

## 套齿简化模型不确定性分析及其对转子动力学特性的影响

奚佳莉<sup>1</sup> 郭勤涛<sup>1</sup> 刘济稳<sup>1</sup> 贾志刚<sup>2</sup>

(1. 南京航空航天大学 机电学院, 南京 210016)

(2. 中国航空发动机集团有限公司 中国航空发动机研究院, 北京 101300)

**摘要:**【目的】在进行航空发动机转子动力学计算时通常将套齿接触结构省略,导致无法体现其刚度特性变化对转子动力特性的影响。针对该问题,考虑套齿结构刚度特性建立简化模型,并开展相关转子动力学分析计算。【方法】首先,根据套齿结构刚度等效的简化方法,将某航空发动机试验台单面套齿结构进行简化,建立了套齿连接结构的简化模型;然后,利用试验件开展相关转子固有特性试验,根据试验结果对简化模型进行参数识别,并进行参数的不确定性分析;最后,针对简化模型中等效轴段的弹性模量开展转子临界转速及应变能的影响研究。【结果】试验结果表明,转子简化模型与试验模型最大计算频率误差小于3%,证明套齿结构简化建模方法具有较高的可靠性和准确性,同时通过参数修正,更好地提高了模型的准确性;通过参数不确定性分析,证明了仿真预测计算与试验具备较好的一致性。在简化模型的转子动力学计算中,发现随着套齿等效弹性模量的增加,各阶临界转速和转子应变能都有不同幅度增加。研究可为后续工程实践中高效开展含套齿结构转子设计及整机动力学分析提供方法与参考。

**关键词:** 套齿连接结构; 简化模型; 动力学特性; 模型确认; 不确定性

**中图分类号:** V232.9 **DOI:** 10.16579/j.issn.1001.9669.2026.06.003

## 0 引言

航空发动机通常采用双转子结构,包含转速较高的高压转子和转速较低的低压转子,并通过分段驱动来提升整体推力和热效率。由于高压转子系统的跨距较小,通常使用整轴传动;而低压转子系统的跨距较大,若也采用整轴传动,会影响其振动特性。因此,低压转子结构通常采用分段装配的方法,将2个零件通过套齿连接结构连接起来。这种设计可针对不同的运行状态独立选择转子的材质、加工工艺及安装精度,进而合理利用资源并降低结构成本。但该结构不同于锁紧结构,其性能能够直接影响低压转子系统的振动特性。

精准的套齿结构刚度特性的简化模型一直是国内外学者研究的重点。李伦绪等<sup>[1]</sup>以发动机中的低压转子套齿连接结构为研究对象,探讨了该结构弯曲刚度非线性特征及其产生机制,通过构建考虑齿面接触的套齿连接结构实体有限元模型,深入分析了拧紧力矩、配合间隙、转矩对弯曲刚度的影响规律。朱彬等<sup>[2]</sup>针对套齿连接结构,创建了考虑定心面接触刚度和齿面啮合刚度影响的刚度解析模型,该模型能够较为精

准地反映套齿参数等对等效模型刚度的影响,与考虑非线性接触的有限元模型对比,该模型明显提高了计算效率。WU等<sup>[3]</sup>研究了花键的刚度特性及其对转子系统动态特性的影响。基于结构分析和力状态分析建立了一个考虑接触状态的力学模型。结果表明,结构不连续性、表面刚度和间隙配合会影响局部角刚度和线刚度的非线性和不确定性,进一步影响了转子系统的动态特性。

在简化模型方面,高原等<sup>[4]</sup>基于航空发动机单圆柱面套齿连接的结构和力学特征,研发了考虑构件间界面接触状态的力学特征分析模型,提出考虑套齿结构刚度随参数变化的简化建模方法,并与套齿接触模型进行了对比分析。根据航空发动机设计要求<sup>[5-7]</sup>,转子临界转速与工作转速应保持20%裕度,且转子应变能占比应不超过总应变能的25%。这样能够有效防止过大的弯曲变形,有效提高设计可靠性。

本文在现有研究的基础上,通过使用薄层单元模拟螺栓连接中的接触面与拧紧力矩<sup>[8]</sup>。尤其是在有限元分析(Finite Element Analysis, FEA)中,这种方法可以更准确地捕捉接触面的行为。通过等效轴段模拟套齿刚度,再通过概率论与数理统计的方法,量化模

收稿日期: 2024-11-25 修回日期: 2024-12-02

作者简介: 奚佳莉,女,2000年生,黑龙江七台河人,硕士研究生;主要研究方向为转子动力学;E-mail:xi760909@163.com。

郭勤涛(通信作者),男,1970年生,河南商丘人,博士,副教授;主要研究方向为数字化制造与智能制造、制造系统集成;E-mail:guo\_qintao@nuaa.edu.cn。

引用格式: 奚佳莉,郭勤涛,刘济稳,等.套齿简化模型不确定性分析及其对转子动力学特性的影响[J].机械强度,2026,48(6):19-28.

XI Jiali, GUO Qintao, LIU Jiwen, et al. Uncertainty analysis of simplified spline coupling model and its impact on rotor dynamic characteristics[J]. Journal of Mechanical Strength, 2026, 48(6): 19-28.



免费获取

型中的不确定性,用概率分布特征来描述其不确定性,以模型确认准则评估有限元数值模型与实际模型的一致度,并根据简化模型开展相关转子动力学计算。根据套齿结构刚度等效的方法建立简化模型,分析刚度参数对转子动力学特性的影响规律,对于航空发动机转子动力学结构设计和优化具有重要意义。

## 1 套齿连接结构力学特征分析

在对转子系统及整机振动特性进行计算时,常对套齿连接结构进行简化,不考虑刚度不连续和齿面的接触特征带来的影响,直接简化为刚性连接。在实际工作过程中,套齿连接结构的定心面、齿啮合面的接触状态受载荷参数(横向载荷、离心力、转矩、温度等)和配合特征参数(轴向预紧力、配合紧度等)影响,会使套齿连接结构的弯曲刚度发生变化。这种现象产生的原因在于连接结构界面的非连续性,使其在外载荷作用下接触面的接触状态发生变化,进而影响套齿连接结构的弯曲刚度,导致转子的动力学特性发生变化,影响整机系统的正常运转。

以某航空发动机试验台低压转子套齿结构为研究对象,该结构由低压轴右套齿(图1)和内转子套齿(图2)2部分组成,通过M14的锁紧螺母进行连接(图3)。其主要特点是利用内、外套齿传递转矩,通过定心面进行定心,锁紧螺母限制轴向位移,进而提高低压转子连接刚度。在转子设计时,为防止套齿连接结构处发生较大的接触应力和刚度变化,在套齿连接处附近设计轴承支承,以保证转子系统动力学特性的稳定性,研究对象原有结构中的2号支点位于套齿连接结构附近。

