

6-PSS 并联机构构型设计与参数优化

王启明 薛牟宇 高大威 方鸣 葛运

(上海理工大学 机械工程学院, 上海 200093)

摘要:【目的】针对6-PSS并联机构构型布置与尺度综合优化缺乏系统性研究的问题,通过多构型对比与算法优化,提升机构的工作空间与灵巧度。【方法】首先,设计了4种不同构型并建立运动学模型;其次,采用区间离散法求解了可达工作空间;再次,以工作空间为目标函数,分别利用粒子群优化算法和平衡优化器算法进行了尺度综合优化;最后,通过实物样机试验对模型有效性及误差灵敏度进行了验证。【结果】结果表明,平衡优化器算法在收敛速度与全局搜索能力上优于粒子群优化算法,得出最优结构参数组合,显著提升了6-PSS并联机构的综合运动性能,为该类专业设备的设计提供了支撑。

关键词: 6-PSS 并联机构; 结构设计; 工作空间; 误差分析; 样机试验

中图分类号: TH112 **DOI:** 10.16579/j.issn.1001.9669.2026.03.006

0 引言

区别于 Stewart 机构将驱动装置安装在上、下平台之间的连杆上,6-PSS 并联机构将驱动装置安装在底部的基座上,因此具有响应快、重心低和运动惯性小等特点。6-PSS 并联机构广泛应用于驾驶模拟器、汽车装配调姿、星载天线调姿和航天对接等诸多领域。HOU 等^[1]设计了一种光电封装平台,其主体结构为6-PSS 柔性并联机构,基于弹性分析并推导了逆运动学模型,构建了该机构的有限元分析模型并制作了样机。张忠雷等^[2]设计了一种新型送料机械手,其由6-PSS 并联机构的大臂、线性运动机构的小臂和末端拾取器等组成,具有横向移动速度快和工作空间大的优点。6-PSS 并联机构的应用还有很多,如地震模拟器^[3]、望远镜机构调姿^[4]、仿生物学下颌平台^[5]、仿生物学机械马^[6]等。

工作空间是指机构末端执行器的运动空间,对机构工作空间的要求主要是衡量其是否能完成预期作业任务^[7]。魏明明等^[8]分析了6-PSS 并联机构球铰链转角对机构工作空间的影响规律。王汝贵等^[9]设计了一种可重构并联机构,并对比分析了各个构型的机构工作空间。田海波等^[10]提出一种2-PrRS+PR(P)S 变胞并联机构,采用蒙特卡洛法求得工作空间点云图。叶鹏达等^[11]提出一种新型 Stewart 衍生并联机器人,在此基础上以有限离散法对其位置工作空间进行求解。

本文主要研究平面平台型6-PSS 并联机构的布置方式与尺寸综合优化等问题。首先,设计了6-PSS 并联机构的4种典型构型,建立机构运动学模型;采用区间离散法(Interval Discretization Method, IDM)求解工作空间,对比了4种构型在工作空间和灵巧度性能方面的表现并确定最优构型;其次,以最优构型为例,分析机构参数对机构性能的影响规律,利用粒子群优化(Particle Swarm Optimization, PSO)算法和平衡优化器(Equi-librium Optimizer, EO)算法分别对机构参数进行优化,确定最优参数;最后,基于最优结构参数进行了误差分析和灵敏度分析,通过搭建实物样机进行试验,对比试验和理论工作空间,验证了理论模型的正确性。

1 平面平台型6-PSS 机构运动学模型

1.1 机构描述

平面平台型6-PSS 并联机构中,基座的导轨与滑块构成一个移动副(P);连杆两端分别通过球面副(S)与滑块和动平台连接;电驱动滑块直线运动,带动连杆实现动平台的六自由度运动。

分析图1所示的4种典型构型可知,构型I的导轨以基座中心为基点呈放射性布局,均布6组;构型II的导轨呈十字形正交布局,均布4组;构型III的导轨两两一组分成3组,每组间夹角 120° ;构型IV的导轨横向对称,每组有3条导轨且相互平行。

收稿日期: 2024-03-08

基金项目: 国家自然科学基金面上项目(52175239)

作者简介: 王启明,女,1991年生,山西大同人,博士,副教授;主要研究方向为新能源汽车系统测控技术及车辆智能化检测等;E-mail: wangqm@usst.edu.cn.

