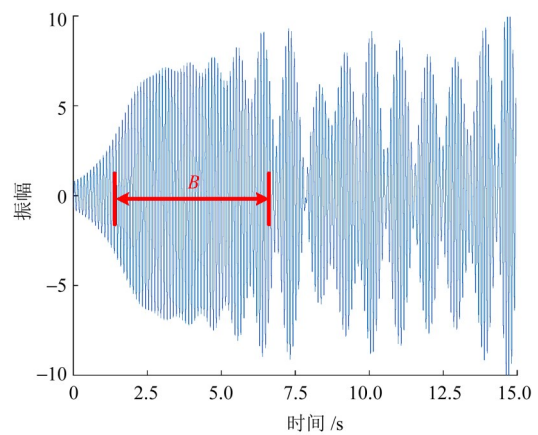
(a) $S_f = 1.0 \times 10^{-6}$, $\tau_1 = 3.6$, $\tau_2 = 25.0$



(b) $S_f = 1.0 \times 10^{-6}$, $\tau_1 = 5.6$, $\tau_2 = 24.0$



(c) $S_f = 1.0 \times 10^{-6}$, $\tau_1 = 7$, $\tau_2 = 24.2$



(d) $S_f = 1.0 \times 10^{-6}$, $\tau_1 = 12.4$, $\tau_2 = 24.2$

图 11 4 组典型加工工艺参数下系统位移时域动态响应数值仿真曲线

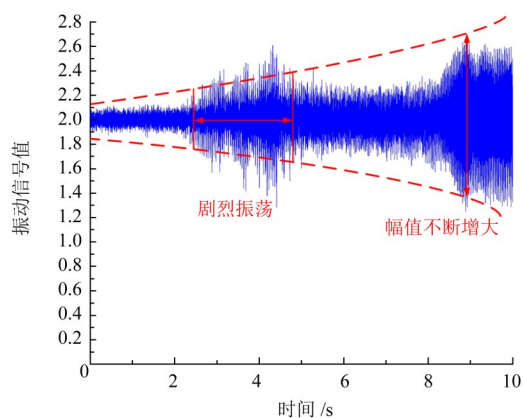
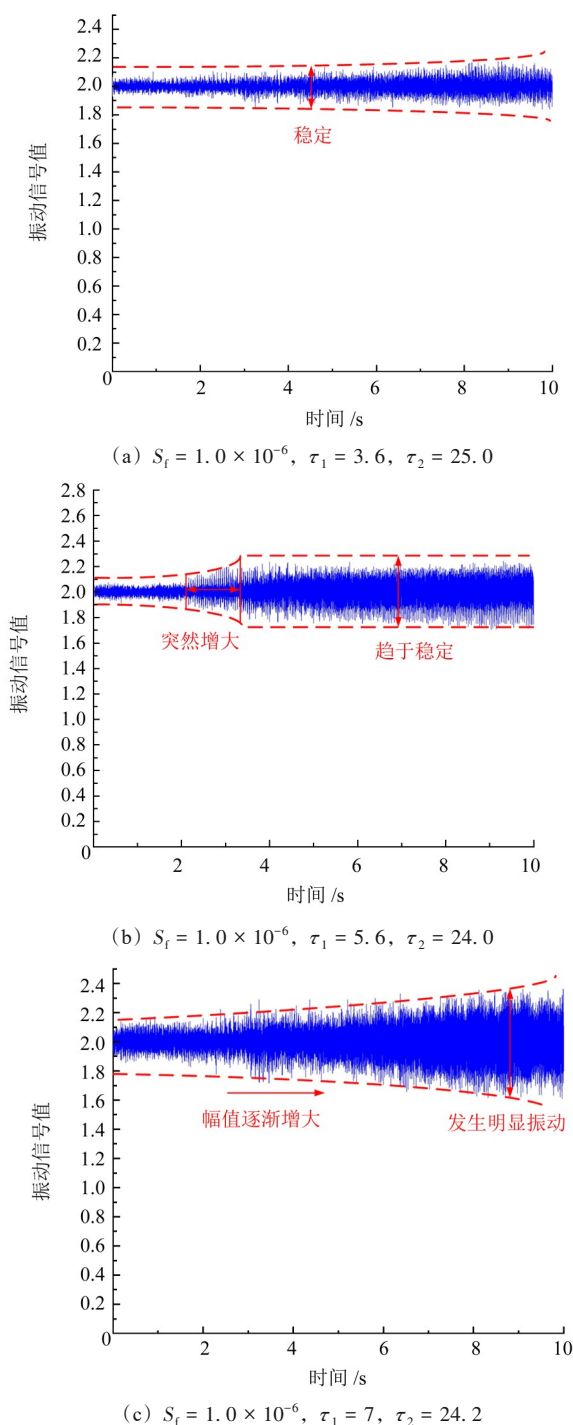
Fig. 11 Simulated time-domain dynamic displacement response curves of the system under four groups of typical processing parameters

