

## 人字齿轮齿根应力分布预测方法

王聪<sup>1</sup> 冷晟<sup>1</sup> 蒋增华<sup>2</sup> 陈富星<sup>1</sup> 陆凤霞<sup>1</sup>

(1. 南京航空航天大学机电学院, 南京 210016)

(2. 中国航发湖南动力机械研究所, 株洲 412002)

**摘要:**【目的】为实现变工况条件下人字齿轮齿根应力分布的快速预测,解决有限元法求解时间成本高的问题,构建一种基于反向传播(Back Propagation, BP)神经网络的齿根应力分布预测模型。【方法】首先,以某型人字齿轮副为研究对象,依据20组不同转速与负载转矩工况开展有限元仿真,获取齿根区域应力分布数据;其次,开展齿根应力测试试验,将仿真结果与试验结果对比,验证有限元模型的有效性;然后,采用应力分区预测方法,将齿根区域划分为3个子区域分别构建BP神经网络模型,并融合形成全局预测模型;最后,选取1组训练样本之外的工况,通过有限元仿真与模型预测分别获取齿根应力分布及最大值,对预测效果进行验证。【结果】结果表明,模型预测的齿根应力分布规律与有限元仿真结果高度一致,齿根弯曲应力最大值的预测误差为4.6%,预测均方误差为3.017 MPa,证明了该预测模型的有效性。研究可为变工况下人字齿轮齿根应力的快速评估提供参考。

**关键词:** 有限元分析; 人字齿轮; 齿根应力; BP神经网络; 应力预测

**中图分类号:** TH132.41 **DOI:** 10.16579/j.issn.1001.9669.2026.04.003

### 0 引言

人字齿轮传动具有传动平稳、承载能力强和工作可靠等优点,在航空、汽车和船舶等领域广泛应用<sup>[1-4]</sup>。然而,在现代工程应用中,人字齿轮常面临工作条件复杂、工况多变的问题,因此对其强度和耐久性的要求更为严格<sup>[5]</sup>。齿根弯曲应力是评估人字齿轮性能的关键指标,准确预测该应力对于人字齿轮传动的设计和优化至关重要。传统有限元仿真手段探究齿根弯曲应力耗时较长,而深度学习技术的兴起为应力预测提供了新的解决途径<sup>[6-7]</sup>。

深度学习神经网络凭借强大的非线性建模能力和对复杂关系学习与泛化的特性<sup>[8-9]</sup>,已经在应力预测领域积累了大量的研究案例。LIU等<sup>[10]</sup>开发一种利用深度学习快速预测非均匀轮胎-路面接触应力的模型,最大垂直应力预测误差可控制在1%以内。唐成顺等<sup>[11]</sup>建立基于长短期记忆神经网络(Long Short-Term Memory Network, LSTM)的汽轮机转子表面应力预测模型,通过多组对比试验,确定了最佳参数并验证了预测模型的高效性。杨超等<sup>[12]</sup>为实时监测机身筒段形状调整过程中的应力变化,提出基于粒子群优化算法和双向长短期记忆(Particle Swarm Optimization and Bidirectional Long Short-Term Memory, PSO-BiLSTM)

神经网络的应力预测方法。ZHANG等<sup>[13]</sup>采用Kriging代理模型构建了圆弧齿线齿轮设计参数(齿宽、模数、压力角、齿线半径)与接触应力之间的显式数学模型,实现了不同设计参数下齿轮接触应力的预测。LI等<sup>[14]</sup>设计一种基于卷积神经网络和长短期记忆神经网络混合模型(Convolutional Neural Network and Long Short-Term Memory Network, CNN-LSTM)的橡胶拉伸应力预测方法,并通过试验,验证了模型的预测精度。LIU等<sup>[15]</sup>建立粒子群优化的反向传播神经网络(Particle Swarm Optimization and Back Propagation Neural Network, PSO-BPNN)模型,对不同加载位置和位移情况下的风力发电机叶片应变进行了预测,预测误差小于6%。HOU等<sup>[16]</sup>根据大坝实测的应力数据构建了反向传播(Back Propagation, BP)神经网络,模拟坝体应力的变化过程,并利用该模型对坝板的受力状况进行了预测。BOLANDI等<sup>[17]</sup>构建基于物理信息神经网络(Physics-Informed Neural Network, PINN)的动态应力预测模型,并通过仿真验证了模型的高效性和准确性。陈季凌等<sup>[18]</sup>通过构建遗传算法优化的BP神经网络(Genetic Algorithm Optimized Back Propagation Neural Network, GA-BPNN)预测模型,研究了粗糙度参数与齿面接触性能参数之间的关联规律,并通过敏感性分析实现了对冗余参数的降维。王振博等<sup>[19]</sup>采用神经网络

收稿日期: 2024-09-27 修回日期: 2024-10-08

基金项目: 直升机传动技术国家级重点实验室基金项目(HTL-0-21G13)

作者简介: 王聪,男,2000年生,河南濮阳人,硕士;主要研究方向为齿轮箱应力及振动响应预测; E-mail: ccwang@nuaa.edu.cn。

蒋增华(通信作者),男,1993年生,湖南永州人,硕士,高级工程师;主要研究方向为直升机传动系统试验; E-mail: jzhsup@163.com。

引用格式: 王聪,冷晟,蒋增华,等. 人字齿轮齿根应力分布预测方法[J]. 机械强度, 2026, 48(4): 22-29.

WANG Cong, LENG Sheng, JIANG Zenghua, et al. Prediction method of root stress distribution in herringbone gears[J]. Journal of Mechanical Strength, 2026, 48(4): 22-29.



