

功能梯度三周期极小曲面的三点弯曲力学性能分析

史尧臣¹ 韩金虎¹ 段海涛¹ 卢祉怡¹ 杨凤双¹ 杜迎宇²

(1. 长春大学 机械与车辆工程学院, 长春 130022)

(2. 长春职业技术大学 机电学院, 长春 130033)

摘要:【目的】针对三周期极小曲面梯度设计中孔隙率单方向线性渐变的局限,基于Primitive曲面多孔结构,开展孔隙率与梯度设计对其三点弯曲力学性能的影响研究,提出适配结构应力分布的孔隙率梯度优化方法。【方法】首先,基于Primitive曲面隐式函数,构建3种孔隙率的均厚多孔结构模型,明确孔隙率对结构力学性能的影响规律;其次,依据均厚结构三点弯曲受载的应力分布特征,提出M形孔隙率梯度设计方案,实现高应力区孔隙率精准调控;然后,采用光固化成型技术制备试件,基于Ansys软件开展三点弯曲工况有限元仿真;最后,通过三点弯曲试验,分析孔隙率及梯度设计对结构弯曲力学性能的影响机制。【结果】结果表明,厚多孔结构抗弯性能与孔隙率呈负相关,孔隙率从35%降至30%时,弯曲刚度提升53.6%;与32.5%孔隙率均厚结构相比,M形梯度结构弯曲刚度提升17.8%、强度提升28.2%,质量仅增加3.7%;该方法可有效缓解应力集中,在轻量化前提下提升多孔结构抗弯性能,为多孔承载结构梯度优化设计提供参考。

关键词: 三周期极小曲面; 孔隙率; 功能梯度; 抗弯性能; 应力分布

中图分类号: TH122 **DOI:** 10.16579/j.issn.1001.9669.2026.04.015

0 引言

三周期极小曲面(Triply Periodic Minimal Surface, TPMS)是一类具有连续曲率特征的多孔结构^[1-2],因具备质量轻、高比强度及优异的能量吸收能力等特性,广泛应用于航空航天、机械制造、材料工程等领域^[3]。多孔结构的几何形状固定,机械性能单一,难以满足不同区域的负载设计要求。研究表明,通过调整结构参数,改变单位体积内单胞孔径,可获得不同孔隙率的单胞结构,进而构建梯度TPMS多孔结构^[4-6]。相比于均厚TPMS多孔结构,梯度多孔结构在增强结构刚度、抗屈曲能力、能量吸收和轻量化等方面均具备优势,展现出了巨大潜力^[7-9]。

近年来,国内外学者在提升TPMS多孔结构力学性能方面,提出了梯度TPMS结构设计。王茂华等^[10]通过改变隐式函数中的 C 值,获得不同孔隙率的极小曲面,证实孔隙率的调整可有效改变多孔结构的弹性模量与屈服强度。MELCHELS等^[11]通过将 z 值线性地纳入公式中,设计了梯度 P 结构,实现了孔隙率线性梯度设计和孔隙率的线性梯度调控,但其高孔隙率区域力学性能偏低,影响整体承载能力与稳定性。ZHONG等^[12]在保持与均匀结构相同的相对密度的同时,沿压缩方向设计双孔隙率结构,打破了局部剪切

单元的破坏模式,使结构能量吸收能力提升9%。LIU等^[13]在Gyroid和Diamond曲面的基础上提出了单胞孔隙尺寸梯度的设计,首次实现了分级孔径的可控变化。QIU等^[14]提出了一种三维功能梯度(Functional Gradient 3D, FG-3D)TPMS结构,孔隙率的梯度设计不再是单一沿加载方向,而是由结构中心向外围逐渐递增。仿真和试验研究发现,其吸能特性表现稳定,但性能提升有限。QIU等^[15]在TPMS结构中同时引入孔隙率梯度与尺寸梯度,使结构吸能特性较均质结构提升1倍,融合了2种梯度设计的技术优势。ZHANG等^[16]研究了3种类型的功能梯度(Functional Gradient, FG)TPMS结构,并观察了这些结构中拉伸和弯曲主导变形的组合,发现梯度方向与加载方向一致时,梯度设计对力学性能的提升作用才可充分发挥。