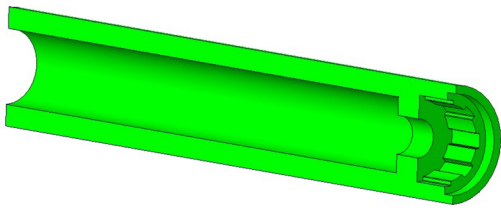


图1 低压轴右套齿结构

Fig. 1 Right spline structure of the low-pressure shaft

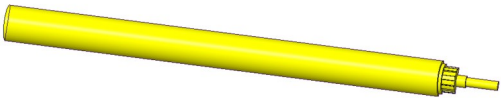


图2 内转子套齿结构

Fig. 2 Internal rotor spline coupling structure



图3 套齿连接结构

Fig. 3 Spline coupling structure

现有研究成果<sup>[9-11]</sup>对套齿连接结构进行了力学分析,得到了图4所示的刚度模型。将低压轴左、右套齿视为刚性固支连接。内转子轴与低压轴右套齿由压

紧螺栓连接,可简化为代表螺栓压紧刚度 $K_5$ 的弹簧①。将套齿啮合刚度 $K_2$ 和定心面接触刚度 $K_3$ 分别简化为弹簧②、弹簧③。低压轴右套齿和内转子连接结构的弯曲刚度分别为 $K_1$ 、 $K_4$ ,可分别简化为梁①、梁②,低压轴右套齿位于上方,内转子位于下方。由简化的力学模型可知,建立模型的关键步骤是齿面接触刚度、定心面接触刚度及连接刚度的确定。

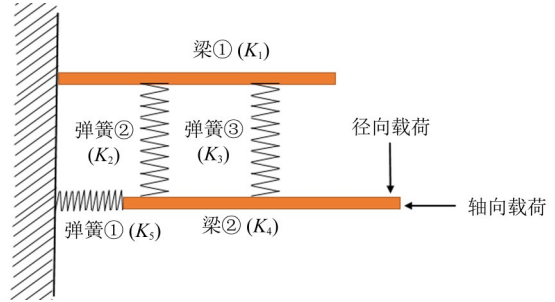


图4 套齿结构力学模型

Fig. 4 Mechanical model of the spline coupling structure

参考《航空发动机设计手册》,套齿齿面接触刚度计算式为

$$K_2^d = \sum_{i=1}^n K_{Ti} \cos^2 \phi_i \quad (1)$$

式中, $\phi_i$ 为节圆压力角; $n$ 为套齿结构啮合齿对数; $K_{Ti}$ 为第 $i$ 对齿的切向刚度。

定心面接触刚度的求解采用弹性基础模型,定心面接触是圆柱面接触。图5为圆柱面接触示意图。图5中, $R_1$ 为外轴的内圆柱面半径; $R_2$ 为内轴的外圆柱面半径。在保证内圆柱面不动的前提下,设外圆柱面下移距离为 $u$ ,两圆的交点分别为 $v_1$ 和 $v_2$ , $\theta_0$ 为定心圆交点与竖直方向的夹角。

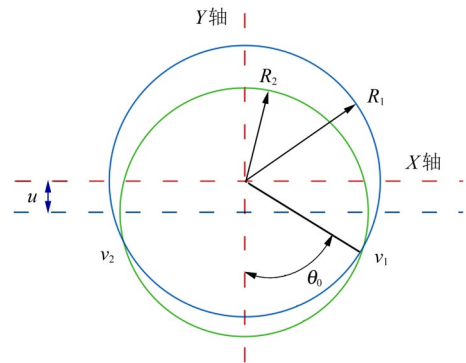


图5 圆柱面接触示意图

Fig. 5 Schematic diagram of the cylindrical surface contact

根据弹性接触理论,定心面刚度 $K_3^d$ 的求解式为

$$K_3^d = 2cE_a R_2 \left[ \frac{\sin \theta_0}{2} \sqrt{\frac{1}{n} - \sin^2 \theta_0} + \frac{R_2^2}{2u^2} \arcsin \left( \frac{u}{R_2} \sin \theta_0 \right) + \frac{\theta_0}{2} + \frac{\sin 2\theta_0}{4} - \frac{(R_2 + \Delta R) \sin \theta_0}{u} \right] \quad (2)$$

式中,  $E_a$  为定心面的弹性模量;  $c$  为由接触形式决定的系数。

参考悬臂梁的弯曲刚度计算式, 对低压轴右套齿、内转子的弯曲刚度  $K_1$  和  $K_4$  进行求解。  $K_1$  的计算式为

$$K_1 = \frac{2E_1 I_1}{L_1^3} \quad (3)$$

$$I_1 = \frac{\pi}{64} (R_3^2 - R_4^2) \quad (4)$$

式中,  $E_1$  为轴的弹性模量;  $I_1$  为轴截面的惯性矩;  $L_1$  为轴的长度;  $R_3$  为轴的外直径;  $R_4$  为轴的内直径。  $K_4$  的计算式与  $K_1$  类似。

根据典型螺栓结构的连接刚度求解压紧刚度, 连接件刚度计算式为

$$k_{0i} = \pi E_{0i} d \tan \alpha / \ln \frac{(D+d)(D-d+2t \tan \alpha)}{(D-d)(D+d+2t \tan \alpha)} \quad (5)$$

式中,  $E_{0i}$  为被连接件的弹性模量;  $t$  为被连接件的厚度;  $\alpha$  为半锥形角, 数值大小受拧紧力矩的影响;  $D$  为螺栓头部直径;  $d$  为螺栓外径。

螺栓连接结构的连接刚度计算式为

$$K_s^d = n_1 (k_{01} + k_{02}) \quad (6)$$

式中,  $k_{01}$ 、 $k_{02}$  分别为 2 个连接件的刚度;  $n_1$  为螺栓数量。

将相关参数代入计算, 其中, 拧紧力矩默认施加最大值 (30 N·mm), 可以得出各刚度的值, 如表 1 所示。

表 1 等效轴段的刚度

Tab. 1 Stiffness of the equivalent shaft segments

| $K_1$ /(N/mm)      | $K_2$ /(N/mm)      | $K_3$ /(N/mm)      | $K_4$ /(N/mm)      | $K_5$ /(N/mm)      |
|--------------------|--------------------|--------------------|--------------------|--------------------|
| $3.00 \times 10^6$ | $2.07 \times 10^7$ | $1.53 \times 10^7$ | $3.17 \times 10^6$ | $2.07 \times 10^6$ |

套齿简化方法根据前期调研将低压轴右套齿和内转子的弯曲刚度 ( $K_1$ 、 $K_4$ )、套齿啮合刚度 ( $K_2$ )、定心面接触刚度 ( $K_3$ ) 等效成一个实心轴段, 将螺栓压紧刚度 ( $K_5$ ) 等效为薄层单元。其中, 等效轴段的弯曲刚度  $K_d$  的计算式<sup>[12]</sup>为

$$\frac{1}{K_d} = \frac{1}{K_1} + \frac{1}{(K_2 + K_3)} + \frac{1}{K_4} \quad (7)$$