通过对比分析不同加工参数下的系统动态响应曲线可以看出,4 组加工参数下的动态响应曲线整体特性为:随着磨削加工持续进行,磨削系统的整体动态响应开始先处于短暂平稳状态,当达到某一时刻时,动态响应曲线的幅值逐渐变大,表明磨削系统发生了自激振动。对比图 11(a)和图 11(b)可知,当发生自激振动后并未出现幅值突增的振荡现象,而是逐渐趋于平稳,表明此时振动幅度没有超过系统阻尼,处于颤振孕育阶段,还未发生颤振,且图 11(b)发生自激振动的时间比图 11(a)早,表明图 8(b)的加工参数要比图 11(a)的加工参数更容易引起自激振动。对比图 11(c)和图 11(d)可知,当发生自激振动后,出现短暂的平稳期,即颤振孕育阶段(A/B),而随着振动的继续发生和加剧,系统的振幅会超过系统阻尼所承受的范围,此时动态响应曲线发生剧烈振荡,从而发生颤振现象,且图 11(d)颤振孕育的时间 B 要比图 11(c)颤振孕育的时间 A 要早,且更短,颤振现象更为严重。

从图9中选取参数点的位置也能说明选取的加工参数在稳定范围内,离稳定性边界越远,加工越稳定,相反,在不稳定范围内,离稳定性边界越远,颤振孕育时间越短,颤振现象更为严重。

5 加工参数试验验证

为了验证仿真结果的有效性,将仿真所用的4组参数依次运用到磨床的实际加工中,通过对比分析振动传感器的信号变化和工件表面的加工质量来验证仿真结果的有效性。图12所示为4组参数磨削时的振动信号对比图。



(d) $S_f = 1.0 \times 10^{-6}$, $\tau_1 = 12.4$, $\tau_2 = 24.2$

图12 稳定与不稳定参数的振动信号图

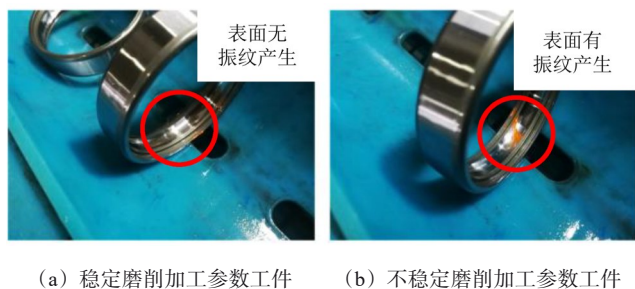
Fig. 12 Diagram of vibration signals for stable and unstable parameters