免费获取

络联合正交的试验方法,对齿面修形参数进行筛选预测,解决了盾构机大型内啮合齿轮因轴偏角导致的齿面偏载问题,实现了载荷的均匀分布。

综上所述,已有不少学者将神经网络应用于应力预测领域。为实现变工况参数下人字齿轮齿根应力的快速评估,解决有限元方法求解时间成本高的问题,本文提出一种基于神经网络的齿根应力分布预测方法。该方法可在设备运行过程中,通过输入实测工况参数快速映射齿根应力分布,并基于应力分布特性进行模型与工况参数优化,从而简化设计过程。在后期维护过程中,还可根据应力分布预测结果在线评估设备状态,提高齿轮传动系统的整体性能和可靠性。

## 1 有限元仿真及试验验证

### 1.1 齿轮参数及工况负载

本文基于某齿轮传动系统的一级人字齿轮传动建立有限元模型,人字齿轮副结构参数如表 1 所示,材料参数如表 2 所示。

表 1 人字齿轮副结构参数

Tab. 1 Structural parameters of the herringbone gear pair

参数	齿轮 1(主动轮)	齿轮 2(从动轮)
齿数 $z$	44	41
法向模数/mm	3.5	
法面压力角 $\alpha/(\circ)$	22.5	
螺旋角 $\beta/(\circ)$	28.02	
旋向	左旋/右旋	右旋/左旋
变位系数	-0.010 7	0.010 7
斜齿齿宽 $b/\text{mm}$	60	59
齿槽宽 $s/\text{mm}$	50	50
分度圆直径 $d/\text{mm}$	174.45	162.55
齿顶圆直径 $d_a/\text{mm}$	181.38	169.62
齿根圆直径 $d_f/\text{mm}$	165.63	153.87
中心距 $a/\text{mm}$	168.50	

表 2 齿轮材料参数

Tab. 2 Material properties of the gear

参数	值
弹性模量 $E/\text{GPa}$	207
泊松比	0.28
屈服强度/MPa	910
极限强度/MPa	1 230
密度 $\rho/(\text{g}/\text{cm}^3)$	7.85

注 1:材料接触疲劳极限为 1 600 MPa,弯曲疲劳极限为 430 MPa。

注 2:材料许用剪切应力  $[\tau]=0.57$ ,极限强度为 518.7 MPa。

通过改变齿轮转速和负载转矩 2 种工况参数,探究不同转速与转矩条件下,齿根应力的分布规律。根据所参考模型的真实工况条件,确定 20 组工况数据,转速范围为 200~1 500 r/min,负载转矩的范围为 1 400~5 400 N·m,具体工况参数如表 3 所示。

表 3 人字齿轮副弯曲应力试验工况

Tab. 3 Test conditions for bending stress of the herringbone gear pair

工况	输入轴转速 $n/(\text{r}/\text{min})$	输入轴转矩 $T/(\text{N}\cdot\text{m})$
1	200	1 400
2	400	1 400
3	600	1 400
4	600	2 000
5	800	2 000
6	800	2 400
7	900	2 400
8	900	3 000
9	1 000	3 000
10	1 000	3 400
11	1 100	3 400
12	1 100	3 800
13	1 200	3 800
14	1 200	4 200
15	1 300	4 200
16	1 300	4 600
17	1 400	4 600
18	1 400	5 000
19	1 500	5 000
20	1 500	5 400

### 1.2 齿根应力分析

本文利用 Ansys WorkBench 软件对人字齿轮副进行啮合过程仿真。根据表 1 参数,基于 KISSsoft 软件,建立齿轮三维模型。研究重点为齿轮啮合面齿根处的应力大小及分布,因此忽略齿轮轮毂部分,只保留齿廓模型。同时考虑到全齿模型求解速度较慢,对齿轮模型进行简化,只保留一定数量的轮齿。由于本文中的人字齿轮重合度较高,为保证模型至少 1 个轮齿完整参与啮合过程,且能够较为简单地找出完整的啮合周期,建立人字齿轮 10 齿对模型。最终得到的齿轮有限元模型如图 1 所示。

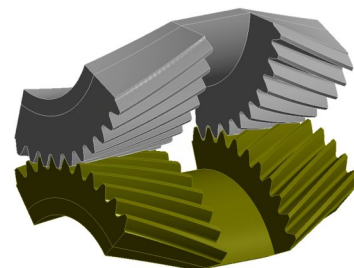


图 1 人字齿轮副有限元模型

Fig. 1 Finite element model of the herringbone gear pair

将模型转为 step 格式后导入 WorkBench,按照表 2 对材料的弹性模量、密度和泊松比等参数进行设置。

#### 1.2.1 网格划分与边界条件

为使齿轮啮合过程中的应力情况更加准确,采用多区域网格划分方式,将 10 齿对模型根据几何拓扑切分后

单独进行网格划分,最后进行共节点操作使得其节点自由度共享。采用较为规整的六面体单元,以便分析提取后续的齿根应力。网格划分完成后的节点数总计254 413,单元数为93 174,网格划分模型如图2所示。