在等效轴段弯曲刚度确定的情况下, 需相应调整简化后连接部分的参数值, 根据实际结构合理性确定轴段外径  $D_1$ 、内径  $d_1$ 、长度  $L$  为尺寸参数, 此次简化将轴段外径  $D_1$  与 2 个结构的外径保持一致, 长度  $L$  与套齿结构长度保持一致, 根据式 (8) 计算出等效轴段的弹性模量  $E_d$  为 28 925. 11 MPa。同理, 根据  $K_5$  确定刚度, 设定薄层单元相关参数<sup>[13-14]</sup>, 得到其弹性模量  $E_6$  = 13 911. 24 MPa。最后确定的简化模型如图 6 所示。

$$E_d = \frac{32K_d L^3}{\pi(D_1^4 - d_1^4)} \quad (8)$$

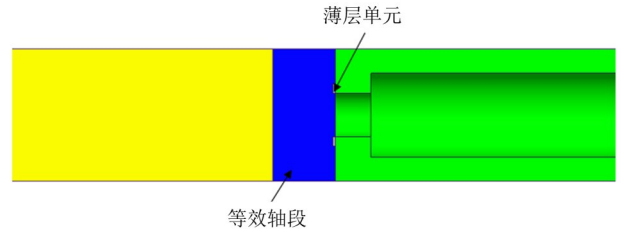


图 6 套齿结构简化模型

Fig. 6 Simplified model of the spline coupling structure

## 2 套齿简化模型仿真与试验

### 2.1 套齿简化模型的有限元仿真

通过 Ansys Workbench 软件验证简化模型的正确性。简化模型各部分采用 Bonded 绑定接触, 赋予材料参数, 等效轴段和薄层单元的密度与其他零件密度保持一致, 泊松比设为 0.3, 等效轴段与薄层单元的弹性模量与计算结果保持一致, 采用映射的方法划分单元, 单元大小为 2 mm, 模型总计单元数量为 90 606, 有限元模型如图 7 所示。



图 7 套齿简化结构有限元模型

Fig. 7 Finite element model of the spline coupling simplified structure

### 2.2 套齿实际结构的模态试验

通过试验模态分析, 能够得到套齿准确的模态信息, 进而验证和校准简化套齿的有限元模型。采用锤击激励法对结构进行模态试验, 试验零件如图 8 所示, 结构中的螺栓型号为 M14。



图 8 套齿试验件

Fig. 8 Test piece of the spline coupling

采用柔性弹力带悬挂套齿结构, 模拟自由-自由边界条件, 如图 9 所示。通过力锤敲击产生激励, 对结构总共布置 5 个测点, 对每个测点垂直向下重复敲击 3 次, 用加速度传感器测量测点 5 受击后的加速度, 测点设置如图 10 所示。测试中, 着重分析频段为 0~2 000 Hz 的信号, 用 OROS 信号分析仪收集输入和输出信号, 并将信号传递给模态参数识别软件 N-Model,

对结构进行模态分析。

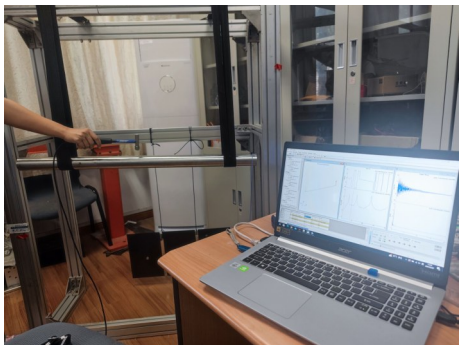


图9 套齿模态试验

Fig. 9 Modal test of the spline coupling



图10 套齿模态试验的测点

Fig. 10 Measurement points for the modal test of the spline coupling

对套齿试验件进行8组模态试验,在每次试验中,2个零件重新装配且更换不同套齿接触面,每次都拆卸螺栓,有时还需更换螺栓。当螺栓预紧力达到一定值时,结构固有频率基本不会产生影响,故每次试验采用最大力矩  $30 \text{ N} \cdot \text{mm}$  进行装配,尽量减少预紧力对结构的影响,最终测得的幅-频曲线如图11所示。

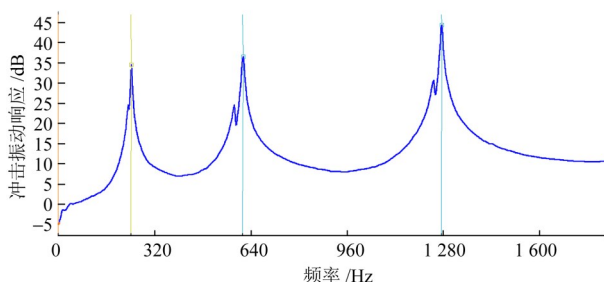


图11 模态的幅-频曲线

Fig. 11 Modal amplitude-frequency curve

通过多组试验测得套齿结构的前3阶模态振型,与仿真结构进行对比,如图12~图17所示。



图12 试验结果的第1阶模态振型

Fig. 12 First-order modal shape of test results



图13 仿真结果的第1阶模态振型

Fig. 13 First-order modal shape of simulation results

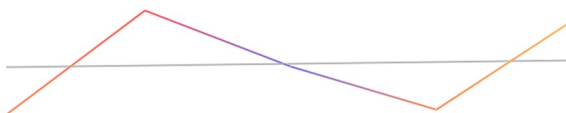


图14 试验结果的第2阶模态振型

Fig. 14 Second-order modal shape of test results

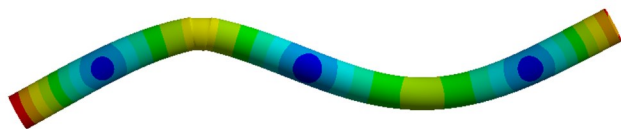


图15 仿真结果的第2阶模态振型

Fig. 15 Second-order modal shape of simulation results



图16 试验结果的第3阶模态振型

Fig. 16 Third-order modal shape of test results

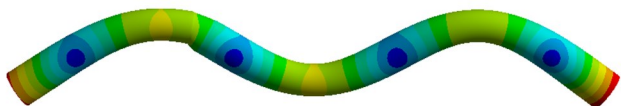


图17 仿真结果的第3阶模态振型

Fig. 17 Third-order modal shape of simulation results

各组试验同一阶频率的偏差约为  $20 \text{ Hz}$ ,对试验数据进行处理,得到前3阶模态的频率均值和标准差,如表2所示。

表2 前3阶模态频率试验结果的均值和标准差

Tab. 2 Mean and standard deviation of test frequencies for the first three modes

| 参数     | 第1阶    | 第2阶    | 第3阶      |
|--------|--------|--------|----------|
| 均值/Hz  | 243.59 | 617.96 | 1 277.50 |
| 标准差/Hz | 4.58   | 14.69  | 9.42     |

根据套齿的理论模型,简化模型与定心面刚度、齿面接触刚度和螺栓压紧刚度紧密相关。在实际加工中,套齿不同齿面的粗糙度及尺寸形位精度都存在不同,不同组试验的拧紧力矩也存在微小误差,故在试验中更换不同套齿接触面及螺栓能够影响整个试验结果。因此,对整个结构模型进行不确定性分析十分必要。

### 3 等效轴段参数修正

由于套齿位于低压轴上,最大工作转速为  $15\,000 \text{ r/min}$ ,且前2阶模态质量参与因子较高,故以第1阶和第2阶试验和仿真频率误差之和最小为修正目标,来识别简化的等效轴段的弹性模量  $E$  与泊松比  $\mu$ 。

设定  $E \in [15\,000, 45\,000] \text{ MPa}$ 、 $\mu \in [0.2, 0.5]$ ,通过拉丁超立方试验方法,抽取50个样本点,对50个样本点进行仿真计算。根据50组仿真模态数据,运用多项式回归法拟合响应面<sup>[15]</sup>,第1阶和第2阶模态频率的响应面分别如图18、图19所示。