目前对TPMS功能梯度设计的研究多集中于孔隙率的单一线性渐变形式,而实际工程中,多孔结构的受载状态具有非均匀性,现有梯度设计难以适配复杂的应力分布特征。此外,关于TPMS多孔结构在弯曲受载下的力学性能研究也较少。为此,本研究以Primitive曲面多孔结构为研究对象,设计不同孔隙率的均厚结构,通过有限元仿真与三点弯曲试验,探究孔隙率对其力学性能的影响;并结合结构三点弯曲受载下的应力分布特征,开展M形孔隙率梯度设计,分析

收稿日期: 2024-08-14 修回日期: 2024-10-27

基金项目: 吉林省自然科学基金项目(YDZJ202601ZYTS142)

作者简介: 史尧臣,男,1985年生,山东临沂人,教授;主要研究方向为机械传动;E-mail:2580392860@qq.com。

杜迎宇(通信作者),男,1979年生,吉林吉林人,讲师;主要研究方向为机械加工;E-mail:1390394015@qq.com。

引用格式: 史尧臣,韩金虎,段海涛,等. 功能梯度三周期极小曲面的三点弯曲力学性能分析[J]. 机械强度,2026,48(4):134-138.

SHI Yaochen, HAN Jinhu, DUAN Haitao, et al. Analysis of three point bending mechanical properties of functionally graded triply periodic minimal surfaces[J]. Journal of Mechanical Strength, 2026, 48(4): 134-138.



免费获取

该梯度结构的三点弯曲力学性能,为 TPMS 多孔结构的梯度优化设计提供技术支撑。

1 方法和材料

1.1 均厚多孔结构设计

TPMS 的结构形态由隐式函数表达式确定,通过调整表达式中的相关参数,可实现对模型结构的精准调控。Primitive 曲面的隐式函数表达式^[17]为

$$F(x, y, z) = \cos\left(\frac{2\pi}{T}x\right) + \cos\left(\frac{2\pi}{T}y\right) + \cos\left(\frac{2\pi}{T}z\right) = C \quad (1)$$

式中, x, y, z 均为三维直角坐标; T 为单位晶胞的长度;参数 C 用于控制极小曲面的偏置量,从而调节多孔结构的内部孔隙形态。当 C 小于特定阈值时,隐函数曲面将出现不连续现象,通常通过调节 C 值来实现对结构体积分数的控制。

孔隙率 P 是影响 TPMS 多孔结构形态与力学性能的关键参数^[18],其定义为多孔结构内,孔隙空间占总体积的百分比,表达式为

$$P = \left(1 - \frac{V_s}{V}\right) \times 100\% = \frac{V_p}{V} \times 100\% \quad (2)$$

式中, V_s 为模型实体部分体积; V 为模型的总体积; V_p 为模型孔隙部分的体积。分析过程中不考虑孔隙缺陷,通过建模软件测量实体与多孔结构的体积比,可计算得到结构的理论孔隙率。

初始 TPMS 在空间中由隐式函数表示,其最大法线与 1 阶偏导数、最大方向导数一致,因此采用沿原始曲面法向量偏移初始表面的方法实现孔隙率调控,进而构建梯度 TPMS 结构^[19]。孔隙率是影响 TPMS 多孔结构性能的关键因素之一。当孔隙率为 30%~50% 时,Primitive 曲面结构表现出较高的刚度和强度。因此,依据式(1)对 C 值赋予不同的数值,进而设计出孔隙率分别为 35%、32.5% 和 30% 这 3 种具有代表性的多孔结构,如图 1 所示。