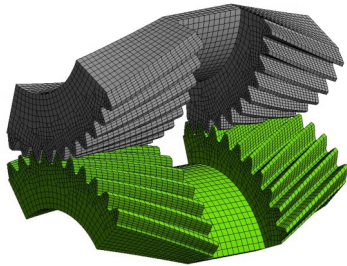


图2 人字齿轮网格划分模型

Fig. 2 Meshing model of the herringbone gear

为与齿轮传动的实际工况相吻合,只释放沿切向的转动自由度,其他自由度完全约束,同时施加转动连接副,作用面为两齿轮的内孔面。设定工况条件时需对从动轮的力矩进行换算,主动轮与从动轮之间的负载力矩关系为

$$T_2 = \frac{z_2}{z_1} T_1 \quad (1)$$

式中, $z_1$ 、 $z_2$ 分别为主动轮、从动轮的齿数; $T_1$ 、 $T_2$ 分别为主动轮、从动轮的负载力矩。

根据上述20组工况条件,分别对主动轮设定旋转速度,对从动轮设定负载转矩。为避免初始阶段啮合冲击过大,分别设定2个载荷步:第1载荷步采用线性加载方式,第2载荷步采用恒定值加载方式,模拟齿轮啮合稳定后的工况条件。总体求解时间应保证旋转角度大于1个啮合周期,同时避免10齿对模型脱离啮合。完成上述设定后,在WorkBench软件中进行瞬态动力学仿真求解。

### 1.2.2 有限元仿真结果

通过有限元仿真得到的某组工况下人字齿轮一侧表面应力分布如图3所示。图3中,接触迹线较为清晰,轮齿根部出现明显应力集中现象。根据人字齿轮的应力分布特性,可在应力试验开展过程中针对性地布置测点,同时为后续齿根应力分布预测模型构建提供数据集。

## 1.3 人字齿轮齿根应力试验

为验证有限元模型及仿真结果的正确性,本节针对人字齿轮试验件进行齿根应力试验。人字齿轮副实物如图4所示。

### 1.3.1 测试系统组成

根据能量转化方式,人字齿轮试验台可分为功率封闭式试验台和开放功率流式试验台。其中,功率封闭式试验台具有结构简单、投资少、能耗低等优点。因此,本试验采用功率封闭式试验台,由电动机、联轴器、被试设备油站、加载器、用于功率封闭的工作齿轮

箱、匹配电动机与试验件转速的增速器、数据采集系统、公共油系统、公共水系统等组成。

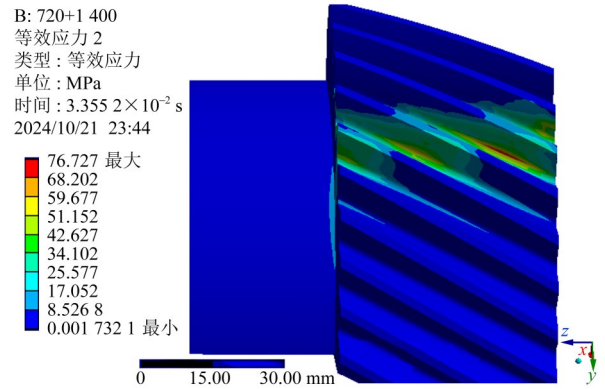


图3 人字齿轮表面应力分布云图

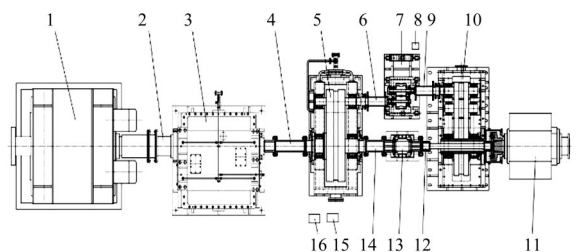
Fig. 3 Contour plot of surface stress distribution on the herringbone gear



图4 人字齿轮副实物

Fig. 4 Physical view of the herringbone gear pair

图5所示为功率封闭式人字齿轮试验台布置。图5中,电动机输出转速先经过增速器增速,增速后输出至工作齿轮箱1,工作齿轮箱1与被试设备7高速端连接,被试设备7即为进行测试的人字齿轮副。被试设备7低速端与工作齿轮箱2连接,加载器为系统施加转矩,实现动态加载。



1. 电动机;2. 联轴器;3. 增速器;4. 联轴器;5. 工作齿轮箱1;6. 联轴器;7. 被试设备;8. 被试设备油站;9. 联轴器;10. 工作齿轮箱2;11. 加载器;12. 联轴器;13. 轴承座;14. 联轴器;15. 公共油系统;16. 公共水系统。

图5 功率封闭式人字齿轮试验台结构示意图

Fig. 5 Schematic diagram of the power-enclosed herringbone gear test bench

### 1.3.2 齿根应力测试原理

本试验按照半桥法测试齿轮的齿根应变,将电阻式应变片粘贴于齿根部位。人字齿轮受载后,齿根表面产生的微小变形使应变片敏感栅随之变形,从而改变应变片电阻,其变化率与安装应变片处的应变成比

例。依据此原理即可实现齿根应力测量。

确定贴片位置时,根据仿真结果所呈现的齿根应力分布规律,沿齿向均布选择 3 个测试点作为工作应变片贴片点,并增加温度补偿片以消除温度影响,补偿片布置在人字齿轮外侧端面上。工作应变片及补偿片实际粘贴位置如图 6 所示。

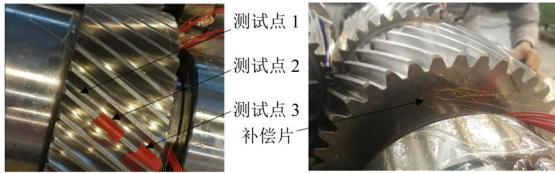


图 6 应变片安装位置

Fig. 6 Installation positions of strain gauges

齿轮啮合引起的齿根应变  $\varepsilon_F$  计算式为

$$\varepsilon_F = \varepsilon_w - \varepsilon_t \quad (2)$$

式中,  $\varepsilon_w$  为工作应变片应变值;  $\varepsilon_t$  为温度补偿片应变值。

由齿根应变可得齿根应力  $\delta_F$ , 为

$$\delta_F = E\varepsilon_F \quad (3)$$

式中,  $E$  为人字齿轮弹性模量, 取值见表 2。

最后根据上述试验方案, 分别对 20 组工况进行测试, 得到齿轮啮合过程中的齿根应力试验结果。

#### 1.4 结果分析

取 1 个啮合周期内的人字齿轮齿根应力进行分析。人字齿轮单齿从进入啮合至退出啮合的啮合周期旋转角度为

$$T' = 360\varepsilon_\gamma / z_1 \quad (4)$$

式中,  $\varepsilon_\gamma$  为人字齿轮重合度, 其计算方法为

$$\varepsilon_\gamma = \frac{z_1(\tan \alpha_{a1} - \tan \alpha_w) + z_2(\tan \alpha_{a2} - \tan \alpha_w)}{2\pi} + \frac{B \sin \beta_b}{2\pi m_n} \quad (5)$$