根据建立的响应面,在弹性模量与泊松比范围区间内选择10万个点进行计算,以第1阶和第2阶频率误差之和最小为目标<sup>[16]</sup>,寻找最优解,如图20所示(为了便于观察,图中只显示了500个点)。修正后,弹性

模量  $E$  为 23 292.0 MPa,泊松比  $\mu$  为 0.419 7。

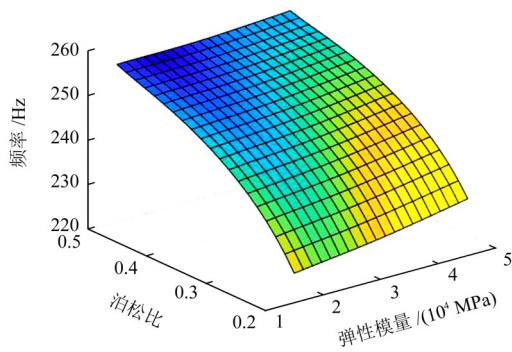


图 18 第 1 阶频率-响应面

Fig. 18 First-order frequency-response surface

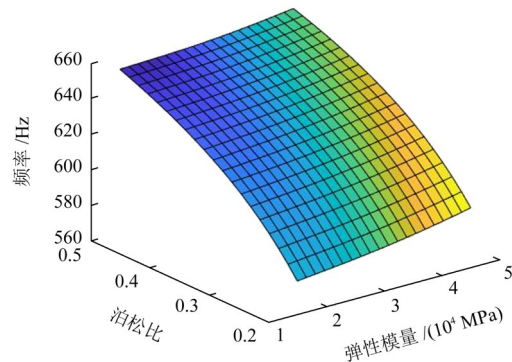


图 19 第 2 阶频率-响应面

Fig. 19 Second-order frequency-response surface

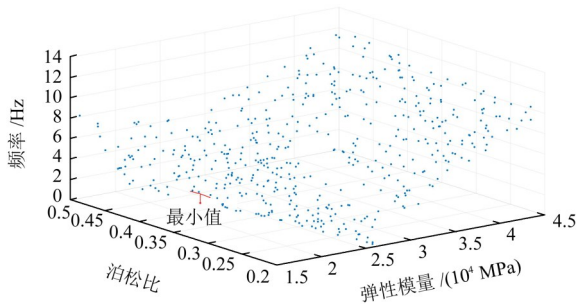


图 20 随机抽取的 500 个点的各阶频率的误差和

Fig. 20 Sum of errors of each order frequency for 500 randomly sampled points

将修正参数后的有限元模型与试验分析模型进行节点和自由度匹配,计算 2 种模态振型的相关性,前 3 阶试验与仿真的振型匹配模态确认准则 (Modal Assurance Criterion, MAC) 值如图 21 所示。

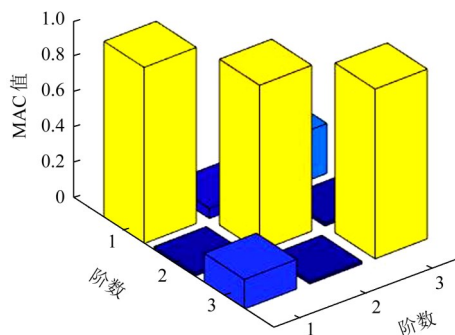


图 21 前 3 阶模态的 MAC 值

Fig. 21 MAC values of the first three modes

将修正前、后的仿真数据与试验数据进行对比,如表 3 所示。参数识别后的套齿模型的前 2 阶频率平均误差从 1.39% 降至 0.05%,平均 MAC 值为 96.81%。修正后,第 3 阶模态的频率误差也有所降低,且 MAC 值达到了 96.09%。

表 3 参数修正前、后仿真数据与试验数据对比

Tab. 3 Comparison of simulation and test data before and after parameter correction

| 阶次 | 试验频率/Hz  | 修正前      |        | 修正后      |        | MAC/% |
|----|----------|----------|--------|----------|--------|-------|
|    |          | 仿真频率/Hz  | 频率误差/% | 仿真频率/Hz  | 频率误差/% |       |
| 1  | 243.59   | 246.73   | 1.29   | 243.39   | 0.08   | 99.71 |
| 2  | 617.96   | 627.15   | 1.49   | 618.05   | 0.01   | 93.92 |
| 3  | 1 277.50 | 1 311.92 | 2.69   | 1 304.50 | 2.1    | 96.09 |

## 4 套齿结构的模型确认与应用计算

### 4.1 套齿结构的模型确认

由于泊松比对整个模态试验结果的影响远小于弹性模量,因此在简化结构的模型确认中,需要对具有不确定性的等效轴段的弹性模量的概率分布特征进行统计分析,其符合正态分布  $N(23\ 292.00, 5\ 100^2)$  (单位:MPa)。根据各阶对应频率值,直接对其进行不确定性反向传递;根据试验频率的标准差,用分布代数法获得不确定性参数的标准差。根据建立好的响应面模型,以试验频率均值为目标响应量,对不确定性参数进行修正,将修正后的值作为不确定性参数的均值。根据得到的不确定参数的均值与标准差,对其随机抽样,计算这些参数样本点下的模态频率值,得出各阶频率的统计特征。将各阶频率与试验初值的分布进行对比,结果如表 4 所示。

表 4 试验与识别结果的误差

Tab. 4 Error between test and identification results

| 阶次 | 试验值    |        | 反向传递后的仿真值 |        | 均值误差/% | 重合度  |
|----|--------|--------|-----------|--------|--------|------|
|    | 均值/Hz  | 标准差/Hz | 均值/Hz     | 标准差/Hz |        |      |
| 1  | 243.59 | 4.58   | 243.39    | 6.17   | -0.08  | 0.87 |
| 2  | 618.00 | 14.69  | 616.97    | 15.67  | 0.02   | 0.98 |