通过对比分析4组加工振动监测信号,可以看出稳定参数[图12(a)、图12(b)]的振动信号相对平稳,加工开始时信号非常稳定,随着加工的进行,振动幅值也在不断变大,但波动范围较小,代表磨削过程中有轻微振动,但整个系统还是趋于稳定,并且图12(b)的信号幅值整体要大于图12(a)的信号幅值。图12(b)在某一时刻振动信号幅值突然变大,代表着整个磨削系统的稳定性不如图12(a)。不稳定参数[图12(c)、图12(d)]的振动信号变化较为剧烈。由图12(c)可知,从加工开始振动信号幅值逐渐增大,表示系统发生明显振动。由图12(d)可知,加工开始信号有短暂的时间较为稳定,然后产生突发型波动,表明系统发生剧烈振荡,随后又趋于稳定,最后幅值不断增大,代表磨削过程中有颤振产生,整个系统处于不稳定状态。此外,4组加工参数的振动监测信号的信号幅值、波动范围、振荡程度都依次逐渐加重,说明选取参数在稳定范围内,离稳定性边界越远,加工越稳定,相反,在不稳定范围内,离稳定性边界越远,颤振现象更为严重。试验结果与图11仿真结果相似,验证了模型仿真的有效性,同时证明了运用磨削颤振稳定性理论求解得到的参数的合理性。

为了进一步验证本文磨削颤振稳定性理论的正确性和合理性,分别采用图12(a)和图12(c)的加工参数,即稳定性区间的加工参数和不稳定区间的加工参数,分别磨削加工轴承套圈,如图13所示。

图13(a)和图13(b)分别为稳定参数下加工出的轴承套圈和不稳定参数下加工出的轴承套圈,为了测量加工工件的表面质量,采用MarSurf CD 120轮廓仪对加工后的零件表面粗糙度进行测量,如图14(a)所示,采用RD602圆度仪对轴承套圈内圆圆度进行测量,

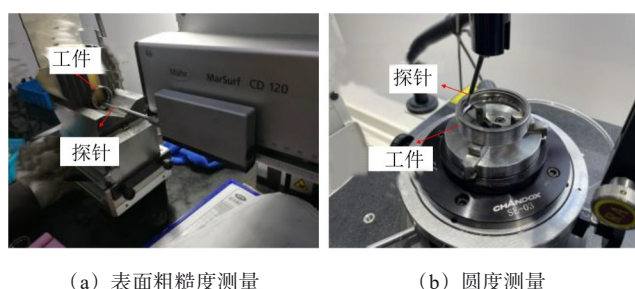
如图 14(b)所示。图 14(c)、图 14(d)分别为稳定加工参数下加工的工件所测量的表面粗糙度和圆度结果。



(a) 稳定磨削加工参数工件 (b) 不稳定磨削加工参数工件

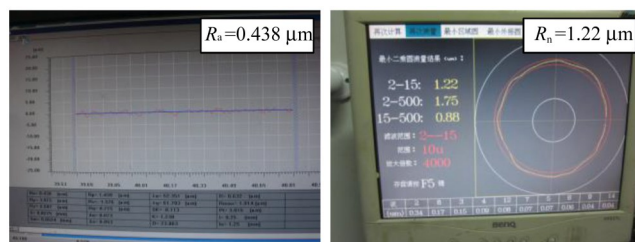
图 13 稳定与不稳定参数加工零件

Fig. 13 Diagram of machined parts with stable and unstable parameters



(a) 表面粗糙度测量

(b) 圆度测量



(c) 表面粗糙度测量结果

(d) 圆度测量结果

图 14 工件表面质量测量现场及结果

Fig. 14 Measurement scene and results of workpiece surface quality

将所选稳定参数和不稳定参数下测得的 20 个工件的表面粗糙度和内圆圆度数据进行平均计算,结果如表 7 所示。由表 7 可知,稳定区参数加工工件的表面粗糙度和轴承套圈内圆圆度明显优于不稳定参数加工工件,说明了所提模型的可靠性。

表 7 在不同稳定区间参数下磨削出的工件的表面粗糙度与圆度试验结果

Tab. 7 Test results of machined workpiece surface roughness and roundness under different stable zone parameters

工件	表面粗糙度 $R_a/\mu\text{m}$	轴承套圈内圆圆度 $R_n/\mu\text{m}$
稳定参数工件	0.35	1.03
不稳定参数工件	0.47	1.89