引用格式: 王启明,薛牟宇,高大威,等. 6-PSS 并联机构构型设计与参数优化[J]. 机械强度,2026,48(3):47-59.

WANG Qiming, XUE Muyu, GAO Dawei, et al. Configuration design and parameter optimization of 6-PSS parallel mechanism[J]. Journal of Mechanical Strength, 2026, 48(3): 47-59.



免费获取

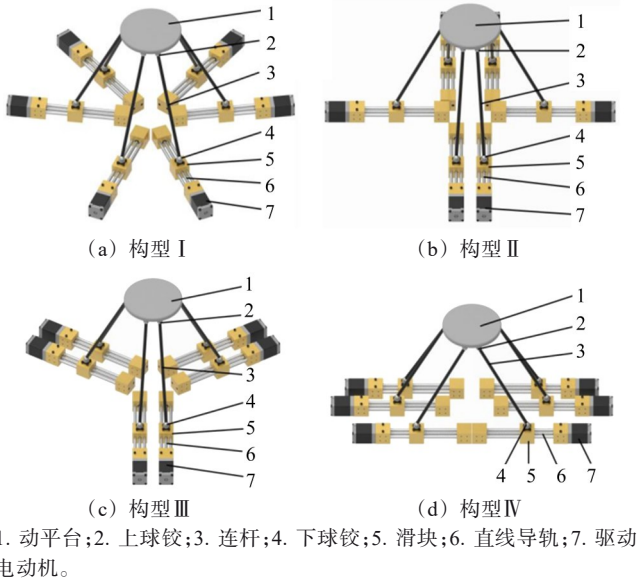


图1 4种构型的三维模型
Fig. 1 3D models of four configurations

1.2 坐标系建立与运动学逆解

运动学逆解是已知动平台的位姿参数 q ,反求6个滑块的位移 S_i (大小为滑块球铰副中心 B_i 到初相位 B_{0i} 的距离)。其中, $q = [x, y, z, \alpha, \beta, \gamma]$ 中的 x, y, z 分别为沿 X, Y, Z 三轴的轴向位移; α, β, γ 分别为绕 X, Y, Z 三轴的旋转角度。

以构型III为例,由机构位置矢量示意图(图2)可得,位置矢量表达式为

$$l_{B_i A_i} = l_{O A_i} - l_{O B_i} = l_{O O A_i} + l_{O A_i} - l_{O B_i} \quad (1)$$

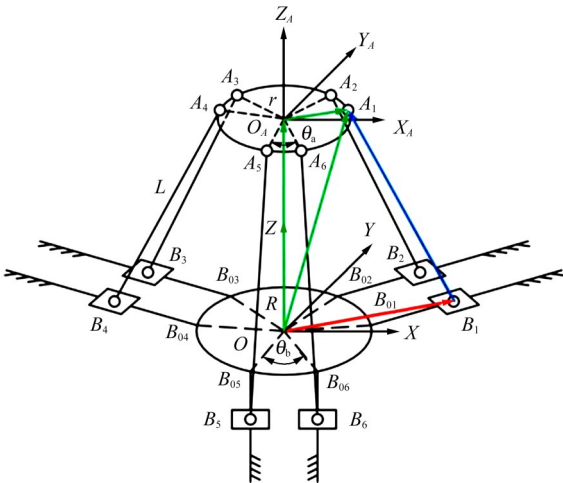


图2 平面平台型6-PSS并联机构位置矢量示意图
Fig. 2 Position vector diagram of planar platform type 6-PSS parallel mechanism

