

行星增速箱临界转速预测与模型修正

黄红涛^{1,2} 史祎博^{1,3} 陈俊豪¹ 脱云盛⁴ 黄帅宗¹ 侯耐¹ 师陆冰¹ 屈阳华⁵

[1. 郑机所(郑州)传动科技有限公司, 郑州 450001]

[2. 吉林大学 机械与航空航天工程学院, 长春 130025]

[3. 中国机械总院集团郑州机械研究所有限公司, 郑州 450001]

[4. 北京长征天民高科技有限公司, 北京 100176]

[5. HJJ装备部驻郑州地区军事代表室, 郑州 450005]

摘要:【目的】针对某型超高速双联行星增速齿轮箱在强度测试中可能面临的共振风险,开展其动力学特性预测研究,旨在建立高置信度的临界转速预测模型。【方法】首先,构建了包含柔性箱体的刚柔耦合动力学模型,通过模态分析与Campbell图预测其临界转速;其次,通过搭建振动测试台进行降速试验,识别了系统实际临界转速;最后,针对仿真与试验的偏差,分析了轴承支承刚度对前3阶临界转速的灵敏度规律,并采用参数反演优化方法对轴承支承刚度进行了修正。【结果】结果表明,输入轴与行星轴轴承支承刚度分别对1阶、3阶临界转速起主导作用;修正后的模型预测值与试验值误差小于5%,为该类增速器的动力学设计、状态预测及故障诊断提供了可靠的模型基础。

关键词: 双联行星增速齿轮箱; 临界转速; 刚柔耦合模型; 支承刚度; 参数反演; 模型修正

中图分类号: TH132.425; TH113.1 **DOI:** 10.16579/j.issn.1001.9669.2026.04.013

0 引言

行星齿轮增速箱以其结构紧凑、传动比大及承载能力强等优势,在航空、风电、高速工业传动等领域得到广泛应用。然而,其复杂的耦合动力学行为,尤其是在高速工况下,由齿轮啮合激励、结构共振等引发的振动与噪声问题,已成为制约传动系统可靠性及性能提升的关键瓶颈。因此,对行星齿轮箱进行精确的动力学建模与振动特性分析,预测并规避其共振风险,这对于高端装备的自主研发具有重要意义。

在行星传动系统动力学特性研究方面,国内外学者已取得显著进展。朱新龙等^[1]利用Romax软件对减速箱箱体进行了有限元模态分析,凸显了箱体柔性在系统动态响应中的不可忽视性。宿博康等^[2]对汇行星排的固有特性进行了深入分析与试验验证。张俊等^[3]则进一步创建了将内齿圈柔性考虑在内的行星传动刚柔耦合动力学模型。这些研究均证实了考虑结构柔性以及结合仿真与试验方法在传动系统动力学分析中的有效性。针对动态响应分析,王成龙等^[4]探讨了柔性齿圈的行波振动特性。杨军^[5]、刘振皓^[6]则分别通过试验和仿真,研究了变载荷激励与不同转速对系统振动特性的影响。在精细化建模与性能优化

方面,汤兆平等^[7-9]研究并展示了Romax软件在分析传动系统动态特性、力学性能及进行结构优化方面的强大能力,为减速器的设计与改进提供了重要工具和深入见解。

支承刚度作为影响转子系统动力学特性的核心边界条件,其与临界转速的内在关联机制一直是转子动力学领域的研究热点。聂卫健等^[10]明确指出,高速柔性转子的临界转速随支承刚度增大呈非线性提升趋势,且在低刚度区间对刚度变化更为敏感。屈美娇等^[11-12]进一步揭示,支承刚度变化可能引发整机耦合振动、振型跃迁等复杂动力学现象,凸显了开展系统分析的必要性。在分析方法应用方面,梁康源^[13]、王磊等^[14]采用传递矩阵法,蒋聪等^[15-16]运用有限元法,均在临界转速计算与振动特性研究中取得良好效果。罗忠等^[17]通过试验研究验证了支承刚度及各向异性的关键影响。潘宏刚等^[18-19]则借助灵敏度分析,量化了支承参数对系统动力学行为的贡献度。

由以上研究成果可见,尽管学者在行星传动动力学与转子临界转速分析方面已奠定坚实基础,但针对高速增速工况下的双联行星齿轮箱,如何利用试验数据对模型关键参数进行有效修正,从而构建高置信度的刚柔耦合动力学模型,仍是当前研究面临的突出难

收稿日期: 2025-11-28 修回日期: 2025-12-03

基金项目: 河南省中央引导地方科技发展基金项目(Z20241471007)

作者简介: 黄红涛,男,1979年生,河南漯河人,正高级工程师; 主要研究方向为高可靠长寿命精密齿轮传动技术; E-mail:13937183652@163.com。

师陆冰(通信作者),男,1991年生,河南许昌人,博士,高级工程师; 主要研究方向为齿轮传动; E-mail:shilubing91@163.com。

引用格式: 黄红涛,史祎博,陈俊豪,等.行星增速箱临界转速预测与模型修正[J].机械强度,2026,48(4):112-121.

HUANG Hongtao, SHI Yibo, CHEN Junhao, et al. Critical speed prediction and model correction of a dual-planetary gear speed increaser [J]. Journal of Mechanical Strength, 2026, 48(4): 112-121.



免费获取

点。为此,本文以某型超高速双联行星增速齿轮箱为研究对象,融合仿真分析与试验测试,对其振动特性展开深入探究。需要明确的是,本文主要关注转子系统的横向弯曲振动及其临界转速问题。与此同时也充分认识到齿轮副传动误差激励下的周向扭转振动是另一个同等重要且相互关联的动力学研究方向,但为聚焦核心,本文未将其纳入主要分析框架。

在具体研究过程中,虽然齿轮时变啮合刚度、阻尼参数等对系统整体动态特性同样具有重要影响,但为聚焦核心问题,本文首先从对整体模态影响显著且相对独立的支承刚度参数入手,在仿真软件中建立了包含柔性箱体的传动系统刚柔耦合动力学模型,通过模态分析与 Campbell 图计算,预测了系统的固有频率与临界转速;其次,搭建了振动测试试验台,通过降速过程,测试识别了系统实际临界转速。然后,针对仿真与试验结果的初始偏差,重点分析了各轴承支承刚度对临界转速的灵敏度;最后,基于试验数据,采用参数反演优化方法对模型中的轴承刚度进行了精确修正,最终获得了与试验结果高度吻合的高置信度动力学模型。研究成果为该型增速箱的动态设计、状态预测与故障诊断提供了可靠的试验方法与依据。

1 齿轮系统结构组成及参数

双联行星增速齿轮箱传动系统结构如图 1 所示。系统由输入轴、输出轴、2 级太阳轮、行星架、箱体、3 个双联行星轮组成,其中,低速太阳轮通过花键连接在输入轴上,高速太阳轮通过花键连接在输出轴上,行星架与箱体固连在一起。

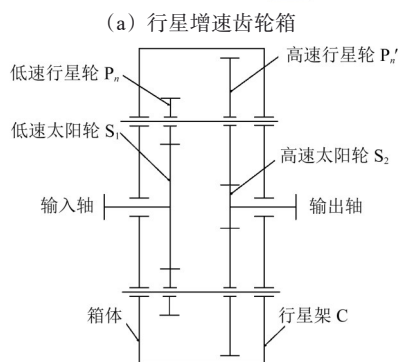
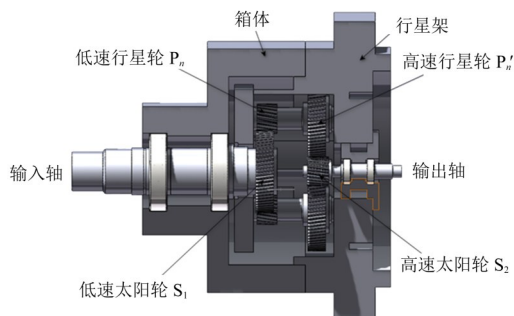