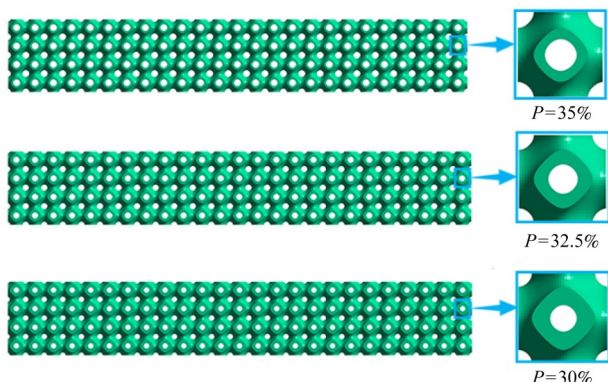


图 1 不同孔隙率的 Primitive 曲面多孔结构

Fig. 1 Primitive surface porous structures with different porosities

1.2 有限元分析

为了预测和分析 TPMS 结构的力学性能,对其进

行有限元分析。对构建的 TPMS 模型进行网格划分,网格大小为 0.02 mm,并将划分结果输出为 inp 格式文件。将划分后的网格模型导入 Ansys 仿真软件。
① 模型设计的条件:选择光敏树脂作为模型材料,弹性模量为 1 076.3 MPa;泊松比为 0.4;屈服强度为 20.95 MPa。
② 边界条件:上压头、2 个支撑件以及多孔结构之间的接触设置为摩擦接触,摩擦因数为 0.2。下部支撑件固定支撑,上压头沿 Z 轴方向施加 8 mm 的位移,如图 2 所示。

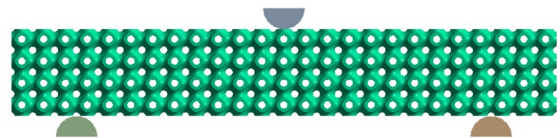


图 2 三点弯曲工况有限元分析模型

Fig. 2 Finite element analysis model under three-point bending condition

1.3 试件制备

采用 GRAM-L-400 型 3D 打印机通过光固化成型技术制备所有试件,成形原料为光敏树脂,加工参数为:额定功率为 350 W;打印速度为 20 mm/h;层厚为 0.2 mm;Z 轴精度为 0.001 25 mm。将 3D 打印完成的试件放入 60 °C 的紫外固化箱中,用波长为 63 nm 的紫外光固化 60 min,所有试件的尺寸均为 80 mm×10 mm×5 mm,每种多孔结构各制备 3 个样品,保证试验重复性。

1.4 试验设备

采用 MZ-5001D1 型试验机对所有试件进行三点弯曲试验。试验夹具的跨度设为 60 mm,与有限元仿真的边界条件保持一致。试验过程中,压头垂直于试件中部向下匀速施加载荷,直至试件失效;通过试验机采集试验数据,获得每种多孔结构的载荷-位移曲线,同时使用相机记录试件的完整变形过程,用于分析结构的变形演变规律;每组结构重复 3 次试验,取有效数据作为分析依据。

2 结果与讨论

2.1 均厚多孔结构的有限元模拟与三点弯曲试验分析

根据上述的有限元与试验步骤得到 3 种不同孔隙率多孔结构仿真与试验的载荷-位移曲线,如图 3(a)所示。由图 3(a)可知,仿真预测的趋势与试验数据所展示的趋势相吻合,二者存在一定偏差的原因在于增材制造过程中,制造参数与成形方法会影响材料性能,导致实际制得试件的材料密度与弹性模量与仿真设定值存在差异。载荷-位移曲线可划分为 3 个特征鲜明的阶段:线弹性阶段、塑性屈服阶段、断裂阶段。
① 在线弹性阶段,载荷随着位移线性增加,通过计算获得载荷-

位移曲线线弹性部分的斜率,从而得到均厚多孔结构的弯曲刚度^[20]。当孔隙率从35%降至30%时,均厚多孔结构的弯曲刚度由原来的0.026 7 kN/mm升至0.041 kN/mm,提高了53.6%。②在塑性屈服阶段,加载过峰值之后,均厚多孔结构出现局部断裂,加载力开始下降。位移继续增加,而载荷的增加相对较小,孔隙率为30%的均厚多孔结构相比于32.5%、35%的结构拥有更宽的塑性弯曲变形平台。