令动平台上的球铰副中心 $A_i = [A_{ix}, A_{iy}, A_{iz}]^T$ 在动坐标系中的坐标矢量为 A'_i ,通过坐标变换即可得到静坐标系中的坐标矢量 A_i 。坐标变换表达式为

$$A_i = R' \cdot A'_i + T \quad (2)$$

$$R' = \begin{bmatrix} c\beta c\gamma & s\alpha s\beta c\gamma - c\alpha s\gamma & c\alpha s\beta c\gamma + s\alpha s\gamma \\ c\beta s\gamma & s\alpha s\beta s\gamma + c\alpha c\gamma & c\alpha s\beta s\gamma - s\alpha c\gamma \\ -s\beta & s\alpha c\beta & c\alpha c\beta \end{bmatrix} \quad (3)$$

$$T = [x, y, z]^T \quad (4)$$

式中, R' 为旋转变换矩阵; T 为平移变换矩阵; c 为 \cos 函数的简写; s 为 \sin 函数的简写。

滑块球铰副中心 $B_i (i = 1, 2, \dots, 6)$ 在静坐标系中的坐标矢量 $B_i = [B_{ix}, B_{iy}, 0]^T$ 可根据直线导轨布置方式,由机构结构参数和滑块位移 S_i 计算得出。

根据运动过程中机构杆长不变的关系,联立式(1)建立方程,有

$$\|A_i - B_i\| = L, i = 1, 2, \dots, 6 \quad (5)$$

求解式(5)即可得到滑块位移 S_i 。

1.3 机构雅可比矩阵

根据刚体速度投影定理,第 i 个动平台球铰副中心的速度矢量为

$$V_{A_i} = V_{O_A} + \omega_A \times (R'A'_i) \quad (6)$$

式中, V_{O_A} 为动平台坐标原点的速度矢量, $V_{O_A} = (\dot{x}, \dot{y}, \dot{z})^T$; ω_A 为动平台绕动坐标系转动的角速度, $\omega_A = (\alpha, \beta, \gamma)^T$ 。

计算其速度投影为

$$V_{A_i} L_i = [L_i \quad R'A'_i \times L_i] \begin{bmatrix} V_{O_A} \\ \omega_A \end{bmatrix} \quad (7)$$

式中, L_i 为连杆方向向量, $L_i = (L_{ix}, L_{iy}, L_{iz})^T$ 。

再根据导轨位置,可得

$$V_{B_i} = \dot{S}_i m_i \quad (8)$$

式中, V_{B_i} 为滑块上球铰副中心速度矢量; \dot{S}_i 为滑块速度向量; m_i 为第 i 条导轨的方向向量, $m_i = (\cos \theta_i, \sin \theta_i, 0)^T$,其中, θ_i 为第 i 条导轨与 X 轴正方向的夹角。

令 $V_{A_i} L_i = V_{B_i} L_i$,则可得

$$\begin{bmatrix} \dot{S}_1 \\ \dot{S}_2 \\ \vdots \\ \dot{S}_6 \end{bmatrix} = J \begin{bmatrix} V_{O_A} \\ \omega_A \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{L_1^T}{L_1 m_1} & \frac{[R'A'_1 \times L_1]^T}{L_1 m_1} \\ \frac{L_2^T}{L_2 m_2} & \frac{[R'A'_2 \times L_2]^T}{L_2 m_2} \\ \vdots & \vdots \\ \frac{L_6^T}{L_6 m_6} & \frac{[R'A'_6 \times L_6]^T}{L_6 m_6} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{z} \\ \alpha \\ \beta \\ \dot{\gamma} \end{bmatrix} \quad (9)$$

式中, J 为所要求解的雅可比矩阵。

式(9)可简写为

$$\dot{S}_i = J \dot{q} \quad (10)$$

式中, \dot{q} 为动平台速度向量。

对式(10)两端同时求导,可得滑块的加速度为

$$\ddot{S}_i = J\ddot{q} + \dot{J}\dot{q} \quad (11)$$

式中, \ddot{S}_i 为滑块加速度向量, $\ddot{S}_i = [\ddot{S}_1, \ddot{S}_2, \ddot{S}_3, \ddot{S}_4, \ddot{S}_5, \ddot{S}_6]^T$ 。

1.4 误差模型

分别研究驱动副位置误差($\delta R_i, \delta \theta_{b_i}$)、杆长误差 δl_i 、动平台球铰副位置误差($\delta r_i, \delta \theta_{a_i}$) 5项结构误差,对6-PSS并联机构位置误差 $\delta P = (\delta X, \delta Y, \delta Z)^T$ 和姿态误差 $\delta F = (\delta \alpha, \delta \beta, \delta \gamma)^T$ 的影响。