根据均值与标准差绘制的 2 种概率密度曲线如图 22、图 23 所示。

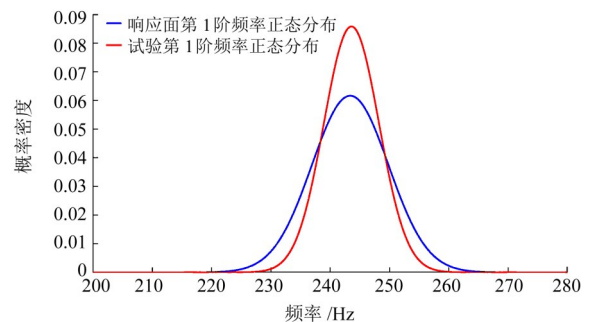


图 22 第 1 阶概率密度曲线

Fig. 22 First-order probability density curves

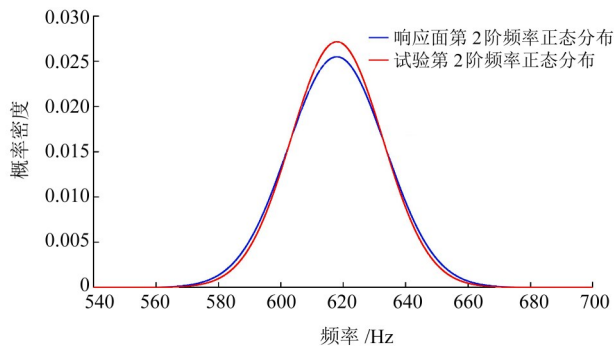


图 23 第 2 阶概率密度曲线

Fig. 23 Second-order probability density curves

由图 22、图 23 可知,第 1 阶的标准差存在一定差距,但是从两阶频率的均值误差和重合度来看,仿真计算预测和试验具有较好的统一性。

将等效轴段代入双转子模型中,如图 24 所示。利用 Ansys Workbench 软件计算高、低压激励的临界转速,得到的模态振型如图 25~图 27 所示。

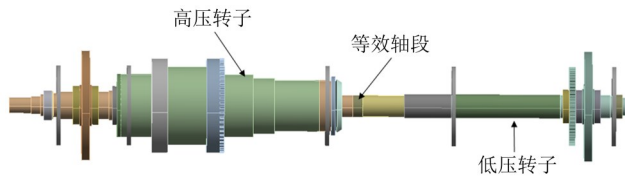


图 24 双转子等效模型

Fig. 24 Dual rotor equivalent model

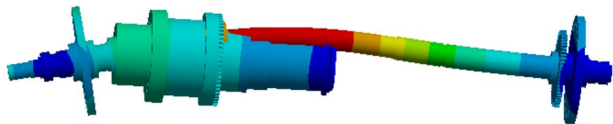


图 25 第 1 阶模态振型

Fig. 25 First-order modal shape

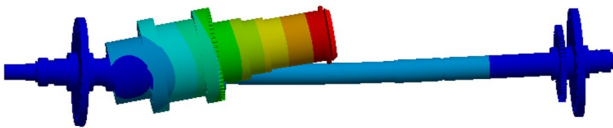


图 26 第 2 阶模态振型

Fig. 26 Second-order modal shape

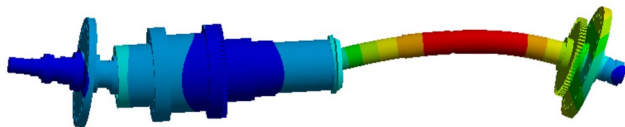


图 27 第 3 阶模态振型

Fig. 27 Third-order modal shape

等间隔地选取等效轴段的弹性模量的多个值[选取范围在  $N(23\,292.00, 5\,100^2)$  的均值(23 292. 00)的正、负 3 个标准差范围内],进行临界转速仿真计算。各转速下前 3 阶低压激励临界转速服从正态分布,最大转速下的均值和标准差如表 5 所示。同理,由高压转子激励的临界转速结果如表 6 所示。

表 5 低压转子激励的临界转速

| Tab. 5 Critical speed for excitation of low-pressure rotor |          |          |           |
|------------------------------------------------------------|----------|----------|-----------|
| 参数                                                         | 第 1 阶    | 第 2 阶    | 第 3 阶     |
| 均值/(r/min)                                                 | 5 322.12 | 9 960.06 | 15 631.82 |
| 标准差/(r/min)                                                | 22.21    | 2.46     | 16.82     |

表 6 高压转子激励的临界转速

| Tab. 6 Critical speed for excitation of high-pressure rotor |          |         |           |
|-------------------------------------------------------------|----------|---------|-----------|
| 参数                                                          | 第 1 阶    | 第 2 阶   | 第 3 阶     |
| 均值/(r/min)                                                  | 5 390.41 | 9 715.8 | 15 984.68 |
| 标准差/(r/min)                                                 | 8.40     | 0.12    | 4.83      |

转子应变能是指当转子发生形变时,外力在形变位移上所做的功,其分布可用于表征转子变形和受力状态,能够间接表征转子的陀螺力矩、结构内力等,进而反映临界转速、支点动载荷等多个动力特性。以高、低压转速最大时模态应变能分布为例,将上文中随机选取的弹性模量代入计算,结果显示,应变能分布数值略有不同,但在转子上的总体分布趋势相同。前 3 阶转子的模态应变能分布如图 28~图 30 所示。由于第 1 阶和第 3 阶高压转子应变能几乎为零,为了更好地体现应变能的分布,不再考虑高压转子的应变能。



图 28 第 1 阶应变能分布

Fig. 28 First-order strain energy distribution

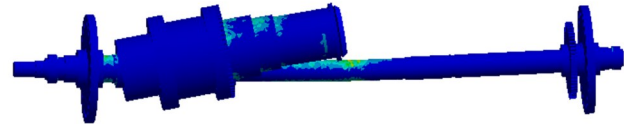


图 29 第 2 阶应变能分布

Fig. 29 Second-order strain energy distribution

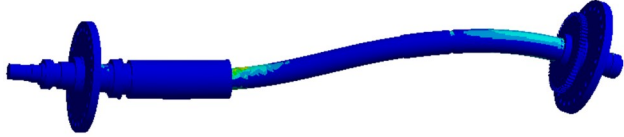


图 30 第 3 阶应变能分布

Fig. 30 Third-order strain energy distribution

应变能主要分布在轴承与转子中,得到的前 3 阶转子应变能占总应变能的比例服从正态分布,均值和标准差如表 7 所示。

表 7 转子应变能占比的均值和标准差

| Tab. 7 Mean and standard deviation of rotor strain energy proportion |       |       |       |
|----------------------------------------------------------------------|-------|-------|-------|
| 统计学参数                                                                | 第 1 阶 | 第 2 阶 | 第 3 阶 |
| 均值/%                                                                 | 54.50 | 5.44  | 59.51 |
| 标准差/%                                                                | 0.51  | 0.08  | 0.20  |

在等效轴段正态分布区间计算临界转速与应变能,表明了预测分析所得的等效轴段弹性模量正态分

布规律能够很好地描述临界转速与应变能分布特征,至此完成整体目标应用结构的模型建立。

## 4.2 套齿简化模型应用计算

等效模型实际是从套齿结构的刚度出发,在转子系统中套齿的刚度过大或过小均会引发较大问题,故将等效轴段的弹性模量在 18~60 GPa 内取值,针对临界转速及应变能对 8 组数据进行分析。仿真计算中,一般在 1.5 倍工作转速以下进行分析,故在 0~20 000 r/min 转速区间内进行计算。

### 4.2.1 低压转子激励的临界转速

低压转子激励的第 1 阶临界转速结果如图 31 所示。由图 31 可知,转速会随着套齿弹性模量的增加而逐步增加,弹性模量越大,第 1 阶临界转速越高。当高压转子转速为 20 000 r/min 时,由套齿变化引起的转速差值最大,达到 198.66 r/min,最大变化量占平均临界转速的 3.52%。随着高压转子转速的增大,8 组弹性模量下的临界转速整体变化趋势保持一致。当高压转子转速在 12 000~16 000 r/min 时,临界转速的增幅较大。

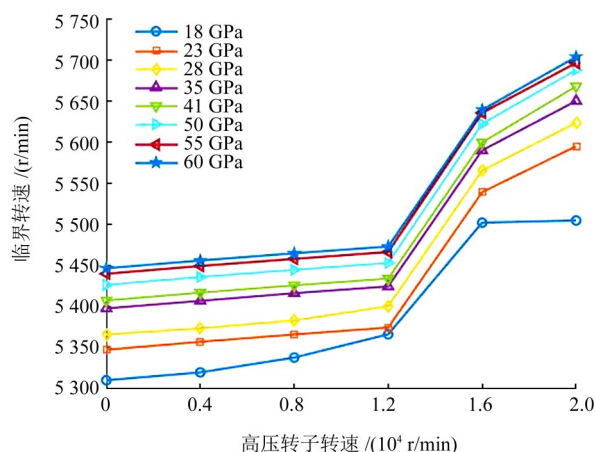


图 31 不同弹性模量下低压激励的第 1 阶临界转速

Fig. 31 First-order critical speed of low-pressure rotor excitation for different elastic moduli