式中,  $\alpha_{a1}$ 、 $\alpha_{a2}$  分别为两齿轮的齿顶圆压力角;  $\alpha_w$  为实际啮合角;  $B$  为人字齿齿宽;  $\beta_b$  为基圆螺旋角。

取相同位置的齿根应力仿真结果与试验测量结果, 仿真结果取节点编号为 21 511、20 029、19 798 对应的齿根应力值, 其位置如图 7 所示, 3 个节点分别对应试验中应变片粘贴位置所确定的测点 1、测点 2、测点 3。在 1 个啮合周期中, 3 个测点的齿根应力曲线随着旋转角度的增加, 变化的曲线如图 8 所示。图 8(a)、图 8(b) 分别表示齿根应力的有限元仿真结果与试验结果。由图 8 可知, 到 3 个测点的啮合顺序分别为测点 3→测点 2→测点 1, 齿根测点进入啮合时应力达到最大值, 这是由于在啮合进入时存在冲击, 导致应力值较大。

根据齿根应力试验结果, 在齿轮啮合过程中, 齿根测点先因轮齿啮合承受拉应力, 逐渐退出啮合时承受压应力。2 种方法下 3 个测点齿根应力变化趋势基本一

致, 但由于有限元法提取的为最大主应力结果, 测试点受压应力的情况并未在仿真结果中体现。

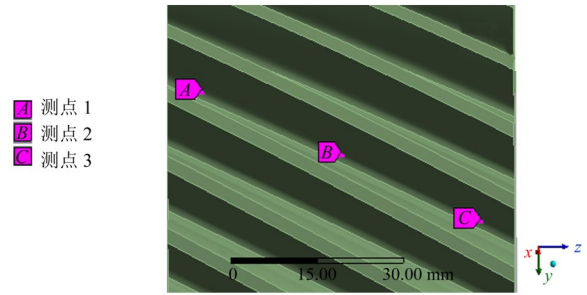
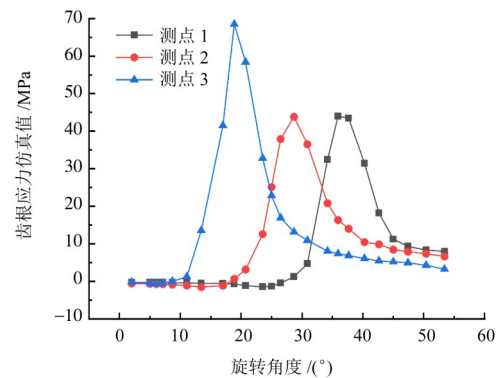
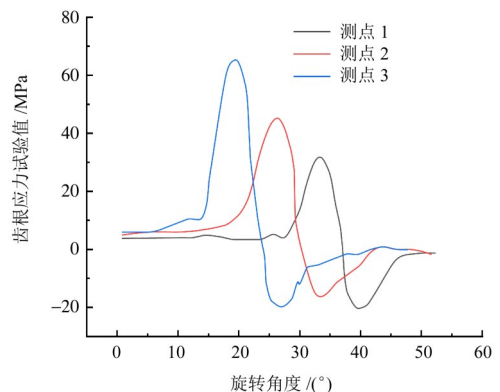


图 7 有限元模型测点位置

Fig. 7 Measurement point locations in the finite element model



(a) 有限元法



(b) 试验方法

图 8 啮合周期内齿根应力变化曲线

Fig. 8 Variation curves of tooth root stress during a meshing cycle

根据本文人字齿轮的啮合规律, 齿轮在进入啮合时其应力值达到最大, 最大值位置位于测点 3, 因此可将测点 3 作为危险点。提取不同工况下测点 3 在 1 个啮合周期中的齿根应力最大值, 有限元分析结果及试验测得的齿根应力最大值数据如表 4 所示。

由表 4 可知, 低转速工况下, 转速升高对齿根弯曲应力最大值影响较小; 相同转矩下, 随转速提高, 齿根弯曲应力变化不大; 相同转速下, 随转矩增加, 齿根弯曲应力明显增大。

仿真结果与应力试验结果对比如图 9 所示。由图 9 可知, 转速较低时, 仿真结果与试验结果的应力最大值吻合较好; 随转速升高, 试验结果与仿真结果之间的差

异逐渐增大,这是由于高速重载条件下,试验齿轮工况条件波动所引起的测量误差。仿真结果与试验结果的最大误差在15%以内,综合20组工况数据的平均误差控制在5.8%,验证了仿真结果的有效性,为后续神经网络预测模型构建提供了数据支撑。