由上述结果可以看出,通过频响试验求得砂轮、轴承套圈固有频率,并引入轴承套圈磨削模型,利用延拓算法的数值求解方法求出磨削加工参数的稳定区和不稳定区,并为加工时的参数选取提供参考,能

够尽量减少加工时因参数选取问题而引发的磨削颤振。

6 总结与展望

针对轴承套圈磨削颤振及稳定性问题,通过引入固有频率等无量纲参数充分考虑套圈和砂轮的再生现象,建立了轴承套圈内圆磨削模型,并利用砂轮、工件频响试验,确定模型关键参数,继而利用延拓算法对双时滞超越方程进行数值求解,并通过试验验证,得出以下主要结论:

1) 引入固有频率等无量纲参数后,建立了轴承套圈内圆磨削模型,并提出利用砂轮、工件频响试验,求出固有频率,代入无量纲方程,提高模型参数选取的真实性,避免了关键参数在选取时的不确定性,从而提高仿真及数值求解的有效性。

2) 选取稳定性边界加工参数进行试验验证,利用本文研究的轴承套圈内圆磨削加工稳定区参数能有效避免磨削颤振的产生,特别是对于在稳定性边界附近的加工参数,该求解得到的稳定性边界能提供有效的参考,从而避免利用边界线附近参数导致的颤振发生。此外,选取参数在稳定范围内,离稳定性边界越远,加工越稳定,相反,在不稳定范围内,离稳定性边界越远,颤振现象更为严重。

3) 将求得的稳定性边界参数代入模型进行仿真,并结合实际加工分析,结果验证了模型仿真的有效性,同时又一次验证了稳定性边界的合理性,不仅为轴承套圈磨削加工参数的选择提供依据,还为轴承套圈稳定性仿真加工分析提供了一种有效可行的方法,提高企业生产效率。

4) 在未来的工作中,需要进一步优化磨削力模型,以确定更多加工参数(如砂轮切削刃密度、加工材料硬度等)对磨削产生的影响;需要通过该稳定性模型建立一种在线控制系统,优化稳定工作参数来在线控制机床加工参数,从而对轴承套圈加工质量进行提升。

参考文献(References)

- [1] 李思琦,蒋志坚. 基于 EEMD-CNN 的滚动轴承故障诊断方法[J]. 机械强度, 2020, 42(5): 1033-1038.
- LI Siqu, JIANG Zhijian. Fault diagnosis method of rolling bearing based on EEMD-CNN[J]. Journal of Mechanical Strength, 2020, 42(5): 1033-1038. (In Chinese)
- [2] 黄包裕,张永祥. 一种基于三步法的轴承故障诊断方法[J]. 机