低压转子激励的第 2 阶临界转速计算结果如图 32 所示,其增幅相较于第 1 阶临界转速大大减少。当高压转子转速为 20 000 r/min 时,临界转速存在最大差值,为 36.65 r/min;同时,变化量相较于临界转速平均值的占比达到最大,为 0.34%。以上结果表明,弹性模量对低压激励的第 2 阶临界转速几乎不产生影响。

低压转子激励的第 3 阶临界转速同前 2 阶一样,会随着弹性模量的增加而增加,如图 33 所示。当高压转子转速为 8 000 r/min 时,由套齿弹性模量引起的临界转速的变化达到最大,为 161.09 r/min,变化量占比达到最大,为 0.96%。虽然弹性模量能够引起一定的临界转速变化,但由于第 3 阶临界转速本身基数过大,整体来看,弹性模量对于低压转子激励的第 3 阶临界转速几乎不产生影响。

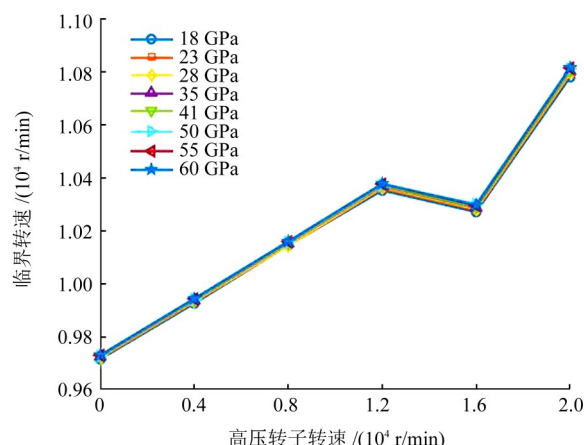


图 32 不同弹性模量下低压激励的第 2 阶临界转速

Fig. 32 Second-order critical speed of low-pressure rotor excitation for different elastic moduli

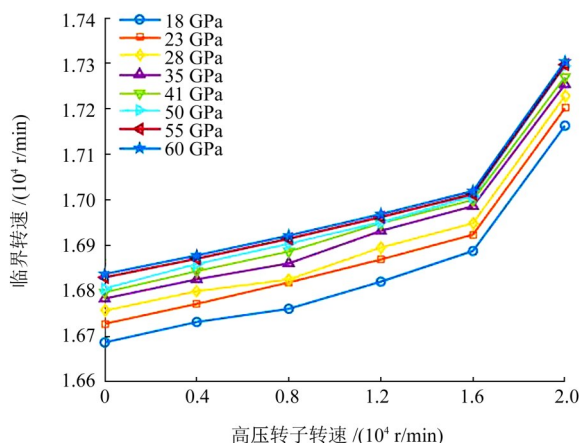


图 33 不同弹性模量下低压激励的第 3 阶临界转速

Fig. 33 Third-order critical speed of low-pressure rotor excitation for different elastic moduli

### 4.2.2 高压转子激励的临界转速

高压转子激励的第 1 阶临界转速的计算结果如图 34 所示。由图 34 可知,该临界转速与低压转子激励的第 1 阶临界转速相比偏小,且当低压转子转速在 16 000~20 000 r/min 时,临界转速减小,但无论低压转子转速如何,临界转速都会随着等效轴段弹性模量的增加而逐步增加。当低压转子转速为 20 000 r/min 时,由弹性模量变化引起的临界转速的变化量最大,为 144.05 r/min;变化量占比最大为 2.65%。上述结果表明,等效轴段的弹性模量对高压激励的第 1 阶临界转速能够产生一定影响。

高压转子激励的第 2 阶临界转速的计算结果如图 35 所示。与低压激励的第 2 阶临界转速相比,整体临界转速变化量变大。当低压转子转速为 20 000 r/min 时,弹性模量变化引起的临界转速的变化量最大,为 58.33 r/min;变化量占比最大为 0.87%,相较于低压转子激励的第 2 阶临界转速,变化量较大。

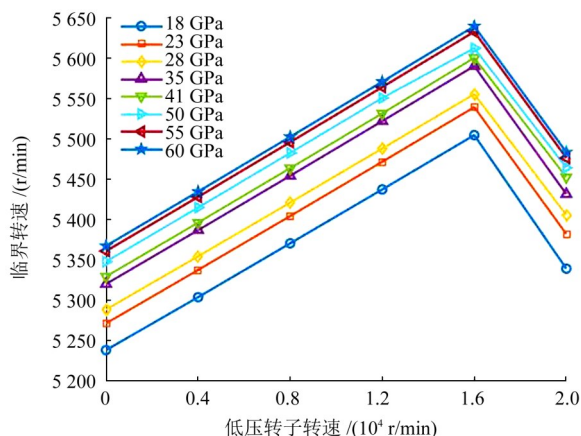


图 34 不同弹性模量下高压激励的第1阶临界转速

Fig. 34 First-order critical speed of high-pressure rotor excitation for different elastic moduli

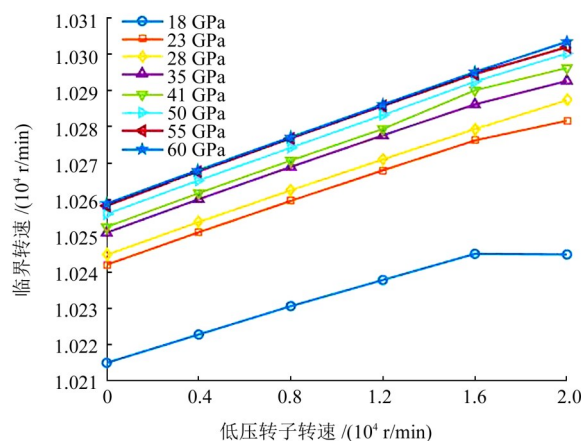


图 35 不同弹性模量下高压激励的第2阶临界转速

Fig. 35 Second-order critical speed of high-pressure rotor excitation for different elastic moduli

高压转子激励的第3阶临界转速计算结果如图36所示。当低压转子转速为12 000 r/min时,由弹性模量引起的临界转速的变化量达到136.28 r/min,由于基数较大,变化量占比最大仅为0.81%。

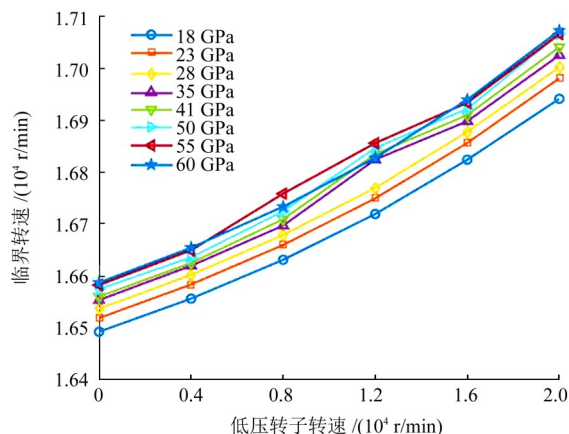


图 36 不同弹性模量下高压激励的第3阶临界转速

Fig. 36 Third-order critical speed of high-pressure rotor excitation for different elastic moduli