表4 2种方法下齿根应力最大值对比

Tab. 4 Comparison of the maximum tooth root stress obtained by two methods

工况	转速/(r/min)	转矩/(N·m)	齿根应力仿真最大值/MPa	齿根应力试验最大值/MPa
1	200	1 400	68	64
2	400	1 400	71	71
3	600	1 400	74	78
4	600	2 000	90	83
5	800	2 000	93	90
6	800	2 400	109	102
7	900	2 400	115	135
8	900	3 000	144	159
9	1 000	3 000	149	170
10	1 000	3 400	159	172
11	1 100	3 400	162	173
12	1 100	3 800	182	178
13	1 200	3 800	185	190
14	1 200	4 200	201	194
15	1 300	4 200	204	201
16	1 300	4 600	219	216
17	1 400	4 600	222	209
18	1 400	5 000	237	228
19	1 500	5 000	240	227
20	1 500	5 400	255	234

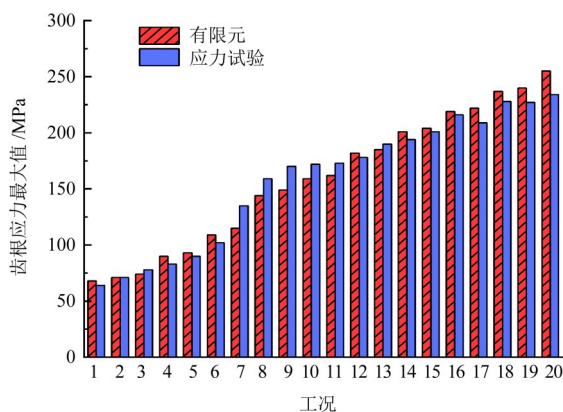


图9 有限元仿真与试验最大齿根应力对比

Fig. 9 Comparison of the maximum tooth root stress between finite element simulation and test

## 2 齿根应力分布快速预测模型构建

为了实现对不同工况下的人字齿轮齿根应力分布的快速预测,本研究首先截取在齿根应力达到最大值时的应力分布结果,具体为测点3达最大值时的齿根应力分布,然后针对该时刻的齿根应力分布构建神

经网络预测模型。

### 2.1 数据预处理

训练模型前,数据预处理是关键步骤,包括数据截取、数据拆分以及模型输入与输出的定义。这些步骤旨在保证数据质量并满足模型需求。

#### 2.1.1 数据的截取

通过截取每组齿面节点应力数据,仅保留齿根部分危险点及其周围节点分布数据,去除每组原始数据中对齿根应力分布影响较小的数据点。这些数据对齿根应力预测无实际意义,反而可能干扰神经网络训练。截取有效数据可提升模型准确性与稳定性。

#### 2.1.2 数据的拆分

将原始数据按一定比例随机划分为训练集和测试集。数据集中包含20组工况,每组工况包含127条数据,共计2 540条。使用70%的数据作为训练集,30%作为测试集。训练集用于模型训练和参数优化,测试集用于评估模型性能和泛化能力。通过数据拆分,验证和评估模型,以更好地了解其预测和适应能力。

#### 2.1.3 定义模型的输入和输出

本文齿根弯曲应力预测中,模型输入包括齿轮转速、转矩和节点编号,模型输出为齿轮表面上对应节点的齿根应力值。通过明确定义输入与输出,确保模型能够正确学习和预测齿根应力分布。

### 2.2 BP神经网络结构设计

BP神经网络是常见的前馈神经网络模型,通过BP算法训练模型,具有高鲁棒性、自适应性和泛化能力强,可处理大量非线性问题<sup>[20]</sup>,因此本文选择BP神经网络构建齿根应力分布预测模型。网络结构如图10所示,包括输入层(节点编号、齿轮转速、转矩)、输出层(齿根应力)、多层隐层。BP神经网络的隐层节点数至关重要,它影响齿根应力分布预测模型的速度和精度。隐层节点数 $h$ 计算式为

$$h = k / [\varepsilon(n + m)] \quad (6)$$

式中, $k$ 为样本总数; $n$ 为输入层节点数; $\varepsilon$ 为在 $[1, 10]$ 的经验常数; $m$ 为输出层节点数。

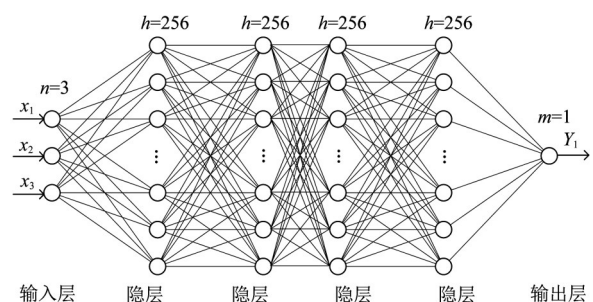


图10 BP神经网络结构

Fig. 10 Structure of the BP neural network

数据集中有 2 540 条数据,因此  $k$  的值为 2 540。输入层节点数  $n$  为 3,输出层节点数  $m$  为 1。隐层节点数为 256 时,训练效果最优,因此将隐层节点数设为 256。

## 2.3 BP 神经网络超参数选择

### 2.3.1 激活函数

BP 神经网络学习过程中,激活函数起到关键作用,可引入非线性映射,增强模型表达能力,确保误差梯度正确计算与传递。常用的激活函数包括 Sigmoid 函数、Tanh 函数、ReLU 函数等。其中,ReLU 函数可使神经元输出更加稀疏,减少神经网络中参数数量,降低过拟合风险,提升模型泛化能力。同时,ReLU 函数保证输出结果非负,满足齿轮齿根应力非负的要求,故本文选用 ReLU 函数作为齿根应力分布预测模型的激活函数。其表达式为

$$f(x) = \max(0, x) \quad (7)$$

式中,  $f(x)$  为 ReLU 函数的输出值;  $x$  为函数的输入值。

### 2.3.2 损失函数

本文使用均方误差 (Mean Squared Error, MSE) 损失函数衡量模型预测结果与真实标签之间的差异,计算式为

$$E_{\text{MSE}} = \frac{1}{n'} \sum_{i=1}^{n'} (\hat{y}_i - y_i)^2 \quad (8)$$

式中,  $n'$  为样本个数;  $\hat{y}_i$  为预测值;  $y_i$  为真实值。

MSE 对真实值与预测值之间的误差取平方,使得模型对异常值更敏感,在齿根弯曲应力预测数据中,异常值可能是应力峰值。因此, MSE 使齿轮齿根应力分布预测模型在接近收敛点时的梯度慢慢变小,有利于模型在训练过程中更快地收敛。