- 械工程学报, 2024, 60(14): 51-68.
- HUANG Baoyu, ZHANG Yongxiang. Rolling element bearing fault diagnosis using a three-step scheme [J]. Journal of Mechanical Engineering, 2024, 60(14): 51-68. (In Chinese)
- [3] 史卫奇, 赵威, 李浩, 等. 刀具刀尖结构对高速硬车削GCr15轴承套圈表面质量的影响研究[J]. 工具技术, 2024, 58(9): 31-35.
- SHI Weiqi, ZHAO Wei, LI Hao, et al. Study on effect of tool tip microstructure on surface quality of GCr15 bearing ring in high speed hard turning [J]. Tool Engineering, 2024, 58(9): 31-35. (In Chinese)
- [4] TOBIAS S A. Machine-tool vibration [M]. London: Blackie, 1965: 45-49.
- [5] THOMPSON R A. On the doubly regenerative stability of a grinder: the effect of contact stiffness and wave filtering [J]. Journal of Engineering for Industry, 1992, 114(1): 53-60.
- [6] BIERA J, VIÑOLAS J, NIETO F J. Time-domain dynamic modelling of the external plunge grinding process [J]. International Journal of Machine Tools and Manufacture, 1997, 37(11): 1555-1572.
- [7] LI H Q, SHIN Y C. A study on chatter boundaries of cylindrical plunge grinding with process condition-dependent dynamics [J]. International Journal of Machine Tools and Manufacture, 2007, 47(10): 1563-1572.
- [8] LIU Z H, PAYRE G. Stability analysis of doubly regenerative cylindrical grinding process [J]. Journal of Sound and Vibration, 2007, 301(3/4/5): 950-962.
- [9] 蒋永翔, 王太勇, 张莹, 等. 外圆切入磨再生颤振稳定性理论及评价方法[J]. 天津大学学报, 2009, 42(4): 283-286.
- JIANG Yongxiang, WANG Taiyong, ZHANG Ying, et al. Analysis of regenerative chatter stability theory and evaluation method on cylindrical plunging grinding [J]. Journal of Tianjin University, 2009, 42(4): 283-286. (In Chinese)
- [10] GOURC E, SEGUY S, ARNAUD L. Chatter milling modeling of active magnetic bearing spindle in high-speed domain [J]. International Journal of Machine Tools and Manufacture, 2011, 51(12): 928-936.
- [11] 吴胜利, 邵毅敏, 邢文婷, 等. 轧辊磨床颤振的变速抑制方法与动力学建模[J]. 科学技术与工程, 2018, 18(27): 29-35.
- WU Shengli, SHAO Yimin, XING Wenting, et al. Suppressing mechanism of chatter vibration of roll grinder through speed-variation and the dynamic modeling method [J]. Science Technology and Engineering, 2018, 18(27): 29-35. (In Chinese)
- [12] PEREVERZEV P P, POPOVA A V, PIMENOV D Y. Relation between the cutting force in internal grinding and the elastic deformation of the technological system [J]. Russian Engineering Research, 2015, 35(3): 215-217.
- [13] YAN Y, XU J, WIERCIGROCH M. Regenerative chatter in self-interrupted plunge grinding [J]. Meccanica, 2016, 51(12): 3185-3202.
- [14] 封超, 张金峰, 王保义, 等. 基于MATLAB的外圆磨削工艺参数对过程稳定性的影响分析[J]. 工具技术, 2024, 58(6): 103-109.
- FENG Chao, ZHANG Jinfeng, WANG Baoyi, et al. Influence analysis on process stability of cylindrical grinding parameters based on MATLAB [J]. Tool Engineering, 2024, 58(6): 103-109. (In Chinese)
- [15] WERNER G. Influence of work material on grinding forces [J]. Annals of the CIRP, 1978, 27(1): 243-248.
- [16] PATNAIK DURGUMAHANTI U S, SINGH V, VENKATESWARA RAO P. A new model for grinding force prediction and analysis [J]. International Journal of Machine Tools and Manufacture, 2010, 50(3): 231-240.
- [17] TANG J Y, DU J, CHEN Y P. Modeling and experimental study of grinding forces in surface grinding [J]. Journal of Materials Processing Technology, 2009, 209(6): 2847-2854.
- [18] CHUNG K W, LIU Z H. Nonlinear analysis of chatter vibration in a cylindrical transverse grinding process with two time delays using a nonlinear time transformation method [J]. Nonlinear Dynamics, 2011, 66(4): 441-456.
- [19] 刘伟, 商圆圆, 邓朝晖, 等. 基于响应曲面法的轴承钢GCr15高速外圆磨削参数优化[J]. 中国机械工程, 2019, 30(23): 2829-2834.
- LIU Wei, SHANG Yuanyuan, DENG Zhaohui, et al. Parameter optimization of high speed cylindrical grinding for bearing steel GCr15 based on response surface method [J]. China Mechanical Engineering, 2019, 30(23): 2829-2834. (In Chinese)
- [20] YUAN L, KESKINEN E, JÄRVENPÄÄ V M. Stability analysis of roll grinding system with double time delay effects [M]//IUTAM Symposium on Vibration Control of Nonlinear Mechanisms and Structures. Heidelberg: Springer-Verlag, 2006: 375-387.
- [21] ALLGOWER E L, GEORG K. Introduction to numerical continuation methods [M]. Philadelphia: SIAM, 2003: 37-46.
- [22] 张欣雨, 赵巍, 张雷, 等. 滚珠丝杠进给系统刚柔耦合动力学建模与时变动态特性分析[J]. 机床与液压, 2024, 52(13): 176-188.
- ZHANG Xinyu, ZHAO Wei, ZHANG Lei, et al. Dynamic modeling and time-varying dynamic characteristics analysis of rigid-flexible coupling for ball screw feed system [J]. Machine Tool & Hydraulics, 2024, 52(13): 176-188. (In Chinese)
- [23] 严尧, 徐鉴. 外圆磨削中的再生颤振机理及其抑制[M]. 上海: 同济大学出版社, 2019: 24-27.
- YAN Yao, XU Jian. Regenerative chatter in cylindrical grinding and its suppression [M]. Shanghai: Tongji University Press, 2019: 24-27. (In Chinese)
- [24] 段成龙. 轴承套圈加工磨削力的测量及砂轮磨损研究[D]. 洛阳: 河南科技大学, 2023: 25-31.
- DUAN Chenglong. Measurement of grinding force and study of grinding wheel wear in bearing ring machining [D]. Luoyang: Henan University of Science and Technology, 2023: 25-31. (In Chinese)