采用矢量微分法构建误差模型。由闭环公式 $L_i = B_i A_i$ 可得

$$u_i \cdot l_i = R' \cdot A_i' + T - B_i \quad (12)$$

式中, u_i 为连杆方向单位向量, $u_i = L_i / l_i$; l_i 为连杆实际长度。

$$\delta u_i l_i + u_i \delta l_i = \delta R' A_i' + R' \delta A_i' + \delta T - \delta B_i \quad (13)$$

由文献[12]的公式推导,式(13)经整理后可得结构参数误差对末端位姿误差产生影响的映射关系为

$$\delta q = J_p^{-1} \delta l_i - J_p^{-1} J_o \delta e \quad (14)$$

式中, δq 为机构末端位姿误差向量, $\delta q = (\delta x, \delta y, \delta z, \delta \alpha, \delta \beta, \delta \gamma)^T$; J_p 为杆长误差传递矩阵, $J_p =$

$$\begin{bmatrix} u_1^T & (R' A_1' \times u_1)^T \\ \vdots & \vdots \\ u_6^T & (R' A_6' \times u_6)^T \end{bmatrix}; \delta l_i \text{ 为连杆长度误差向量, } \delta l_i =$$

$(\delta l_1, \delta l_2, \delta l_3, \delta l_4, \delta l_5, \delta l_6)^T$; J_o 为球铰副中心位置误差传

$$\text{递矩阵, } J_o = \begin{bmatrix} u_1^T R' & -u_1^T & \cdots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & u_6^T R' & -u_6^T \end{bmatrix}; \delta e \text{ 为上、下球}$$

铰副中心位置误差向量, $\delta e = (\delta A_1', \delta B_1', \cdots, \delta A_6', \delta B_6')^T$ 。

1.5 误差敏感度

误差敏感度是评价机构在某一位姿下受结构参数误差影响程度的指标,是评价机构性能的一项重要指标。

误差模型式(14)经过推导整理为

$$\delta q = [J_p^{-1} \quad -J_p^{-1} J_o] \begin{bmatrix} \delta l_i \\ \delta e \end{bmatrix} = J_c \delta G \quad (15)$$

式中, J_c 为总误差传递矩阵; δG 为机构结构误差向量。

假设结构误差向量满足 $\|\delta G\|^2 \leq \rho$,则有

$$\|J_c^{-1} \delta q\|^2 \leq \rho \quad (16)$$

式中, ρ 为结构误差向量模长的平方。

对总误差传递矩阵 J_c 采用奇异值分解,可得

$$J_c = U \Sigma V^T \quad (17)$$

式中, U, V 分别为由矩阵 $J_c J_c^T, J_c^T J_c$ 的线性无关特征向

量组成的矩阵; Σ 为矩阵 J_c 奇异值组成的对角矩阵, $\Sigma = [\text{diag}(\sigma_1, \sigma_2, \cdots, \sigma_r) \quad 0] (\sigma_1 \geq \sigma_2 \geq \cdots \geq \sigma_r \geq 0)$ 。

因此,推导式(16)为

$$\|V^T \Sigma^{-1} U \delta q\|^2 = [\delta q^T U (\Sigma^{-1})^T V^T] (V \Sigma^{-1} U^T \delta q) = (U^T \delta q)^T \text{diag}(\sigma_1^{-2}, \sigma_2^{-2}, \cdots, \sigma_r^{-2}) (U^T \delta q) \leq \rho \quad (18)$$

总误差传递矩阵 J_c 的奇异值 σ_i 越大,机构的结构参数误差对末端位姿误差的影响就越大。因此,机构误差传递的敏感度可看作矩阵 J_c 的奇异值^[13]。

因此,绝对误差敏感度 E_{s1} 、误差方向敏感度 E_{s2} 、综合误差敏感度 E_{s3} 的计算式分别为

$$E_{s1} = \max [\sigma_i (J_c)] \quad (19)$$

$$E_{s2} = \max [\sigma_i (J_c)] / \min [\sigma_i (J_c)] \quad (20)$$

$$E_{s3} = \prod_{i=1}^6 [\sigma_i (J_c)] \quad (21)$$

2 不同构型机构运动性能

2.1 工作空间

并联机构的工作空间通常可分为可达工作空间、灵活工作空间、完全工作空间^[14]等。本文主要分析固定姿态角为 $(0^\circ, 0^\circ, 0^\circ)$ 下的位置工作空间,以下简称位置工作空间。位置工作空间的约束条件如下。