### 2.3.3 优化算法

本文采用具有自适应学习率梯度优化能力的 Adam 算法作为训练优化算法。该算法综合了动量梯度下降和自适应学习率的优势,能够根据每个参数的梯度和历史梯度平方根自适应调整学习率,使各参数的学习率能够根据其重要性和梯度大小进行调节。Adam 算法的自适应性使其能够适应齿根弯曲应力数据分布和 MSE 损失函数,并快速收敛。同时,算法引入动量项,在参数更新时考虑先前梯度信息,可加速收敛并减少振荡。相较于传统梯度下降算法, Adam 算法能够更快收敛至全局最优解。

## 2.4 齿根应力分布分区域预测算法

直接利用 BP 神经网络,对整体数据进行训练得到的齿轮齿根应力分布预测模型,在预测齿根弯曲应力峰值的大小和位置方面表现不佳,因此,本文提出了一种齿根应力分布的分区域预测算法。该算法的核心是将齿轮啮合的 3 个齿面齿根区域数据从整体数据中拆分出来进行单独训练,然后,将 3 个齿面的齿根

区域预测结果融合,表示齿轮齿根应力分布预测模型的最终应力分布预测结果。这种训练方法有效解决了整体训练时精度低和误差大的问题,从而显著提高了模型的预测精度。

区域划分方式如图 11 所示。由图 11 可知,将齿根部分沿齿宽方向划分为 3 部分,依次对应区域 1、区域 2、区域 3,依据此划分方法分别提取 3 个区域的应力分布数据。

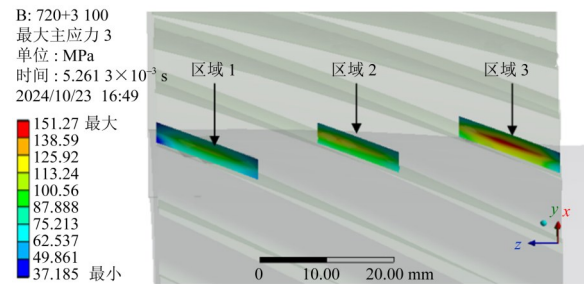


图 11 齿根应力分布区域划分

Fig. 11 Regional division for the tooth root stress distribution

如图 12 所示,齿根应力分布分区域预测算法的流程图详细展示了整个预测过程。该算法首先对数据进行预处理,然后将分区域的齿根应力分布数据分别使用 BP 神经网络模型进行独立模型训练,完成 3 个层次的 BP 神经网络模型训练后,将 3 个模型融合,构成最终的人字齿轮齿根应力分布预测模型。最后,利用该模型进行齿根应力分布的快速预测,并对预测结果进行评估和分析。

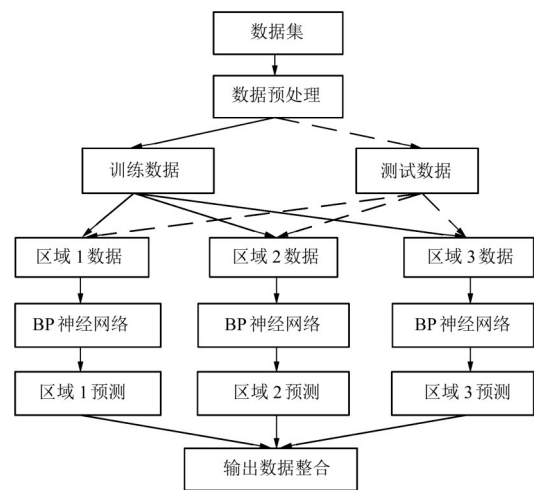


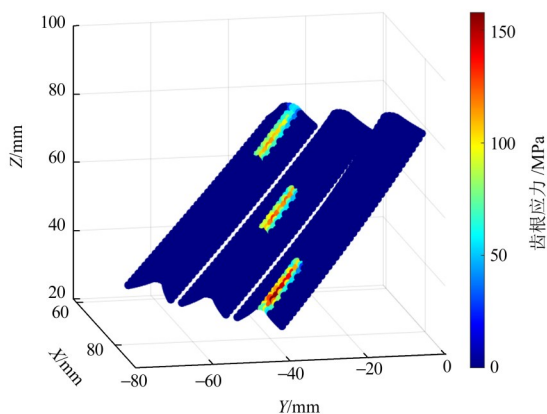
图 12 齿根应力分布分区域预测算法流程

Fig. 12 Flow chart of the subregional prediction algorithm for tooth root stress distribution

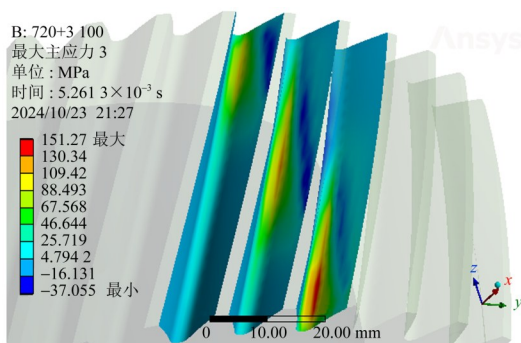
## 3 预测结果与分析

本文采用构建的人字齿齿轮齿根应力分布预测模型对齿轮表面齿根应力分布进行预测。为验证模型预测效果,同时采用齿根应力分布预测模型和有限元法对转速 720 r/min、负载力矩 3 100 N·m 的工况条件进行齿根应力分布预测,结果如图 13 所示。通过有限元法计算得到的该工况下最大齿根应力为 151 MPa 左右,而