图 1 双联行星增速齿轮箱传动系统

Fig. 1 Dual-planet gearbox speed increasing transmission system

整个系统的传动过程:由输入轴上的低速太阳轮 S_1 输入,经过双联行星轮 P_n 、 P'_n 传输,最后由输出轴上的高速太阳轮 S_2 输出。

行星增速器基本参数如表 1 所示。

表 1 行星齿轮增速器基本参数

Tab. 1 Basic parameters of planetary gear speed increaser

| 参数 | 低速级 | | 高速级 | |
|---------|---------|---------|----------|---------|
| | 太阳轮 | 行星轮 | 行星轮 | 太阳轮 |
| 齿数 | 67 | 22 | 68 | 23 |
| 模数/mm | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 压力角/(°) | 20 | 20 | 20 | 20 |
| 螺旋角/(°) | 10 | 10 | 8 | 8 |
| 齿宽/mm | 15 | 17 | 15 | 18 |
| 变位系数 | 0.412 7 | 0.451 5 | -0.235 5 | 0.288 6 |

2 刚柔耦合动力学仿真模型的搭建与分析

2.1 传动系统刚性模型

首先,通过仿真软件建立增速齿轮箱传动系统的模型。依次建立低速齿轮组、高速齿轮组、输入轴、行星轴、输出轴等部件,依据轴承型号在软件自带的轴承库中选择所需要的轴承,在软件中对行星增速齿轮箱传动系统各部件进行三维组装,定义各个轴在软件中的相对位置以及各齿轮在轴上的相对位置,在保证轴相对位置的同时也要考虑到齿轮能够正常啮合。所建立的增速器传动系统刚性模型如图 2 所示。

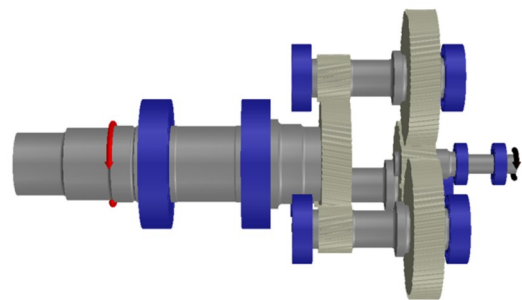


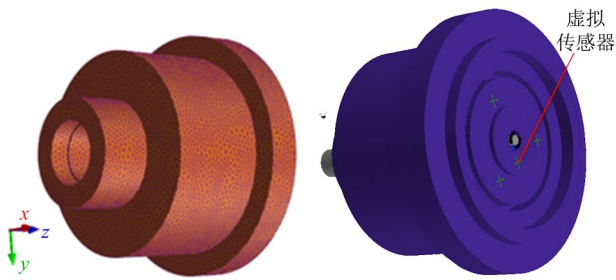
图 2 增速器传动系统刚性模型

Fig. 2 Rigid model of the speed increaser transmission system

2.2 箱体有限元模型

增速器箱体原始三维模型结构复杂,表面分布有大量螺栓连接孔、放油孔以及多种尺寸的圆角与倒角等细微特征。这些结构在全局刚度分析中影响甚微,但在有限元网格划分过程中,会迫使局部单元尺寸过小,导致单元数量激增,不仅显著增加计算资源消耗,还可能引起收敛困难,甚至导致计算失败。为此,参考相关建模经验,对箱体模型进行简化:①移除所有过渡圆角、倒角、进出油口及地脚螺栓孔等非承载特征;②假设箱体为理想焊接结构,各焊接处强度与母材相当;③将箱体与主行星架、行星架盖板及高速轴承座在建模时视为连续整体,忽略实际装配中的螺栓

连接及相应螺孔。基于上述原则,在 SolidWorks 软件中完成箱体三维几何的构建与简化,并将简化后的模型导入仿真软件中进行网格划分与约束设置,最终建立箱体有限元模型,如图 3(a)所示。



(a) 箱体网格划分 (b) 刚柔耦合模型
图 3 箱体有限元模型

Fig. 3 Finite element model of the gearbox housing

将有限元箱体进行定位并缩聚有限元模型,建立的增速齿轮箱刚柔耦合模型如图 3(b)所示。同时,在箱体上添加额外响应节点作为虚拟传感器,用于后续分析箱体该位置处的振动响应,其布置位置如表 2 所示。

表 2 虚拟传感器布置位置

Tab. 2 Virtual sensor placement position

| 节点 | 位置 |
|----|--------------|
| 1 | 输入端靠近低速太阳轮 |
| 2 | 输出端靠近高速太阳轮 |
| 3 | 输出端靠近高速行星轮 1 |
| 4 | 输出端靠近高速行星轮 2 |
| 5 | 输出端靠近高速行星轮 3 |

2.3 连接与边界条件定义

2.3.1 轴承刚度计算

轴承均为角接触球轴承,输入轴轴承为 FAG B7008 型,行星轴轴承为 B7003 型,输出轴轴承为 B71900 型。各轴承的详细参数如表 3 所示。

表 3 轴承详细参数

Tab. 3 Detailed parameters of bearings

| 型号 | 内径/ mm | 外径/ mm | 宽度/ mm | 滚珠数 | 接触角/ (°) | 滚珠直径/ mm |
|--------|-----------|-----------|-----------|-----|-------------|-------------|
| B7008 | 40 | 68 | 15 | 15 | 15 | 8.5 |
| B7003 | 17 | 30 | 10 | 12 | 15 | 5.5 |
| B71900 | 10 | 22 | 6 | 12 | 15 | 3.0 |

输入轴的最大转速为 16 500 r/min,输入轴的质量为 0.75 kg。根据《航空发动机设计手册》^[20],输入轴采用 G₁ 平衡等级,则总不平衡量 U_{perm} 为

$$U_{perm} = \frac{GM}{1000\omega} = 0.43 \text{ g} \cdot \text{mm} \quad (1)$$

式中, G 为平衡等级值; M 为转子质量; ω 为转子工作角速度。

转速按最大 15% 超转计算,即 19 000 r/min。由不平衡量导致的径向惯性载荷^[21]为

$$F_r = m\omega^2 r = U_{perm}\omega^2 = 1.70 \text{ N} \quad (2)$$

式中, m 为不平衡质量; r 为不平衡质量所处的半径。

输入轴由 2 个轴承提供支承。由于轴承存在游隙,导致输入轴在转动过程中可能存在只有 1 个轴承受力的情况,这种情况轴承的径向载荷最大。最大径向载荷等于径向惯性载荷、啮合力、转子重力之和,则输入轴的最大径向载荷 F_{max} 为

$$\begin{cases} F_{max} = F_r + Mg + F_n = 77.61 \text{ N} \\ F_n = \frac{F_t}{\cos \alpha \cos \beta} = 68.83 \text{ N} \end{cases} \quad (3)$$

式中, g 为重力加速度, $g = 9.8 \text{ m/s}^2$; F_n 为啮合力; F_t 为圆周力; α 为接触角; β 为螺旋角。

根据《航空发动机手册》^[22],对于纯径向变形,角接触球轴承的径向变形 δ_r 的计算式为

$$\delta_r = \frac{0.00044}{\cos \alpha} \left(\frac{Q_0^2}{D_b} \right)^{1/3} \quad (4)$$