以32.5%孔隙率的均厚结构为例,共试验变形过程及有限元模拟对应的应力云图如图3(b)所示。试验照片和应力云图分别在下压位移为0、4、8 mm时获

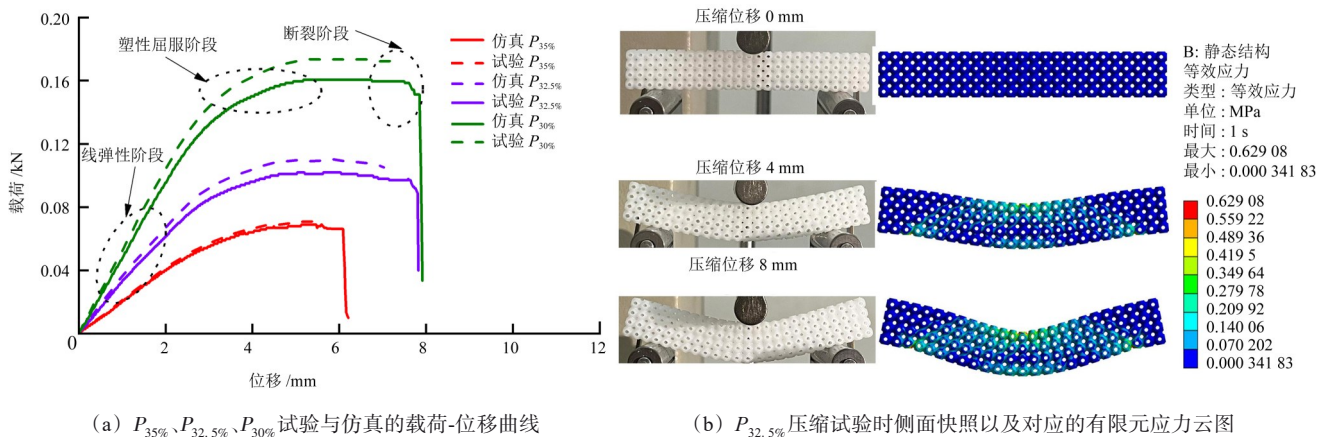


图3 均厚多孔结构3点弯曲变形行为

Fig. 3 Three-point bending deformation behavior of uniformly thick porous structures

2.2 梯度多孔结构

2.2.1 M形梯度多孔结构设计

本研究基于均厚多孔结构的应力分布特性,提出了一种M形孔隙率梯度设计的方法,根据均厚模型的应力分布情况,在均厚35%孔隙率多孔结构的基础上,将应力集中区域的孔隙率调整为30%。

图4所示为梯度设计的 P_M 的三维模型图及细节, P_M 结构采用创新的M形孔隙率分布,以精确适应多孔结构不同区域内的应力分布。图4中,蓝色M形区域表示梯度设计的范围,红色方块代表整个多孔结构的1/2,孔隙率的变化则反映了整体模型的特性。该区域内,M形的底部和顶部线性部分都表现出从30%到35%的孔隙率梯度变化,而沿对角线的孔隙率为35%,指定范围之外的孔隙率也均为35%。

2.2.2 梯度多孔结构的有限元模拟与三点弯曲试验分析

M形梯度结构(P_M)与孔隙率均厚结构($P_{32.5\%}$)的仿真与试验的载荷-位移曲线,如图5(a)所示。由图5(a)可知,M形梯度设计赋予多孔结构独特的应力平台属性,使其与传统均厚多孔结构的应力平台呈现出差异化表现。①在线弹性阶段,通过计算载荷-位移曲线线弹性部分斜率,得到 $P_{32.5\%}$ 与 P_M 的弯曲刚度分别

取。①试验过程中,结构受载区域出现单胞压缩破坏,侧面形成M形的挤压带,这与有限元模拟中的变形一致。②下压位移为4 mm时,压缩变形集中于加载区域,部分单胞出现微裂纹,周边单胞保持原始形态,仿真结果中加载区域出现明显应力集中,整体结构呈现M形的应力分布趋势。③下压位移增至8 mm时,试验中多个单胞出现明显裂纹并发生断裂,结构瞬间分为两段,仿真中M形应力分布更为显著,加载区域的局部应力超过材料许用应力,成为结构失效的核心区域。

为0.031 2、0.038 kN/mm,弯曲刚度提高了约17.8%,测得的最大载荷值分别为0.112、0.156 kN,强度提高了约28.2%。②在塑性屈服阶段,与均厚多孔结构 $P_{32.5\%}$ 相比,M形梯度设计的多孔结构在加载至相同位移时,单胞断裂现象不明显,加载力持续增加直至峰值,其塑性弯曲变形平台较宽。通过电子天平获得 $P_{32.5\%}$ 与 P_M 的增材制造样品质量分别为2.33、2.42 g,质量仅增加3.7%。