2.1.1 球铰副转角限制

6-PSS并联机构各支链的连杆两端通过球铰副分别与动平台和滑块连接。球铰副转角由最大转角 φ_{\max} 约束限制。定义球铰副转角 φ 为球铰副底座面的法向量和与球铰副连接的连杆方向向量的夹角。本研究中,最大转角 $\varphi_{\max} = 45^\circ$,则各球铰副转角应满足

$$\begin{cases} \varphi_{a_i} = \arccos(L_i n_{a_i} / L) \leq \varphi_{\max} \\ \varphi_{b_i} = \arccos(L_i n_{b_i} / L) \leq \varphi_{\max} \end{cases} \quad (22)$$

式中, $\varphi_{a_i}, \varphi_{b_i}$ 为各球铰的转角角度; n_{a_i} 为动平台球铰副底座面的单位法向量; n_{b_i} 为滑块球铰副底座面的单位法向量。

2.1.2 滑块行程限制

受直线导轨长度限制,滑块行程位移约束为

$$0 \leq S_i \leq S'_0, i = 1, 2, \cdots, 6 \quad (23)$$

式中, S'_0 为直线导轨设计长度。

区别于传统的点离散法, IDM 计算效率更快且不存在漏解,因此本文采用 IDM^[15]求解机构位置工作空间。IDM 求解过程:首先,确定初始搜索范围,该范围由 (P, Q) 两个区间构成;其次,将区间代入运动学逆解表达式中求驱动副运动区间的计算值 $[l]$,再将该值与驱动副行程 $[s]$ 比较,得出 W_{in}, W_{out}, W_{bou} 这3个区间集;最后,计算 W_{bou} 的区间宽度。并与精度阈值做比较。

具体的步骤流程如图3所示。

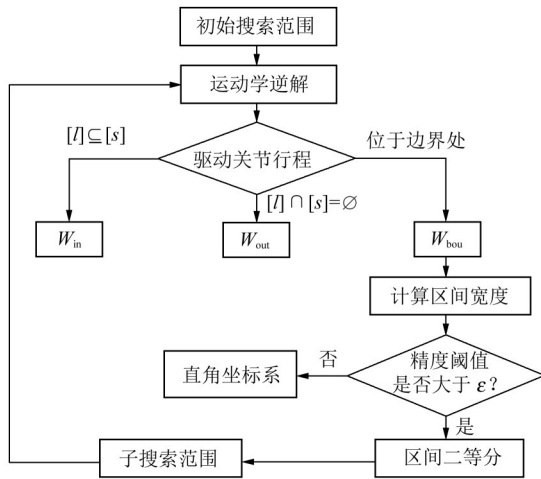


图3 IDM求解过程流程图

Fig. 3 Flowchart of IDM solving process

因此,包含整个工作空间的区域体积为

$$\begin{cases} V_{\text{total}} = L_x L_y L_z \\ L_x = x_{\text{max}} - x_{\text{min}} \\ L_y = y_{\text{max}} - y_{\text{min}} \\ L_z = z_{\text{max}} - z_{\text{min}} \end{cases} \quad (24)$$

式中, x_{max} 、 x_{min} 、 y_{max} 、 y_{min} 、 z_{max} 、 z_{min} 分别为 x 、 y 、 z 的最大、最小值。

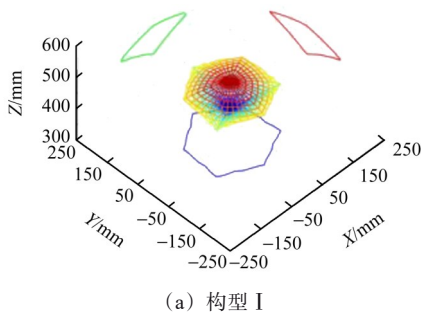
因此,用IDM求解的工作空间体积为

$$V = V_{\text{total}} \frac{n_{\text{in}}}{n_{\text{total}}} \quad (25)$$

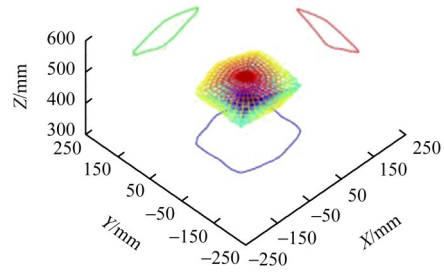
式中, n_{in} 为落入工作空间内的点数; n_{total} 为总离散点数。