#### 4.2.3 应变能

以高、低压转子仿真中的最大转速20 000 r/min为例,进行计算统计。第1阶振型为低压转子弯曲1次,转子应变能主要集中在低压转子弯曲最大处。当套齿弹性模量不同时,第1阶总应变能及转子的应变能占比如图37所示。由图37可知,当弹性模量在18~60 GPa时,总应变能随着弹性模量的增加逐渐增大,且转子应变能占比均在53%以上。从计算结果上看,随着弹性模量的增加,分布在轴承上的应变能减少,而总应变能增加,故转子应变能占比逐渐增加。

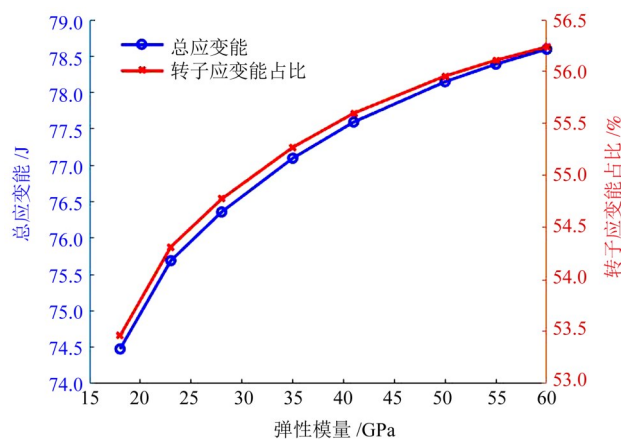


图 37 不同弹性模量下的第1阶应变能

Fig. 37 First-order strain energy under different elastic moduli

第2阶振型为高压转子俯仰、低压转子轻微弯曲1次,转子上的应变能主要集中于高压转子俯仰后端与低压转子弯曲处。当套齿弹性模量不同时,第2阶总应变能与转子应变能占比如图38所示。由图38可知,当弹性模量在18~60 GPa时,总应变能随着弹性模量的增加逐渐增大,转子应变能占比非常小,均在6%以内,且变化非常小。结果显示,由于振型,85%以上的应变能主要集中在3号支点的轴承处,即第2阶振型高压转子俯仰处的支点。因此,第2阶应变能分布变化不明显。

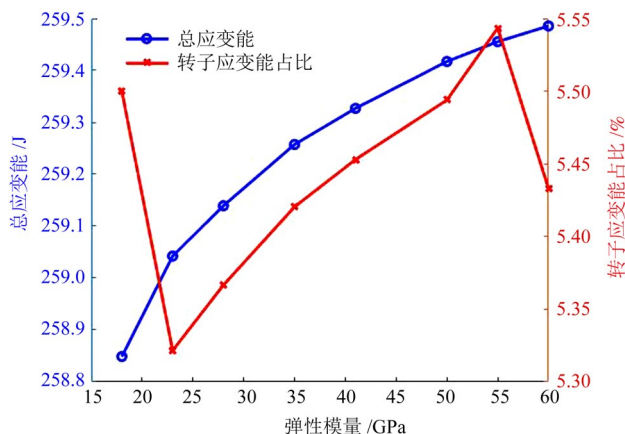


图 38 不同弹性模量下的第2阶应变能

Fig. 38 Second-order strain energy under different elastic moduli

第3阶振型为低压转子弯曲2次,转子上的应变能主要集中于低压转子弯曲处。当套齿弹性模量不同时,第3阶总应变能与转子应变能占比如图39所示。由图39可知,当弹性模量在18~60 GPa时,总应变能随着弹性模量的增加逐渐增大,转子应变能占比减小,总体占比均在59%以上。套齿弹性模量引起的转子应变能变化非常小,且总应变能基数很大。在8组弹性模量数据中,转子应变能占比改变量不足1%。因此,弹性模量对转子应变能占比基本不产生影响。

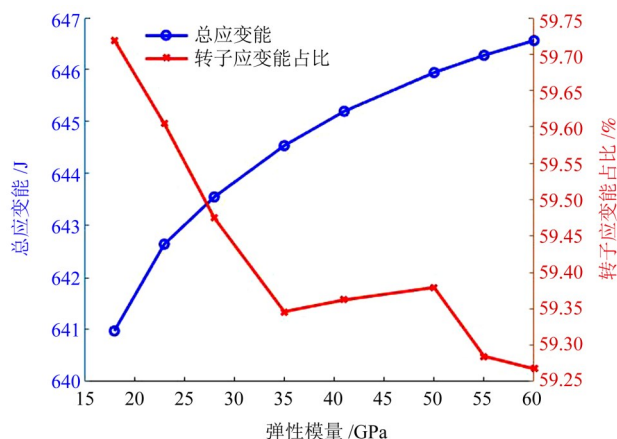


图39 不同弹性模量下的第3阶应变能

Fig. 39 Third-order strain energy under different elastic moduli

总的来看,由于套齿相对于整个转子系统来说体积较小,套齿结构参数对于整个转子动力学特性能够产生有限的影响,具体的影响程度还要根据转子振型特点与套齿结构所在位置共同决定。

## 5 结论

基于等效轴段和薄层单元简化模型,对目标结构进行了简化,并开展了相关计算试验,得出主要结论如下:

1)通过模态试验,对仿真简化模型与真实的试验件进行了对比,验证了简化模型的正确性;通过响应面法对简化模型进行了修正,并进行了不确定性分析;根据试验反向传递得到的结果,预测了最大转速下前3阶转子临界转速与应变能占比的不确定性,完成整体目标结构的模型确认与应用计算。

2)通过在合理范围内改变等效轴段的弹性模量,发现高、低压转子激励的临界转速及模态总应变能随着套齿弹性模量的增加而增加,也就是随着套齿刚度的增加而增加。转子应变能占比变化较小。

3)由简化模型计算转子动力学特性,发现套齿结构参数对临界转速与应变能的影响有限,且对某些阶数的临界转速与应变能几乎不产生影响。具体的影响程度还要根据转子振型特点与套齿结构所在位置共同决定。

本文重点在于对套齿简化模型方法进行验证,并根据简化模型分析套齿连接结构对双转子动力学特性的影响。后续将进一步完善参数修正方法及转子动力学仿真技术,进而提高整体计算精度,为工程实践中开展含套齿结构的转子及整机的动力学计算提供参考。