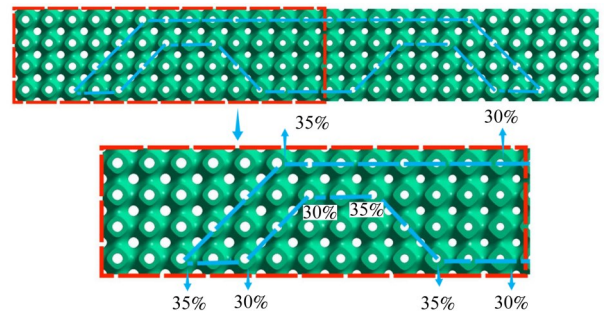


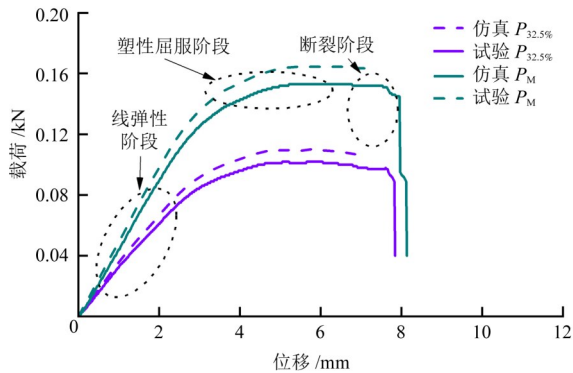
图4 具有M形孔隙率梯度的Primitive曲面多孔结构

Fig. 4 Primitive-surface porous structure with M-shaped porosity gradient

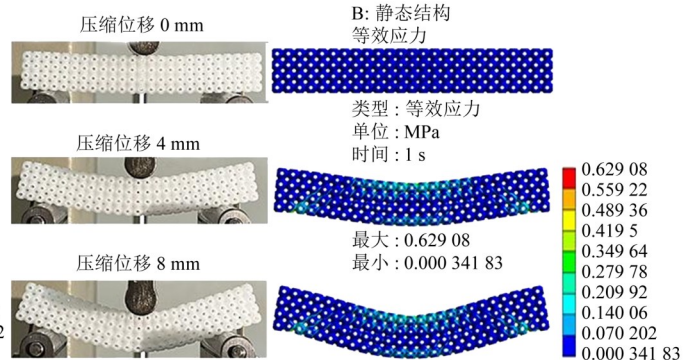
M形梯度结构的试验变形过程与有限元仿真应力云图如图5(b)所示。试验照片和应力云图分别选取下压位移为0、4、8 mm时的结果。下压位移为4 mm时,试验中压缩变形仍集中于加载区域,但单胞

产生的裂纹数量远少于均厚结构,整体结构保持完整。在有限元分析中,应力分布相对平缓,没有明显的应力集中区域。下压位移增加至 8 mm 时,试验中加载区域单胞受压缩但仍保持相对完整的形态,试件

下方单胞受拉伸呈扁平状变形,未出现明显断裂;仿真结果中应力分布进一步加剧,应力集中区域转移至试件下方受拉单胞,未出现局部应力超过材料许用应力的情况,有效避免了结构的早期失效。



(a) $P_{32.5\%}$ 与 P_M 试验与仿真的载荷-位移曲线



(b) P_M 压缩试验时侧面快照以及对应的有限元应力云图

图 5 M 形梯度多孔结构三点弯曲变形行为

Fig. 5 Three-point bending deformation behavior of the M-shaped gradient porous structure

3 结论

以 Primitive 曲面多孔结构为研究对象,通过有限元仿真与三点弯曲试验,探究了孔隙率对均厚多孔结构力学性能的影响,提出并验证了 M 形孔隙率梯度设计方法的有效性,得到如下主要结论:

1) 均厚多孔结构的力学性能与孔隙率呈负相关。孔隙率从 35% 降至 30% 时,弯曲刚度提高了约 53.6%,随着孔隙率的降低,单位体积内的固体材料更多,多孔结构的有效载荷承载路径增强,力学性能更优异。

2) 基于孔隙率对力学性能的影响以及多孔结构在三点弯曲载荷下的应力分布,对多孔结构进行 M 形功能梯度设计。

3) 通过功能梯度设计的多孔结构,弯曲刚度提升 28.2%,而质量仅增加 3.7%,该设计可有效缓解结构应力集中问题,优化结构的应力分布状态,在轻量化前提下显著提升多孔结构的抗弯性能与塑性承载能力。