Chatter stability analysis in internal grinding of bearing rings

CHI Yulun CAO Tianyi ZHU Wenbo YING Xiao'ang

(School of Mechanical Engineering, University of Shanghai For Science and Technology, Shanghai 200093, China)

Abstract: [Objective] To effectively suppress regenerative chatter during the lateral internal grinding of bearing rings and avoid workpiece surface degradation, a two-degree-of-freedom dynamic model incorporating a nonlinear grinding force relation was established to formulate the explicit mathematical correlation between processing parameters and self-excited vibration boundaries. [Methods] Firstly, governed by the fundamental laws of force balance, the nonlinear delay differential equations coupling the elastic contact effects of the grinding wheel and the workpiece were constructed. Secondly, an additional chatter frequency constraint was introduced to substitute critical eigenvalues into the transcendental quasi-polynomial characteristic equations. The resulting boundary equations were then solved numerically via a continuation algorithm tracking system combined with the Newton-Raphson iteration to comprehensively separate the stable and unstable cutting zones within the three-dimensional parameter space (S_f - τ_1 - τ_2). Finally, modal impact testing was executed to extract the exact natural frequencies in the feed direction, which were subsequently substituted into the parameterized models to execute time-domain simulations and empirical grinding quality validations. [Results] Modal test results show that the 1st-order natural frequencies of the grinding wheel shaft and the bearing ring in the X -feed direction are 355 Hz and 200 Hz, respectively. Sensitivity evaluations reveal that below a critical workpiece speed of 40 rad/s, the stability boundary exhibits an extremely high sensitivity, triggering rapid alternations between stable and unstable cuts within minor velocity fluctuations. Conversely, operating above 40 rad/s dampens this sensitivity, allowing the grinding system to remain monotonous over wider velocity spans. Scaling down the grinding wheel speed or increasing the initial feed rate markedly suppresses the sensitivity of the system to workpiece speed adjustments. Empirically, bearing rings machined within the defined stable parameter intervals yield a superior surface roughness R_a of 0.35 μm and an inner roundness error R_n of 1.03 μm with completely clean surfaces, outperforming those processed within the unstable interval ($R_a = 0.47 \mu\text{m}$, $R_n = 1.89 \mu\text{m}$).

Key words: Chatter; Grinding; Nonlinear grinding force model; Bearing ring; Linear stability

Corresponding author: ZHU Wenbo, E-mail: teacherzwb@163.com

Received: 2024-10-13

(编辑:李立)