## 参考文献(References)

- [1] 李伦绪,陈果,杨默晗. 航空发动机套齿连接结构刚度特性仿真分析及试验研究[J]. 中国机械工程,2022,33(18):2249-2257.  
LI Lunxu, CHEN Guo, YANG Mohan. Simulation analysis and experimental study of stiffness characteristics of aero-engine spline couplings[J]. China Mechanical Engineering, 2022, 33(18): 2249-2257. (In Chinese)
- [2] 朱彬,杨诚,刘焯辉,等. 套齿连接结构力学模型及其刚度影响因素[J]. 机械设计与制造,2019(增刊1):86-90.  
ZHU Bin, YANG Cheng, LIU Yehui, et al. Mechanical modeling for the spline joint and the influence factors investigation for its stiffness[J]. Machinery Design & Manufacture, 2019(Suppl. 1): 86-90. (In Chinese)
- [3] WU F Y, LIANG Z C, MA Y H, et al. Bending stiffness and dynamic characteristics of a rotor with spline joints [C]// Proceedings of the ASME 2013 International Mechanical Engineering Congress and Exposition. New York: ASME, 2013: V04AT04A058. (In Chinese)
- [4] 高原,王晓伟,何奥迪,等. 套齿连接转子简化建模及动力特性分析[J]. 航空发动机,2023,49(6):62-68.  
GAO Yuan, WANG Xiaowei, HE Aodi, et al. Simplified modeling and dynamic characteristics analysis of rotor with spline coupling [J]. Aeroengine, 2023, 49(6): 62-68. (In Chinese)
- [5] 《航空发动机设计手册》编委会. 航空发动机设计手册:第19册 转子动力学及整机振动[M]. 北京:航空工业出版社,2000:79-158.  
Editorial Board of the *Aircraft Engine Design Manual*. Aircraft engine design manual: volume 19, rotor dynamic and unit vibration [M]. Beijing: Aviation Industry Press, 2000: 79-158. (In Chinese)
- [6] 刘聪,杨海,杨哲夫,等. 基于应变能分布的高速转子系统动力特性设计[J]. 机械工程学报,2023,59(17):136-147.  
LIU Cong, YANG Hai, YANG Zhefu, et al. Dynamic property design of high-speed rotor system based on strain energy distribution[J]. Journal of Mechanical Engineering, 2023, 59(17): 136-147. (In Chinese)
- [7] 陈亮,彭刚,田锦. 某航空发动机高压转子总体结构设计 with 动力特性评估[J]. 机电信息,2023(15):27-33.  
CHEN Liang, PENG Gang, TIAN Jin. Overall structural design and dynamic characteristic evaluation of high-pressure rotor for a certain aero-engine [J]. Mechanical and Electrical Information, 2023(15): 27-33. (In Chinese)
- [8] 秦清珍,郭勤涛,展铭,等. 基于薄层单元法的螺栓连接结构有限元模型确认[J]. 强度与环境,2019,46(6):41-50.  
QIN Qingzhen, GUO Qintao, ZHAN Ming, et al. Finite element model validation of bolted connection structure basing thin layer element method[J]. Structure & Environment Engineering, 2019, 46(6): 41-50. (In Chinese)
- [9] 董超,郑楠,李中生,等. 套齿连接结构简化建模及模型修正方法

- [J]. 航空发动机, 2026, 52(3): 47-53.
- DONG Chao, ZHENG Nan, LI Zhongsheng, et al. Study on simplified modeling and model correction method of spline coupling[J]. Aeroengine, 2026, 52(3): 47-53. (In Chinese)
- [10] MURA A. Sensitivity analysis of a six degrees of freedom displacement measuring device[J]. Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part C: Journal of Mechanical Engineering Science, 2014, 228(1): 158-168.
- [11] ZHANG Q C, LI W X, LIANG Z C, et al. Study on the stiffness loss and its affecting factors of the spline joint used in rotor systems [C]//Proceedings of the ASME Turbo Expo 2014: Turbine Technical Conference and Exposition. New York: ASME, 2014: V07AT31A019.
- [12] 胡建伟. 套齿联接转子系统的动力学特性研究[D]. 沈阳: 东北大学, 2020: 87-90.
- HU Jianwei. Research on dynamic characteristics of rotor system with spline coupling [D]. Shenyang: Northeastern University, 2020: 87-90. (In Chinese)
- [13] 姚星宇, 王建军, 翟学. 航空发动机螺栓连接薄层单元建模方法[J]. 北京航空航天大学学报, 2015, 41(12): 2269-2279.
- YAO Xingyu, WANG Jianjun, ZHAI Xue. Modeling method of bolted joints of aero-engine based on thin-layer element [J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2015, 41(12): 2269-2279. (In Chinese)
- [14] 展铭. 螺栓连接结构动力学多响应模型修正与确认方法研究[D]. 南京: 南京航空航天大学, 2020: 1-137.
- ZHAN Ming. Research on model updating and validation of bolt jointed structures based on multi dynamic responses[D]. Nanjing: Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, 2020: 1-137. (In Chinese)
- [15] 陈学前, 沈展鹏, 刘信恩. 基于响应面与灵敏度分析的区间不确定性参数识别方法[J]. 振动与冲击, 2019, 38(16): 267-273.
- CHEN Xueqian, SHEN Zhanpeng, LIU Xin'en. A method of interval uncertain parameter identification based on a response surface model and sensitivity analysis[J]. Journal of Vibration and Shock, 2019, 38(16): 267-273. (In Chinese)
- [16] 张学仪, 何小妹, 刘峻峰, 等. 基于蒙特卡洛法的叶片型面参数测量不确定度分析[J]. 航空制造技术, 2021, 64(12): 94-101.
- ZHANG Xueyi, HE Xiaomei, LIU Junfeng, et al. Evaluation of uncertainty in blade parameter measurement based on Monte Carlo method [J]. Aeronautical Manufacturing Technology, 2021, 64(12): 94-101. (In Chinese)

## Uncertainty analysis of simplified spline coupling model and its impact on rotor dynamic characteristics

XI Jiali<sup>1</sup> GUO Qintao<sup>1</sup> LIU Jiwen<sup>1</sup> JIA Zhigang<sup>2</sup>

(1. College of Mechanical & Electrical Engineering, Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, Nanjing 210016, China)

(2. Aero Engine Academy of China, AECC, Beijing 101300, China)

**Abstract:** [Objective] In the rotor dynamic calculation of aero-engine, spline coupling is usually omitted, which leads to the problem that the influence of the change of its stiffness characteristics on the rotor dynamic characteristics cannot be reflected. Aiming at this problem, a simplified model was established considering the stiffness characteristics of the spline coupling, and the related rotor dynamic analysis and calculation were carried out. [Methods] Firstly, according to the simplified method of the equivalent stiffness of the spline coupling, the single-sided spline coupling of an aero-engine test bench was simplified, and a simplified model of the spline coupling was established. Secondly, the test pieces were used to carry out the relevant rotor inherent characteristic test, and the parameters of the simplified model were identified according to the test results, and the uncertainty of the parameters was analyzed. Finally, the influence of the critical speed and strain energy of the rotor was studied for the elastic modulus of the equivalent shaft section in the simplified model. [Results] The test results show that the maximum calculation frequency error between the simplified rotor model and the test model is less than 3%, which proves that the simplified modeling method of the spline coupling has high reliability and accuracy, and the accuracy of the model is better improved by parameter correction. Through the analysis of parameter uncertainty, it is proved that the simulation prediction calculation is in good agreement with the test. In the rotor dynamic calculation of the simplified model, it is found that with the increase of the equivalent elastic modulus of spline coupling, the critical speed of each order and the strain energy of the rotor increase in different ranges. This study provides a method and reference for the efficient design of rotor with spline coupling and the dynamic analysis of the whole machine in the subsequent engineering practice.

**Key words:** Spline coupling structure; Simplified model; Dynamic characteristic; Model verification; Uncertainty

Corresponding author: GUO Qintao, E-mail: guo\_qintao@nuaa.edu.cn

Received: 2024-11-25

Revised: 2024-12-02

(编辑: 刘欢欢)