参考文献 (References)

- [1] YANG W J, AN J, CHUA C K, et al. Acoustic absorptions of multifunctional polymeric cellular structures based on triply periodic minimal surfaces fabricated by stereolithography [J]. *Virtual and Physical Prototyping*, 2020, 15(2): 242-249.
- [2] WANG H, TAN D W, LIU Z P, et al. On crashworthiness of novel porous structure based on composite TPMS structures [J]. *Engineering Structures*, 2022, 252: 113640.
- [3] 张卫红,唐长红. 航空航天装备的轻量化:挑战与未来[J]. *航空学报*, 2024, 45(5): 529965.
ZHANG Weihong, TANG Changhong. Lightweighting of aerospace and aeronautical equipment: challenges and perspectives

[J]. *Acta Aeronautica et Astronautica Sinica*, 2024, 45 (5) : 529965. (In Chinese)

- [4] 孙鹏飞,张跃,尹鹏,等. 隐式曲面梯度多孔结构拓扑优化设计方法[J]. *西安交通大学学报*, 2022, 56(1): 85-95.
SUN Pengfei, ZHANG Yue, YIN Peng, et al. A topology optimization design method of graded cellular structures with implicit surfaces [J]. *Journal of Xi'an Jiaotong University*, 2022, 56(1): 85-95. (In Chinese)
- [5] 刘志强,宫赫,高甲子,等. 基于三周期极小曲面的新型梯度支架设计及其力学、渗透、组织分化特性研究[J]. *生物医学工程杂志*, 2021, 38(5): 960-968.
LIU Zhiqiang, GONG He, GAO Jiazi, et al. Design of new gradient scaffolds based on triply periodic minimal surfaces and study on its mechanical, permeability and tissue differentiation characteristics [J]. *Journal of Biomedical Engineering*, 2021, 38 (5): 960-968. (In Chinese)
- [6] 曾元辉,赵森,张正文,等. TPMS 点阵结构的密度梯度杂交优化设计[J]. *重庆大学学报*, 2024, 47(5): 76-86.
ZENG Yuanhui, ZHAO Miao, ZHANG Zhengwen, et al. Hybrid optimization design of density gradient in TPMS lattice structures [J]. *Journal of Chongqing University*, 2024, 47 (5) : 76-86. (In Chinese)
- [7] BOCCACCIO A, UVA A E, FIORENTINO M, et al. Geometry design optimization of functionally graded scaffolds for bone tissue engineering: a mechanobiological approach [J]. *PLoS One*, 2016, 11(1): e0146935.
- [8] WANG S, LIU L L, LI K, et al. Pore functionally graded Ti_6Al_4V scaffolds for bone tissue engineering application [J]. *Materials & Design*, 2019, 168: 107643.
- [9] XING Y, YANG J L. Stiffness distribution in natural insect cuticle reveals an impact resistance strategy [J]. *Journal of Biomechanics*, 2020, 109: 109952.
- [10] 王茂华,段明德,杨子威,等. 基于 TPMS 的多孔结构力学性能研究[J]. *机械强度*, 2022, 44(2): 424-431.
WANG Maohua, DUAN Mingde, YANG Ziwei, et al. Study on mechanical properties of porous structures based on TPMS [J].