式中, D_b 为滚动体直径; Q_0 为受载最大的滚动体负荷,可用滚动体平均负荷来代替,即

$$Q_0 = \frac{F_{max}}{m_b} = 5.174 \text{ N} \quad (5)$$

式中, m_b 为滚珠数。

将各参数代入式(4)可得,轴承的径向变形 $\delta_r = 6.68 \times 10^{-4} \text{ mm}$ 。轴承径向刚度可通过轴承最大径向载荷与径向变形的比值进行等效计算。可得输入轴轴承的径向刚度为 $1.16 \times 10^5 \text{ N/mm}$,行星轴轴承的径向刚度为 $8.42 \times 10^4 \text{ N/mm}$,输出轴轴承的径向刚度为 $4.72 \times 10^4 \text{ N/mm}$ 。

由文献[23]可知,角接触球轴承的轴向刚度与径向刚度之比为 $\cot \alpha$ 。本文轴承的接触角为 15° ,因此其轴向刚度约为径向刚度的 3.73 倍。计算得到的各轴承支承刚度具体数值如表 4 所示。

表 4 轴承支承刚度

Tab. 4 Bearing support stiffness

| 类型 | 输入轴轴承 | 行星轴轴承 | 输出轴轴承 |
|-----------------------------|-------|-------|-------|
| 径向刚度/(10^7 N/m) | 11.6 | 8.42 | 4.72 |
| 轴向刚度/(10^7 N/m) | 43.3 | 31.40 | 17.60 |

2.3.2 啮合刚度计算

啮合刚度采用仿真软件内置解析算法求解,仿真软件内置了基于能量法的解析算法,这种方法将轮齿简化为变截面悬臂梁,通过计算弯曲、剪切、轴向压缩及接触变形能,综合求解齿轮的啮合刚度。该方法计算速度快,适用于系统级分析和优化设计。

3 传动系统动力学仿真与分析

3.1 模态分析

对行星增速齿轮箱进行动力学分析的前提是要有功率载荷,在输入轴上添加输入功率载荷,在输出

轴上添加输出功率载荷。本文选取齿轮箱在运行过程中的时间占比最高的工作转速工况来做仿真分析,对应的电动机输入参数数值如表 5 所示。

表 5 运行工况电动机参数

Tab. 5 Motor parameters under operating conditions

| 工况 | 输出轮转速/ (r/min) | 电动机转速/ (r/min) | 电动机功率/ kW | 电动机转矩/ (N·m) |
|----|-------------------|-------------------|--------------|-----------------|
| 值 | 100 000 | 2 360 | 7.56 | 6.5 |

传动系统模型搭建完成后,利用仿真软件中的动力学分析模块对系统进行模型分析。在分析设置时,选取虚拟传感器节点 1 为监测点,计算低速齿轮组与高速齿轮组的传递误差和平均啮合刚度,并将结果引入到系统的 NVH(Noise-Vibration-Harshness)分析中。需要注意的是当前模型虽包含了时变啮合刚度作为内部激励,但主要用于计算动态啮合力并影响通过轴承传递到箱体的振动,而非用于精确求解周向扭转共振频率。仿真分析时输入轴的转速设置为 0~18 000 r/min,系统传动误差设置为 1 μm,设置相关参数及分析条件,对系统进行模态分析,提取系统的前 10 阶模态。前 10 阶固有频率如表 6 所示。

表 6 固有频率

Tab. 6 Natural frequency

| 模态阶数 | 固有频率/Hz | 模态阶数 | 固有频率/Hz |
|------|---------|------|---------|
| 1 | 1 707.8 | 6 | 2 958.0 |
| 2 | 1 726.7 | 7 | 3 225.5 |
| 3 | 2 421.6 | 8 | 3 430.7 |
| 4 | 2 424.9 | 9 | 3 445.0 |
| 5 | 2 920.3 | 10 | 3 547.2 |

3.2 Campbell 图分析

当增速器承受外部激励时,若激励频率与系统某阶固有频率处于相近区间,会引发系统振幅显著放大的共振现象。共振作用下,双联行星齿轮增速器易产生过量变形与动应力,严重时将导致机械结构出现损伤甚至完全失效。对于行星齿轮传动系统而言,其激振力频率 f_e 可表示为

$$f_e = \frac{Zn}{60} \quad (6)$$

式中, Z 为齿数; n 为转速。

当系统固有频率与激振力频率趋于一致时,共振现象即会发生。受陀螺效应影响,随着转子自转角速度的提升,正进动固有频率呈上升趋势,而反进动固有频率则逐渐降低。由于系统临界转速由正进动模态与激励线的交点所决定,因此仅需针对正进动固有频率展开分析。分别选取 N 阶($N = 2, 4, 6, 7, 9$)正进动固有频率曲线绘制 Campbell 图,如图 4 所示。图 4 中,曲线与激励线的交点对应的转速即为系统临界转速,平行于横坐标的 5 根直线为 $N = 2, 4, 6, 7, 9$ 阶正进动

固有频率值,以原点出发的射线为输出轴转频线。

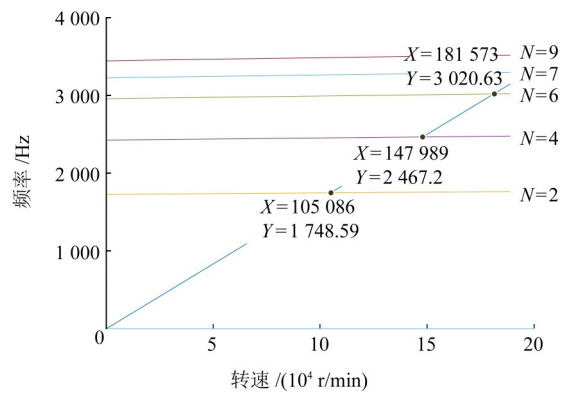


图 4 传动系统 Campbell 图

Fig. 4 Campbell diagram of the transmission system

根据 Campbell 图得到整机耦合状态下齿轮箱的临界转速。1 阶临界转速为 105 086 r/min(1 748.6 Hz), 2 阶临界转速为 147 989 r/min(2 467.2 Hz), 3 阶临界转速为 181 573 r/min(3 020.6 Hz)。前 3 阶临界转速对应的振型如图 5~图 7 所示。

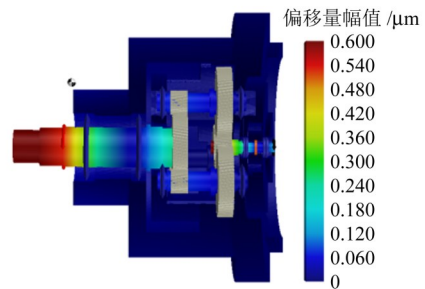


图 5 1 阶临界转速振型

Fig. 5 First-order critical speed mode shape

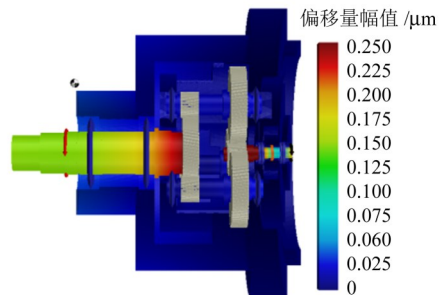


图 6 2 阶临界转速振型

Fig. 6 Second-order critical speed mode shape

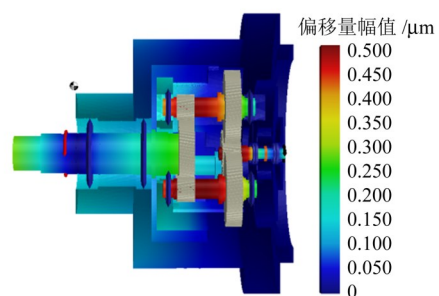


图 7 3 阶临界转速振型

Fig. 7 Third-order critical speed mode shape

4 试验测试与模型验证修正

4.1 试验系统结构及组成

行星增速齿轮箱振动测试试验台由驱动电动机、转速转矩传感器、驱动齿轮箱、待测行星增速齿轮箱组成,图8为试验系统实物图。其中,试验驱动电动机为Y250M-2型三相异步电动机,额定功率为55 kW,额定转矩为177 N·m,额定转速为2 970 r/min。转速转矩传感器为NJ2D型,精度等级为0.2,额定转矩为2 000 N·m,最大转速为4 000 r/min。驱动齿轮箱采用增速比为4.71的平行轴齿轮箱。信号采集仪为INV3065N2型多通道数据采集分析仪,最高采样频率可达256 kHz。