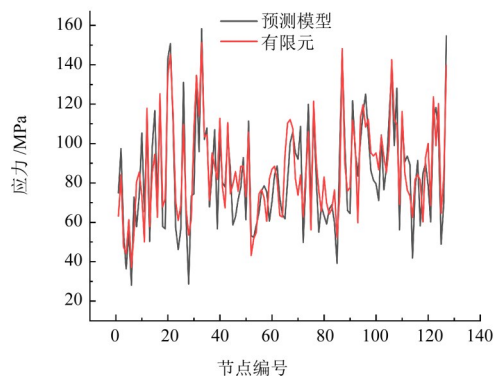
通过神经网络模型预测得到的最大值为158 MPa,两者误差仅为4.6%。



(a) 齿根应力分布预测模型预测结果



(b) 有限元法应力云图



(c) 齿根应力预测曲线

图13 人字齿齿轮齿根应力分布预测结果

Fig. 13 Predicted tooth root stress distribution of the herringbone gear

图13(a)所示为基于网格坐标、结合齿轮表面齿根应力分布预测模型的预测数据绘制的三维散点图。图13(b)所示为有限元法得到的齿根区域应力云图。图13(c)所示为齿根应力随节点编号变化的数据曲线,红色线条表示有限元法的齿根应力曲线,黑色曲线表示本文所构建的齿根应力分布预测模型得到的齿根应力曲线。由图13(c)可知,二者高度吻合,计算得到齿根应力分布预测模型的均方误差为3.017 MPa。散点图所呈现的应力分布趋势与有限元法获得的云图基本一致,表明所建齿根应力预测模型能够有效预测齿根应力分布。

## 4 结论

以人字齿轮副为研究对象,通过有限元法和神经网络算法构建了齿根应力分布快速预测模型,并进行了试验验证,得出如下主要结论:

1) 对人字齿轮副试验件开展齿根应力测量试验,结果表明,有限元法与试验方法获取的最大齿根应力值整体平均误差为5.8%,验证了仿真数据的可信度。

2) 采用应力分区域预测方法构建了基于BP神经网络的人字齿轮齿根应力分布快速预测模型,预测均方误差为3.017 MPa,表明所建模型能够较为准确地预测齿根危险截面附近的应力分布。

3) 选取1组训练样本之外的工况进行测试,所建齿根应力分布预测模型的最大值与有限元法得到的结果误差为4.6%,且预测模型与有限元法获得的齿根应力分布规律一致,验证了预测模型的有效性。

## 参考文献 (References)

- [1] 莫帅,曾彦钧,王震,等. 高速重载人字齿轮传动非线性动力学分析[J]. 力学学报,2023,55(10):2381-2392.  
MO Shuai, ZENG Yanjun, WANG Zhen, et al. Nonlinear dynamic analysis of high speed and heavy load herringbone gear transmission [J]. Chinese Journal of Theoretical and Applied Mechanics, 2023,55(10):2381-2392. (In Chinese)
- [2] 尹逊民,贾海涛,张润博,等. 重合度对人字齿轮传动系统振动特性的影响分析[J]. 机械强度,2023,45(2):284-289.  
YIN Xunmin, JIA Haitao, ZHANG Runbo, et al. Analysis of the influence of contact ratio on vibration characteristics of herringbone gear transmission system [J]. Journal of Mechanical Strength, 2023,45(2):284-289. (In Chinese)
- [3] 王冀,李志宾,王三民,等. 不同重合度下系统参数对人字齿传动非线性动态特性的影响[J]. 机械传动,2024,48(1):1-7.  
WANG Ji, LI Zhibin, WANG Sanmin, et al. Influence of system parameters on nonlinear dynamic characteristics of the herringbone gear transmission under different coincidence degrees [J]. Journal of Mechanical Transmission, 2024,48(1):1-7. (In Chinese)
- [4] 蒋进科,方宗德,卞翔. 人字齿轮齿向修形优化设计[J]. 哈尔滨工业大学学报,2013,45(11):86-92.  
JIANG Jinke, FANG Zongde, BIAN Xiang. Optimal design of longitudinal correction of double helical gear [J]. Journal of Harbin Institute of Technology, 2013,45(11):86-92. (In Chinese)
- [5] 王峰,方宗德,李声晋,等. 基于齿根动应力的船用人字齿轮疲劳分析与优化[J]. 工程力学,2015,32(7):184-189.  
WANG Feng, FANG Zongde, LI Shengjin, et al. Fatigue analysis and optimization of marine herringbone gear based on tooth root dynamic stress [J]. Engineering Mechanics, 2015,32(7):184-189. (In Chinese)
- [6] BOLANDI H, LI X Y, SALEM T, et al. Bridging finite element and deep learning: high-resolution stress distribution prediction in structural components [J]. Frontiers of Structural and Civil Engineering, 2022,16(11):1365-1377.
- [7] MAURIZI M, GAO C, BERTO F. Predicting stress, strain and deformation fields in materials and structures with graph neural