- Journal of Mechanical Strength, 2022, 44(2):424-431. (In Chinese)
- [11] MELCHELS F P W, BERTOLDI K, GABBRIELLI R, et al. Mathematically defined tissue engineering scaffold architectures prepared by stereolithography [J]. *Biomaterials*, 2010, 31 (27) : 6909-6916.
- [12] ZHONG M T, ZHOU W, XI H F, et al. Double-level energy absorption of 3D printed TPMS cellular structures via wall thickness gradient design [J]. *Materials (Basel, Switzerland)*, 2021, 14(21):6262.
- [13] LIU F, MAO Z F, ZHANG P, et al. Functionally graded porous scaffolds in multiple patterns: new design method, physical and mechanical properties [J]. *Materials & Design*, 2018, 160: 849-860.
- [14] QIU N, ZHANG J Z, LI C Y, et al. Mechanical properties of three-dimensional functionally graded triply periodic minimal surface structures [J]. *International Journal of Mechanical Sciences*, 2023, 246:108118.
- [15] QIU N, ZHANG J Z, YUAN F Q, et al. Mechanical performance of triply periodic minimal surface structures with a novel hybrid gradient fabricated by selective laser melting [J]. *Engineering Structures*, 2022, 263:114377.
- [16] ZHANG C, JIANG Z L, ZHAO L, et al. Mechanical characteristics and deformation mechanism of functionally graded triply periodic minimal surface structures fabricated using stereolithography [J]. *International Journal of Mechanical Sciences*, 2021, 208:106679.
- [17] 曾寿金, 刘广, 李传生, 等. 基于 SLM 的股骨柄多孔结构设计与力学性能分析 [J]. *中国激光*, 2022, 49(2):0202016. ZENG Shoujin, LIU Guang, LI Chuansheng, et al. Porous structure design and mechanical properties analysis of femoral stem based on selective laser melting [J]. *Chinese Journal of Lasers*, 2022, 49(2): 0202016. (In Chinese)
- [18] 杨磊, 郑浩, 张聪, 等. 梯度极小曲面点阵结构力学特性研究 [J]. *华中科技大学学报(自然科学版)*, 2022, 50(12):64-69. YANG Lei, ZHENG Hao, ZHANG Cong, et al. Influence of gradient design on mechanical properties of Gyroid lattice structures [J]. *Journal of Huazhong University of Science and Technology (Natural Science Edition)*, 2022, 50(12):64-69. (In Chinese)
- [19] FAN X J, TANG Q, FENG Q X, et al. Design, mechanical properties and energy absorption capability of graded-thickness triply periodic minimal surface structures fabricated by selective laser melting [J]. *International Journal of Mechanical Sciences*, 2021, 204:106586.
- [20] JIN X, LI G X, ZHANG M. Optimal design of three-dimensional non-uniform nylon lattice structures for selective laser sintering manufacturing [J]. *Advances in Mechanical Engineering*, 2018, 10 (7):1-19.

Analysis of three point bending mechanical properties of functionally graded triply periodic minimal surfaces

SHI Yaochen¹ HAN Jinhu¹ DUAN Haitao¹ LU Zhiyi¹ YANG Fengshuang¹ DU Yingyu²

(1. School of Mechanical and Vehicle Engineering, Changchun University, Changchun 130022, China)

(2. College of Electromechanical, Changchun Polytechnic University, Changchun 130022, China)

Abstract: [Objective] T Aiming at the limitation of unidirectional linear gradient of porosity in the gradient design of triply periodic minimal surfaces, the influence of porosity and gradient design on the three-point bending mechanical properties of porous structures based on Primitive surface was studied, and a porosity gradient optimization method adapted to the structural stress distribution was proposed. [Methods] Firstly, three uniformly thick porous structure models with different porosities were constructed based on the implicit function of Primitive surface, and the influence law of porosity on the structural mechanical properties was clarified. Secondly, an M-shaped porosity gradient design scheme was proposed according to the stress distribution characteristics of the uniformly thick structure under three-point bending load, to realize precise regulation of porosity in high stress areas. Then, the specimens were fabricated by stereo lithography apparatus technology, and finite element simulation under three-point bending condition was carried out based on Ansys software. Finally, three-point bending tests were conducted to analyze the influence mechanism of porosity and gradient design on the bending mechanical properties of the structure. [Results] Results indicate that the flexural performance of the uniformly thick porous structure is negatively correlated with the porosity. When the porosity decreases from 35% to 30%, the bending stiffness increases by 53.6%. Compared with the uniformly thick structure with 32.5% porosity, the M-shaped gradient structure has a 17.8% increase in bending stiffness, a 28.2% increase in strength, and only a 3.7% increase in mass. This method can effectively alleviate stress concentration, improve the flexural performance of the porous structure under the premise of lightweight, and provide a reference for the gradient optimization design of porous load-bearing structures.

Key words: Triply periodic minimal surface; Porosity; Functional gradient; Bending resistance; Stress distribution

Corresponding author: DU Yingyu, E-mail:1390394015@qq.com

Fund: Jilin Provincial Natural Science Foundation (YDZJ202601ZYTS142)

Received: 2024-08-14 Revised: 2024-10-27

(编辑: 刘欢欢)