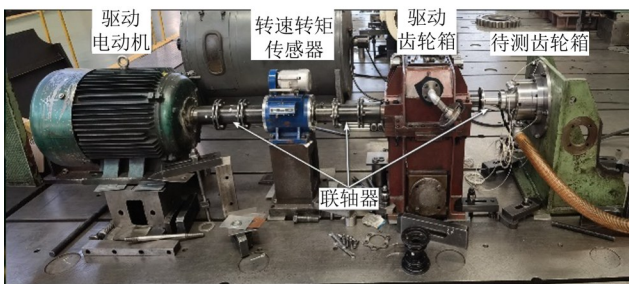


图8 试验系统实物图

Fig. 8 Physical diagram of the test system

试验采样频率设置为80 kHz,设置5个测点,15个通道并行采样。加速度传感器采用三轴加速度传感器,安装方向定义如下:平行于设备轴向为Z轴,垂直方向为Y轴,水平径向为X轴,放置位置与表2中虚拟传感器测点位置一致。传感器测点位置如图9所示。

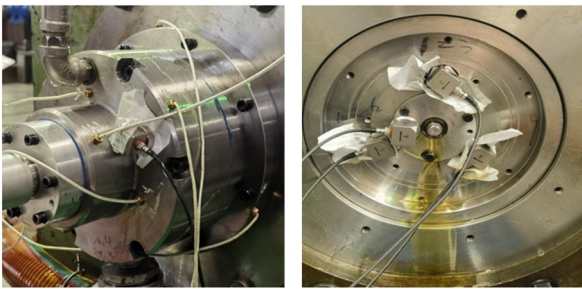


图9 传感器测点位置图

Fig. 9 Sensor measuring point layout diagram

4.2 振动加速度试验

为获取增速箱在不受齿轮啮合载荷激励影响下的纯机械结构模态参数,试验在无负载(空转)条件下进行,是模型校验和参数辨识的基础。图10所示为增速箱降速过程的输出轴轴承的X轴振动加速度波形图,图11所示为输出轴转速随时间变化曲线。

图12所示为齿轮箱降速过程,输出轴轴承的振动加速度峰峰值。由图12可知,振动加速度峰峰值随转速降低,整体呈减小趋势,但转速降至122 032、82 226.6、23 379.4 r/min时,振动峰峰值存在突增现

象,该转速点疑似为增速箱的临界转速点。

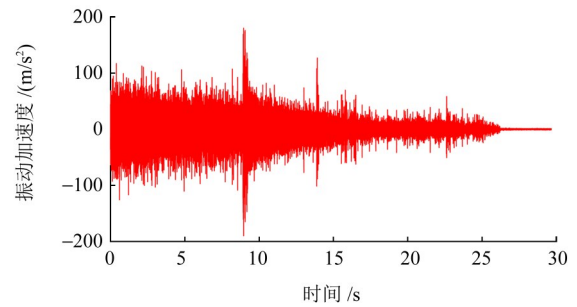


图10 振动时域波形图

Fig. 10 Vibration time-domain waveform diagram

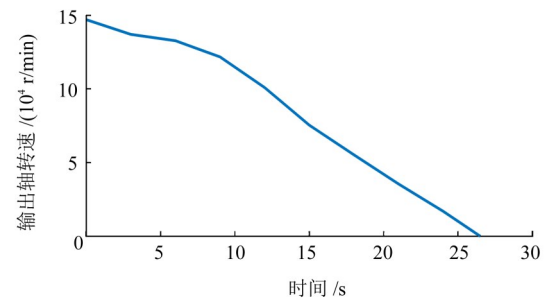


图11 转速-时间变化曲线

Fig. 11 Curve of rotational speed-time

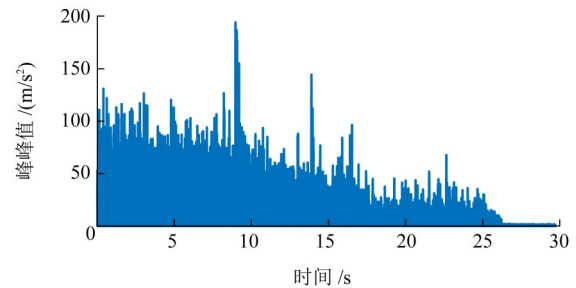


图12 振动加速度峰峰值

Fig. 12 Peak-to-peak value of the vibration acceleration

4.3 仿真模型的验证与修正

对比仿真结果与试验结果可知,仿真得到的临界转速值与试验得到的存在较大误差。由于临界转速取决于系统的固有频率,而固有频率由系统的质量矩阵和刚度矩阵决定,其中质量矩阵主要来自转子、齿轮等旋转部件的质量分布,相对容易计算准确。刚度矩阵由轴本身的弯曲刚度和轴承的支承刚度共同组成,由于轴承刚度具有高度的非线性和时变性,其不是常数,而是一个动态变量,会受到径向载荷、转速、预紧力、温度等因素的影响。同时,轴承座与基础结构的柔性被忽略。实际上,轴承是安装在轴承座里的,轴承座又固定在齿轮箱体上,箱体再连接到基础上。轴承座、箱体、基础的柔性共同构成了“支承链刚度”。这个“支承链”的刚度往往比轴承自身的刚度低一个数量级^[24]。如果仿真模型中只考虑了轴承刚度,而忽略了轴承座和箱体的柔性,就会严重高估系统的总刚度。

因此,轴承支承刚度是产生误差的最大的不确定

因素,可以通过试验修正模型与引入支承链柔性的方法提升精度,减小误差。用试验修正模型即以试验结果为基准,反向调整仿真模型中的关键不确定参数(主要是轴承支承刚度),使仿真结果与试验结果吻合,这是一个不断迭代的过程。

在不改变转子质量分布与结构形式的前提下,以表 4 所列支承刚度参数为基准,通过数值计算分析系统前 3 阶临界转速随各轴承支承刚度的演变规律,为借助支承刚度调整实现转子临界转速的优化提供理论支撑。

4.3.1 输入轴轴承支承刚度的变化规律

在其余轴承支承刚度不变的条件下,当输入轴轴承的支承刚度 K_a 在 $[10^6, 10^9]$ N/m 变化时,增速箱前 3 阶临界转速的具体计算结果如表 7 所示,对应的各阶临界转速变化率数据如表 8 所示。