- networks[J]. *Scientific Reports*, 2022, 12(1):21834.
- [8] JUNG J, YOON J I, PARK H K, et al. An efficient machine learning approach to establish structure-property linkages [J]. *Computational Materials Science*, 2019, 156:17-25.
- [9] CHEN C T, GU G X. Generative deep neural networks for inverse materials design using backpropagation and active learning [J]. *Advanced Science*, 2020, 7(5):1902607.
- [10] LIU X Y, AL-QADI I L. Three-dimensional tire-pavement contact stresses prediction by deep learning approach [J]. *International Journal of Pavement Engineering*, 2022, 23(14):4991-5002.
- [11] 唐成顺, 孙丹, 唐威, 等. 基于 LSTM 循环神经网络的汽轮机转子表面应力预测模型[J]. *中国电机工程学报*, 2021, 41(2):451-460. TANG Chengshun, SUN Dan, TANG Wei, et al. A turbine rotor surface stress prediction model based on LSTM recurrent neural network[J]. *Proceedings of the CSEE*, 2021, 41(2):451-460. (In Chinese)
- [12] 杨超, 张开富. 基于 PSO-BiLSTM 神经网络的机身筒段应力预测 [J]. *航空学报*, 2023, 44(7):261-270. YANG Chao, ZHANG Kaifu. Stress prediction of fuselage tube section based on PSO-BiLSTM neural network[J]. *Acta Aeronautica et Astronautica Sinica*, 2023, 44(7):261-270. (In Chinese)
- [13] ZHANG Q, WEN G, LIANG S, et al. Prediction mathematic model and influencing factors of contact stress of cylindrical gear with arc tooth[J]. *Complexity*, 2020, 2020:8888407.
- [14] LI D Z, YAN M J, MIAO Z W, et al. LSTM neural network based tensile stress prediction of rubber stretching[C]// *Proceedings of the 2020 IEEE International Conference on Networking, Sensing and Control(ICNSC)*. New York:IEEE, 2020:1-5.
- [15] LIU X, LIU Z, LIANG Z W, et al. PSO-BP neural network-based strain prediction of wind turbine blades [J]. *Materials*, 2019, 12(12):2889.
- [16] HOU W A, FANG X S, LI M H, et al. Stress fitting and forecast model of dams based on BP neural network [J]. *IOP Conference Series:Earth and Environmental Science*, 2020, 560(1):012028.
- [17] BOLANDI H, SREEKUMAR G, LI X Y, et al. Physics informed neural network for dynamic stress prediction [J]. *Applied Intelligence*, 2023, 53(22):26313-26328.
- [18] 陈季凌, 唐进元, 杨铎. 齿面粗糙度参数与接触应力的敏感性分析研究[J]. *西北工业大学学报*, 2022, 40(4):883-891. CHEN Jiling, TANG Jinyuan, YANG Duo. Study on sensitivity analysis of tooth surface roughness parameters and contact stress [J]. *Journal of Northwestern Polytechnical University*, 2022, 40(4):883-891. (In Chinese)
- [19] 王振博, 郑鹏, 刘逸飞. 基于神经网络优化的正交试验内齿轮齿面偏载矫正研究[J]. *机械传动*, 2023, 47(8):16-23. WANG Zhenbo, ZHENG Peng, LIU Yifei. Research on correcting eccentric load of the internal gear tooth surface by orthogonal tests based on neural network optimization [J]. *Journal of Mechanical Transmission*, 2023, 47(8):16-23. (In Chinese)
- [20] 伍建军, 李嘉辉. 基于 BP 神经网络的柔顺铰链多目标稳健优化设计[J]. *机械强度*, 2023, 45(4):856-861. WU Jianjun, LI Jiahui. Multi-objective robust optimization design of compliant hinge based on BP neural network [J]. *Journal of Mechanical Strength*, 2023, 45(4):856-861. (In Chinese)

## Prediction method of root stress distribution in herringbone gears

WANG Cong<sup>1</sup> LENG Sheng<sup>1</sup> JIANG Zenghua<sup>2</sup> CHEN Fuxing<sup>1</sup> LU Fengxia<sup>1</sup>

(1. College of Mechanical & Electrical Engineering, Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, Nanjing 210016, China)

(2. Hunan Aviation Powerplant Research Institute, Aero Engine Corporation of China, Zhuzhou 412002, China)

**Abstract:** [Objective] To achieve rapid prediction of the root stress distribution in herringbone gears under variable operating conditions and address the high computational cost of the finite element method, a prediction model for root stress distribution based on a BP neural network was constructed. [Methods] Firstly, finite element simulations were conducted on a herringbone gear pair under 20 sets of operating conditions with varying rotational speeds and load torques to obtain stress distribution data in the tooth root region. Secondly, tooth root stress tests were performed, and the simulation results were compared with the experimental data to verify the validity of the finite element model. Then, a stress subregional prediction method was adopted, in which the tooth root region was divided into three subregions, and BP neural network models were independently constructed and subsequently integrated to form a global prediction model. Finally, a set of operating conditions outside the training samples was selected, and both the finite element simulation and the proposed model were employed to obtain the root stress distribution and its maximum value, thereby validating the predictive performance. [Results] The results indicate that the root stress distribution predicted by the model is highly consistent with that obtained from finite element simulations. The prediction error for the maximum tooth root bending stress is 4.6%, and the mean squared error of the prediction is 3.017 MPa, demonstrating the effectiveness of the proposed model. This study provides a reference for the rapid evaluation of tooth root stress in herringbone gears under variable operating conditions.

**Key words:** Finite element analysis; Herringbone gear; Tooth root stress; BP neural network; Stress prediction

Corresponding author: JIANG Zenghua, E-mail: jzhsup@163.com

Fund: Fund Project of the National Key Laboratory of Science and Technology on Helicopter Transmission (HTL-0-21G13)

Received: 2024-09-27 Revised: 2024-10-08

(编辑:刘欢欢)