表 7 改变 K_a 时的临界转速

Tab. 7 Critical speed when changing K_a

| 支承刚度 $K_a/(10^6 \text{ N/m})$ | 1 阶临界转速/ (r/min) | 2 阶临界转速/ (r/min) | 3 阶临界转速/ (r/min) |
|----------------------------------|---------------------|---------------------|---------------------|
| 1 | 15 289.0 | 103 831 | 156 418 |
| 3 | 23 353.5 | 104 671 | 156 445 |
| 5 | 29 233.9 | 105 847 | 156 463 |
| 8 | 36 122.3 | 107 191 | 156 499 |
| 10 | 39 741.2 | 108 027 | 156 541 |
| 30 | 64 180.1 | 117 608 | 156 922 |
| 50 | 77 621.0 | 127 906 | 157 352 |
| 80 | 90 579.2 | 135 740 | 157 971 |
| 100 | 97 110.2 | 140 457 | 158 770 |
| 300 | 128 360 | 150 538 | 165 323 |
| 500 | 138 273 | 155 914 | 168 011 |
| 800 | 141 297 | 162 130 | 170 699 |
| 1 000 | 141 801 | 163 978 | 172 715 |

表 8 改变 K_a 时的临界转速变化率

Tab. 8 Rate of change of critical speed when changing K_a

| $K_a/(10^6 \text{ N/m})$ | 1 阶临界转速 变化率/% | 2 阶临界转速 变化率/% | 3 阶临界转速 变化率/% |
|--------------------------|------------------|------------------|------------------|
| 1~10 | 159.93 | 4.04 | 0.786 |
| 10~100 | 144.36 | 30.02 | 1.42 |
| 100~1 000 | 46.02 | 16.75 | 8.78 |

分析表 7、表 8 可知:

1) 当输入轴轴承的支承刚度从 1×10^6 N/m 提升至 1×10^8 N/m 时,1 阶临界转速呈显著增长,增幅达 304.29%;随着支承刚度进一步增大,1 阶临界转速的增长速率逐渐放缓,最终趋于稳定,不再发生明显变化。

2) 在输入轴轴承支承刚度的不同变化区间内,2 阶临界转速呈阶段性提升特征:由 1×10^6 N/m 增至 1×10^7 N/m、 1×10^7 N/m 增至 1×10^8 N/m、 1×10^8 N/m 增至 1×10^9 N/m 的增幅分别为 4.04%、30.02%、

16.75%,累计总增幅达到 50.81%。

3) 输入轴轴承支承刚度由 1×10^6 N/m 增至 1×10^8 N/m 的过程中,3 阶临界转速基本不变;当刚度继续由 1×10^8 N/m 提升至 1×10^9 N/m 时,3 阶临界转速出现小幅增长,增幅为 8.78%。

4.3.2 行星轴轴承支承刚度的变化规律

在其余轴承支承刚度不变的条件下,当行星轴轴承的支承刚度 K_b 在 $[10^6, 10^9]$ N/m 变化时,增速箱前 3 阶临界转速的具体计算结果如表 9 所示,对应的各阶临界转速变化率数据详如表 10 所示。

表 9 改变 K_b 时的临界转速

Tab. 9 Critical speed when changing K_b

| 支承刚度 $K_b/(10^6 \text{ N/m})$ | 1 阶临界转速/ (r/min) | 2 阶临界转速/ (r/min) | 3 阶临界转速/ (r/min) |
|----------------------------------|---------------------|---------------------|---------------------|
| 1 | 9 408.6 | 46 596.8 | 79 511.2 |
| 3 | 10 080.6 | 68 227.1 | 90 464.1 |
| 5 | 10 920.7 | 83 527.6 | 100 063 |
| 8 | 11 856.9 | 92 909.9 | 111 369 |
| 10 | 12 035.1 | 97 278.2 | 124 015 |
| 30 | 12 341.9 | 102 498 | 130 512 |
| 50 | 12 360.7 | 103 516 | 157 053 |
| 80 | 12 390.0 | 108 138 | 173 357 |
| 100 | 12 405.2 | 109 665 | 177 022 |
| 300 | 12 449.7 | 113 513 | 179 692 |
| 500 | 12 471.9 | 114 198 | 179 809 |
| 800 | 12 488.1 | 114 553 | 179 952 |
| 1 000 | 12 488.1 | 114 694 | 180 037 |

表 10 改变 K_b 时的临界转速变化率

Tab. 10 Rate of change of critical speed when changing K_b

| $K_b/(10^6 \text{ N/m})$ | 1 阶临界转速 变化率/% | 2 阶临界转速 变化率/% | 3 阶临界转速 变化率/% |
|--------------------------|------------------|------------------|------------------|
| 1~10 | 27.92 | 108.77 | 55.97 |
| 10~100 | 3.08 | 12.73 | 42.74 |
| 100~1 000 | 0.67 | 4.59 | 1.70 |

分析表 9、表 10 可知:

1) 当行星轴轴承的支承刚度由 1×10^6 N/m 增至 1×10^9 N/m 时,1 阶临界转速的变化幅度较小,且随着支承刚度的进一步提升,1 阶临界转速基本保持稳定,未出现明显波动。

2) 行星轴轴承支承刚度由 1×10^6 N/m 增至 1×10^7 N/m 时,2 阶临界转速呈显著增长,增幅达 108.77%;此后,随着支承刚度持续增大,2 阶临界转速的增长速率逐渐减缓,最终趋于稳定,不再发生明显变化。

3) 在行星轴轴承支承刚度的不同变化区间内,3 阶临界转速呈阶段性大幅提升特征。支承刚度由 1×10^6 N/m 增至 1×10^7 N/m 的增幅为 55.97%,支承刚度由 1×10^7 N/m 增至 1×10^8 N/m 的增幅为 42.74%,累计总增幅达 98.71%。当支承刚度继续增大时,3 阶临

界转速逐渐趋于稳定,不再出现明显变化。

4.3.3 输出轴轴承支承刚度的变化规律

在其余轴承支承刚度不变的条件下,当输出轴轴承的支承刚度 K_c 在 $[10^6, 10^9]$ N/m 变化时,增速箱前3阶临界转速的具体计算结果如表11所示,对应的各阶临界转速变化率数据如表12所示。

表 11 改变 K_c 时的临界转速

Tab. 11 Critical speed when changing K_c

| 支承刚度 $K_c/(10^6 \text{ N/m})$ | 1阶临界转速/(r/min) | 2阶临界转速/(r/min) | 3阶临界转速/(r/min) |
|-------------------------------|----------------|----------------|----------------|
| 1 | 12 429.2 | 39 314.5 | 169 691 |
| 3 | 12 449.7 | 58 467.7 | 178 427 |
| 5 | 12 471.9 | 68 212.4 | 178 628 |
| 8 | 12 471.9 | 76 780.9 | 178 960 |
| 10 | 12 488.1 | 80 981.2 | 179 047 |
| 30 | 12 488.1 | 103 495 | 179 390 |
| 50 | 12 488.1 | 114 561 | 179 593 |
| 80 | 12 488.1 | 124 502 | 179 808 |
| 100 | 12 488.1 | 128 793 | 179 922 |
| 300 | 12 488.1 | 143 806 | 180 515 |
| 500 | 12 488.1 | 147 585 | 180 750 |
| 800 | 12 488.1 | 149 795 | 180 905 |
| 1 000 | 12 488.1 | 150 576 | 180 964 |

表 12 改变 K_c 时的临界转速变化率

Tab. 12 Rate of change of critical speed when changing K_c

| $K_c/(10^6 \text{ N/m})$ | 1阶临界转速变化率/% | 2阶临界转速变化率/% | 3阶临界转速变化率/% |
|--------------------------|-------------|-------------|-------------|
| 1~10 | 0.47 | 105.98 | 5.51 |
| 10~100 | 0.31 | 59.04 | 0.49 |
| 100~1 000 | 0 | 16.91 | 0.58 |

分析表11、表12可知:

1)当输出轴轴承支承刚度由 1×10^6 N/m 增至 1×10^9 N/m 时,1阶临界转速未发生实质性改变,基本维持原有水平。

2)输出轴轴承支承刚度在不同区间内的变化对2阶临界转速的影响显著。支承刚度由 1×10^6 N/m 增至 1×10^7 N/m 时的增幅为 105.98%,支承刚度由 1×10^7 N/m 增至 1×10^8 N/m 时的增幅为 59.04%,支承刚度由 1×10^8 N/m 增至 1×10^9 N/m 时增幅为 16.91%,累计总增幅达 181.93%。随着支承刚度的持续增大,2阶临界转速的增长速率逐渐放缓。

3)输出轴轴承支承刚度由 1×10^6 N/m 增至 1×10^7 N/m 时,3阶临界转速出现小幅增长,增幅为 5.51%;而当支承刚度进一步增大后,3阶临界转速不再发生明显变化,逐渐趋于稳定。

通过以上分析不难发现,输入轴轴承支承刚度主要影响1阶、2阶临界转速,行星轴轴承支承刚度主要影响2阶、3阶临界转速,输出轴轴承支承刚度主要影

响2阶临界转速。为得到高置信度的仿真模型,使仿真预测的临界转速与试验结果最大限度吻合,需要调整仿真模型中的轴承支承刚度的数值。

4.4 参数反演

采用拟合函数方程的方式构造临界转速与轴承支承刚度之间的非线性映射关系,再基于仿真数据可建立拟合模型。

对于1阶临界转速 Y_1 ,其与输入轴轴承的刚度 K_a 的关系可表示为

$$Y_1 = f_{1a}(K_a) = pe^{qK_a} + ue^{rK_a} \quad (7)$$

式中, $f_{1a}(K_a)$ 为输入轴轴承与1阶临界转速的拟合关系; p, q, u, v 均为拟合参数。

2阶临界转速 Y_2 为多刚度耦合响应,采用分量叠加模型,其中,每个分量均采用两项指数形式,表达式为

$$Y_2 = e_1 f_{2a}(K_a) + e_2 f_{2b}(K_b) + e_3 f_{2c}(K_c) \quad (8)$$

式中, e_i 为各部分所占的比重, $i = 1, 2, 3$; $f_{2a}(K_a)$ 、 $f_{2b}(K_b)$ 、 $f_{2c}(K_c)$ 分别为输入轴轴承、行星轴轴承、输出轴轴承与2阶临界转速的拟合关系。

3阶临界转速 Y_3 采用S形曲线进行拟合,其与行星轴轴承刚度 K_b 的关系可表示为

$$Y_3 = f_{3b}(K_b) = \frac{(p-v)}{1+(K_b/u)^q} + v \quad (9)$$

式中, $f_{3b}(K_b)$ 为行星轴轴承与3阶临界转速的拟合关系。

经拟合后可得各表达式的参数及 R^2 值(表13),图13所示为输入轴轴承支承刚度 K_a 与1阶临界转速 Y_1 拟合曲线。

表 13 拟合参数及 R^2

Tab. 13 Fitting parameters and R^2

| 函数 | p | q | u | v | R^2 |
|---------------|---------------------|------------------------|------------------------|------------------------|-------|
| $f_{1a}(K_a)$ | 9.268×10^4 | -1.38×10^{-9} | -7.861×10^4 | -4.12×10^{-8} | 0.996 |
| $f_{2a}(K_a)$ | 1.503×10^5 | 1.75×10^{-9} | -4.443×10^4 | -1.96×10^{-9} | 0.975 |
| $f_{2b}(K_b)$ | 9.993×10^4 | 8.61×10^{-11} | -7.291×10^4 | -2.92×10^{-8} | 0.998 |
| $f_{2c}(K_c)$ | 1.507×10^5 | 3.82×10^{-12} | -8.502×10^4 | -1.02×10^{-9} | 0.977 |
| $f_{3b}(K_b)$ | 4.385×10^4 | 0.324 7 | 7.427×10^{10} | 7.206×10^5 | 0.978 |

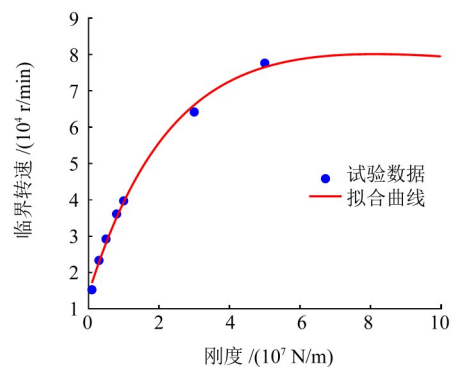


图 13 K_a 与 Y_1 拟合曲线

Fig. 13 Fitting curve of K_a and Y_1

在采用多目标优化算法求解该反问题的过程中,以相对误差平方和为核心构建目标函数,借助序列二

次规划(Sequential Quadratic Programming, SQP)算法在轴承支承刚度可行域内开展迭代寻优。优化进程中,算法通过灵敏度分析实现3个轴承支承刚度的自适应调整,最终使仿真预测的前3阶临界转速与试验目标值的综合误差达到最小。该方法深度契合轴承支承刚度对临界转速的非线性影响规律,通过指数项叠加的方式,精准捕捉了刚度变化的局部敏感特性与全局演变趋势,最终获取了使仿真模型与试验数据实现最优匹配的刚度参数组合,为轴承系统动力学特性的精准预测提供了可靠的参数支撑。

4.5 修正结果

图 14~图 16 为使仿真预测所得到的前 3 阶临界转速与试验目标值之间的综合误差最小的轴承支承刚度最优解,当 $K_a = 3.03 \times 10^6$ N/m、 $K_b = 1.28 \times 10^7$ N/m、 $K_c = 6.61 \times 10^6$ N/m 时,计算临界转速与试验临界转速之间误差最小,对比结果如图 17 所示。

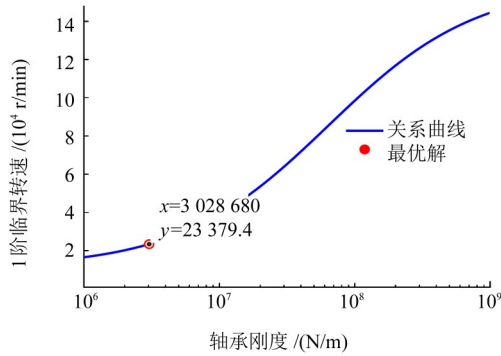


图 14 K_a 最优解

Fig. 14 Optimal solution of the K_a

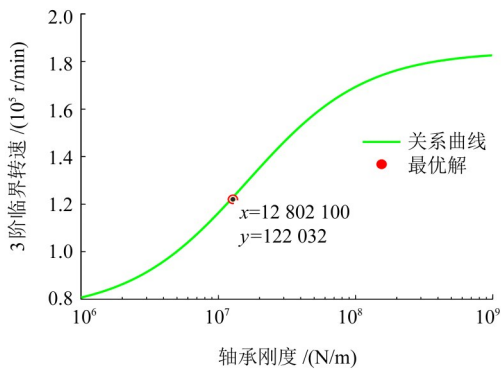


图 15 K_b 最优解

Fig. 15 Optimal solution of the K_b

通过反演优化得到的“支承刚度”是一个等效刚度,其表征的是从轴承内部至箱体基础整个传力路径的综合柔性效应。其数值较低,与将轴承安装于大型柔性箱体结构上的实际情况是定性相符的。

将最优轴承支承刚度修正到仿真软件中,得到修正前、后仿真模型与试验临界转速误差如表 14 所示。

由表 14 可知,修正后的仿真模型的预测误差均小于 5%,所提模型通过试验验证了其有效性。高置信度

仿真动力学模型可以精确预测系统的临界转速与振型,为超高速传动系统的精准动力学设计、状态预测与故障诊断提供了可靠的方法和依据。

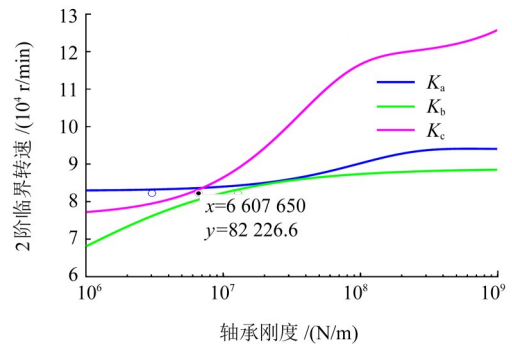


图 16 K_c 最优解

Fig. 16 Optimal solution of the K_c

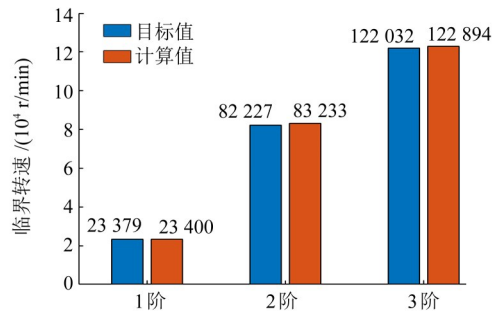


图 17 目标与计算临界转速对比

Fig. 17 Comparison between target critical speed and calculated critical speed

表 14 修正后与试验临界转速

Tab. 14 Corrected critical speed vs. tested critical speed

| 阶数 | 试验值/(r/min) | 修正值/(r/min) | 误差/% |
|-----|-------------|-------------|------|
| 1 阶 | 23 379.4 | 23 064.8 | 1.34 |
| 2 阶 | 82 226.6 | 85 168.0 | 3.58 |
| 3 阶 | 122 032 | 124 442 | 1.97 |

5 结论

通过仿真分析与试验测试相结合的方法,对一款双联行星增速齿轮箱的动力学特性,特别是临界转速进行了系统性的研究。得出以下主要结论:

1)建立了增速箱的刚柔耦合动力学模型。通过试验验证与基于灵敏度分析的模型修正,将轴承支承刚度这一最关键的不确定参数进行了反演优化。修正后模型的前 3 阶临界转速预测值与试验值的误差均小于 5%,证明了所提模型具有良好的精度与可靠性,可作为后续精准动力学设计与分析的可靠工具。

2)揭示了不同轴承支承刚度对系统各阶临界转速的影响规律。输入轴轴承支承刚度主要影响 1、2 阶临界转速;行星轴轴承支承刚度主要影响 2、3 阶临界转速;输出轴轴承支承刚度则对 2 阶临界转速有显著影响。为同类传动系统的动力学设计与调校提供了

明确的指导。

需要指出的是,本研究基于参数反演方法重点辨识了等效支承刚度对箱体模态频率的影响。然而,实际增速箱动力学特性受齿轮啮合、轴承非线性及结构阻尼等多因素耦合作用。所提方法系一种基础性尝试,未来需进一步集成上述复杂因素,以构建更为完备的高精度仿真模型。在此基础上,将以“建立融合齿轮副周向扭转动力学与转子横向弯曲动力学的耦合模型”作为下一阶段重点研究方向,拟通过构建含齿轮扭转自由度的精细化集中参数模型,或采用包含详细轮齿接触的有限元模型,深入探究传动误差激励下的系统响应特性,并实现与箱体振动的耦合分析,进一步提升动力学预测的综合性与准确性。

参考文献(References)

- [1] 朱新龙,熊禾根. 基于 Romax 的减速箱箱体有限元模态分析[J]. 机械传动,2013,37(2):94-96.
ZHU Xinlong, XIONG Hegen. Finite element modal analysis of reducer box based on Romax[J]. Journal of Mechanical Transmission,2013,37(2):94-96. (In Chinese)
- [2] 宿博康,唐长亮,王立勇,等. 汇流行星排固有特性分析与试验研究[J]. 重庆理工大学学报(自然科学),2020,34(11):100-108.
SU Bokang, TANG Changliang, WANG Liyong, et al. Analysis and experimental research on the inherent characteristics of the confluent planetary row[J]. Journal of Chongqing University of Technology (Natural Science),2020,34(11):100-108. (In Chinese)
- [3] 张俊,刘先增,焦阳,等. 基于刚柔耦合模型的行星传动固有特性分析[J]. 机械工程学报,2014,50(15):104-112.
ZHANG Jun, LIU Xianzeng, JIAO Yang, et al. Vibration analysis of planetary gear trains based on a discrete-continuum dynamic model[J]. Journal of Mechanical Engineering,2014,50(15):104-112. (In Chinese)
- [4] 王成龙,章翔峰,周建星,等. 行星传动系统柔性齿圈行波振动特性分析[J]. 太阳能学报,2021,42(11):216-225.
WANG Chenglong, ZHANG Xiangfeng, ZHOU Jianxing, et al. Analysis of traveling wave vibration characteristics of flexible gear ring in planetary transmission system[J]. Acta Energetica Sinica,2021,42(11):216-225. (In Chinese)
- [5] 杨军. 风力发电机行星齿轮传动系统变载荷激励动力学特性研究[D]. 重庆:重庆大学,2012:81-106.
YANG Jun. Study on dynamics characteristics of planetary gear transmission system of wind turbine under varying loads [D]. Chongqing:Chongqing University,2012:81-106. (In Chinese)
- [6] 刘振皓. 车辆复合行星传动系统动力学特性研究[D]. 武汉:武汉大学,2012:90-103.
LIU Zhenhao. Research on dynamic characteristics of vehicle compound planetary gear train sets[D]. Wuhan:Wuhan University,2012:90-103. (In Chinese)
- [7] 汤兆平,涂松,王曼宇,等. 多工况下新能源汽车二级减速器传动系统的动态特性分析[J]. 重庆理工大学学报(自然科学),2022,36(8):75-85.
TANG Zhaoping, TU Song, WANG Manyu, et al. Dynamic analysis of double-stage reducer transmission system of new energy vehicle under multi-conditions [J]. Journal of Chongqing University of Technology (Natural Science),2022,36(8):75-85. (In Chinese)
- [8] 齐娜. 基于 Romax Designer 的双离合行星齿轮减速器结构及特性研究[D]. 淄博:山东理工大学,2024:16-42.
QI Na. Research on structure and characteristics of double-clutch planetary gear reducer based on Romax Designer [D]. Zibo: Shandong University of Technology,2024:16-42. (In Chinese)
- [9] 齐娜,王士军,杜雅宁,等. 基于 Romax 的双离合精密行星齿轮减速器力学性能分析[J]. 制造技术与机床,2023(8):83-88.
QI Na, WANG Shijun, DU Yaning, et al. Mechanical properties analysis of double clutch precision planetary gear reducer based on Romax[J]. Manufacturing Technology & Machine Tool,2023(8):83-88. (In Chinese)
- [10] 聂卫健,邓旺群,徐友良,等. 高速柔性转子临界转速随支承刚度和轮盘质量的变化规律[J]. 燃气涡轮试验与研究,2015,28(3):19-24.
NIE Weijian, DENG Wangqun, XU Youliang, et al. Analysis on the changes of high-speed flexible rotor critical speeds with supporting stiffness and disk mass[J]. Gas Turbine Experiment and Research,2015,28(3):19-24. (In Chinese)
- [11] 屈美娇,陈果,冯国全. 支承刚度对整机耦合振动影响的定量分析[J]. 推进技术,2018,39(7):1605-1616.
QU Meijiao, CHEN Guo, FENG Guoquan. Quantitative analysis for effects of supports stiffness on whole aero-engine coupling vibration[J]. Journal of Propulsion Technology,2018,39(7):1605-1616. (In Chinese)
- [12] 许京荆,陈立全,汪鑫,等. 考虑整机耦合的航空发动机临界转速分析[J]. 机械设计与制造,2024(10):157-162.
XU Jingjing, CHEN Liquan, WANG Xin, et al. Critical speed analysis of aero-engine considering rotor casing coupling effect[J]. Machinery Design & Manufacture,2024(10):157-162. (In Chinese)
- [13] 梁康源. 基于传递矩阵法和有限元法的汽轮机转子临界转速对比分析[J]. 机电工程技术,2025,54(18):194-198.
LIANG Kangyuan. Comparative analysis of critical speed for steam turbine rotors using transfer matrix and finite element methods [J]. Mechanical & Electrical Engineering Technology,2025,54(18):194-198. (In Chinese)
- [14] 王磊,裴世雄,张海凤. 基于梁单元的汽轮发电机临界转速计算[J]. 机电工程技术,2025,54(15):133-138.
WANG Lei, PEI Shixiong, ZHANG Haifeng. Critical speed calculation of steam turbine generator based on beam element [J]. Mechanical & Electrical Engineering Technology,2025,54(15):133-138. (In Chinese)
- [15] 蒋聪,乔思佳,朱钰珏,等. 超高速空气涡轮起动机转子临界转速研究[J]. 机械制造与自动化,2024,53(5):73-76.
JIANG Cong, QIAO Sijia, ZHU Yujue, et al. Research on rotor critical speed of ultra-high speed air turbine starter [J]. Machine Building & Automation,2024,53(5):73-76. (In Chinese)
- [16] 张强波,张帅,郑豪. 基于有限元的风扇转子临界转速与振动特性研究[J]. 现代机械,2025(1):21-26.
ZHANG Qiangbo, ZHANG Shuai, JIA Hao. Research on critical speed and vibration characteristics of fan rotor based on finite ele-

- ment method[J]. *Modern Machinery*, 2025(1):21-26. (In Chinese)
- [17] 罗忠,刘凯宁,刘家希,等. 支承刚度对转子系统临界转速的影响及试验验证[J]. *机械工程学报*, 2023, 59(21):245-255.
LUO Zhong, LIU Kaining, LIU Jiayi, et al. Influence of dynamic stiffness of support on critical speed of rotor system and experimental verification[J]. *Journal of Mechanical Engineering*, 2023, 59(21):245-255. (In Chinese)
- [18] 潘宏刚,李根稼,郭宝仁,等. 双跨转子系统的临界转速影响因素分析[J]. *汽轮机技术*, 2023, 65(2):115-118.
PAN Honggang, LI Genjia, GUO Baoren, et al. Analysis of critical speed of two-span rotor system [J]. *Turbine Technology*, 2023, 65(2):115-118. (In Chinese)
- [19] 潘宏刚,李根稼,郭宝仁,等. 基于传递矩阵算法的支承变化对临界转速影响的灵敏度分析[J]. *汽轮机技术*, 2022, 64(6):416-420.
PAN Honggang, LI Genjia, GUO Baoren, et al. Sensitivity analysis of the influence of the support variation on the critical speed based on the transfer matrix algorithm [J]. *Turbine Technology*, 2022, 64(6):416-420. (In Chinese)
- [20] 《航空发动机设计手册》编委会. 第 19 册 转子动力学及整机振动 [M]//航空发动机设计手册. 北京:航空工业出版社, 2000:63-65.
Aeroengine Design Manual Editorial Board. Volume 19: rotor dynamics and whole engine vibration [M]//*Aeroengine design manual*. Beijing: Aviation Industry Press, 2000:63-65. (In Chinese)
- [21] 韩涛翼,李纪永,赵彧,等. 高转速涡轮发动机转子临界转速计算 [J]. *西北工业大学学报*, 2021, 39(增刊 1):47-53.
HAN Taoyi, LI Jiyong, ZHAO Yu, et al. Critical speed calculation of high speed turbine engine [J]. *Journal of Northwestern Polytechnical University*, 2021, 39(Suppl. 1):47-53. (In Chinese)
- [22] 《航空发动机设计手册》编委会. 第 12 册 传动及润滑系统 [M]//航空发动机设计手册. 北京:航空工业出版社, 2000:120-123.
Aeroengine Design Manual Editorial Board. Volume 12: transmission and lubrication systems [M]//*Aeroengine design manual*. Beijing: Aviation Industry Press, 2000:120-123. (In Chinese)
- [23] HARRIS T A, KOTZALAS M N. *Rolling Bearing Analysis-2 Volume Set* [M]. 5th Edition. Boca Raton: CRC Press, 2006:52-53.
- [24] BRITO G C, MACHADO R D, CHAVES NETO A. Experimental estimation of journal bearing stiffness for damage detection in large hydrogenerators [J]. *Shock and Vibration*, 2017:4647868.

Critical speed prediction and model correction of a dual-planetary gear speed increaser

HUANG Hongtao^{1,2} SHI Yibo^{1,3} CHEN Junhao¹ TUO Yunsheng⁴ HUANG Shuaizong¹
HOU Nai¹ SHI Lubing¹ QU Yanghua⁵

(1. ZRIME Gearing Technology Co., Ltd., Zhengzhou 450001, China)

(2. School of Mechanical and Aerospace Engineering, Jilin University, Changchun 130025, China)

(3. China Academy of Machinery Zhengzhou Research Institute of Mechanical Engineering Co., Ltd., Zhengzhou 450001, China)

(4. Beijing Long March Tian Min Hi-Tech Co., Ltd., Beijing 100176, China)

(5. Military Representative Office of HJJ Equipment Department in Zhengzhou Area, Zhengzhou 450005, China)

Abstract: [Objective] In order to accurately predict the dynamic characteristics of an ultra-high-speed dual-planetary gear speed increaser used in rotor strength tests and to avoid resonance risks, this study conducts an in-depth investigation through a combination of simulation and testing. [Methods] Firstly, a rigid-flexible coupled dynamic model of the transmission system including a flexible housing was constructed. The natural frequencies and vibration modes were obtained through modal analysis and Campbell diagram analysis, and the critical speeds were predicted. Secondly, a vibration test bench was built, and the actual critical speeds of the system were identified through a run-down test. Finally, addressing the discrepancies between initial simulation and test results, the sensitivity of the first three orders of critical speeds to various bearing support stiffnesses was systematically analyzed. On this basis, a parameter inversion optimization method was employed to correct the bearing stiffnesses in the model. [Results] The results indicate that the bearing stiffnesses of the input shaft and planetary shaft predominantly govern the first and third-order critical speeds, respectively, while all three bearing stiffnesses collectively influence the second-order critical speed. The error between the corrected predicted critical speeds and the test values is less than 5%. This research provides a reliable method and model basis for the dynamic design, condition prediction, and fault diagnosis of this type of high-speed planetary speed increaser.

Key words: Dual-planetary gear speed increaser; Critical speed; Rigid-flexible coupling model; Support stiffness; Parameter inversion; Model correction

Corresponding author: SHI Lubing, E-mail: shilubing91@163.com

Fund: Central Government Guiding Fund for Local Sci-tech Development of Henan Province (Z20241471007)

Received: 2025-11-28 Revised: 2025-12-03

(编辑:李立)