平面平台型6-PSS并联机构的结构参数共有6个: R 为导轨末端布置圆周半径, mm; r 为动平台球铰副布置圆周半径, mm; L 为连杆长度, mm; S_0 为直线导轨长度(滑块行程), mm; θ_a 为每组动平台球铰副夹角, ($^\circ$); θ_b 为每组导轨末端夹角, ($^\circ$)。为了对比4种构型的机构位置工作空间,给定一组相同的结构参数值: $R = 200$ mm, $r = 100$ mm, $L = 500$ mm, $S_0 = 200$ mm, $\theta_a = 60^\circ$, $\theta_b = 45^\circ$ 。通过IDM求解4种构型在相同结构参数下的可达工作空间图及投影轮廓,如图4所示。

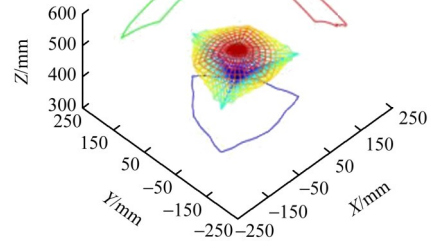
4种构型的可达工作空间范围如表1所示,代入式(25)计算,可得4种构型对应的工作空间体积。



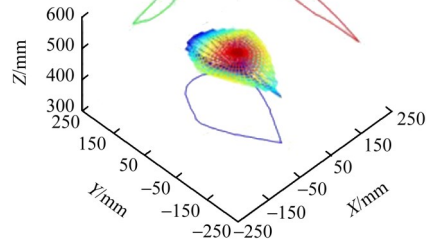
(a) 构型 I



(b) 构型 II



(c) 构型 III



(d) 构型 IV

图4 可达工作空间及其投影图

Fig. 4 Accessible workspace and its projections

表1 4种构型的工作空间

Tab. 1 Four types of workspace in different configurations

类别	可达工作空间范围 (X, Y, Z)/mm	工作空间体积/mm ³
构型 I	(210, 232, 90)	1.0849×10^6
构型 II	(201, 193, 76)	9.7886×10^5
构型 III	(251, 248, 89)	1.2211×10^6
构型 IV	(173, 286, 55)	6.6675×10^5

由表1可知,构型IV的可达工作空间体积最小,而构型III的可达工作空间是4种构型中最大的。

2.2 灵巧度

局部灵巧度的表达式为

$$L_{\text{cl}} = \frac{1}{K(\mathbf{J})} = \frac{1}{\|\mathbf{J}\| \|\mathbf{J}^{-1}\|} \quad (26)$$

式中, $K(\mathbf{J})$ 为条件数, $1 \leq K(\mathbf{J}) \leq +\infty$ 。

由式(26)可知,条件数越小,灵巧度越大,机构的运动/力传递性能越优秀^[16]。由于 L_{cl} 只能判断某一姿态的运动/力传递性能,因此,采用全局灵巧度 G_{cl} 评价整个工作空间的运动/力传递性能。采用对离散点取平均的方法计算全局灵巧度 G_{cl} ,表达式为

$$G_{\text{cl}} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n L_{\text{cl}} \quad (27)$$

式中, n 为工作空间内离散点的数量。

图 5 所示为 4 种构型机构在各自 $z = H_{1/4}$ 、 $z = H_{1/2}$ 、 $z = H_{3/4}$ 这三个平面上的灵巧度分布。由图 5 可知, 灵巧度均随 z 的增大而减小。因此, 在相同工作空间高度 z 下, 构型 III 的均衡度更优。再由式(27)计算可得, 4 种构型对应的 G_{CI} 分别为 0.191 6、0.207 4、0.298 4、0.179 1, 量化结果同样证明了构型 III 的灵巧性为最优。

综合工作空间和灵巧度两方面, 构型 III 的工作空间体积更大、整体灵活性更高。因此, 本文选择构型 III 作为最佳构型。

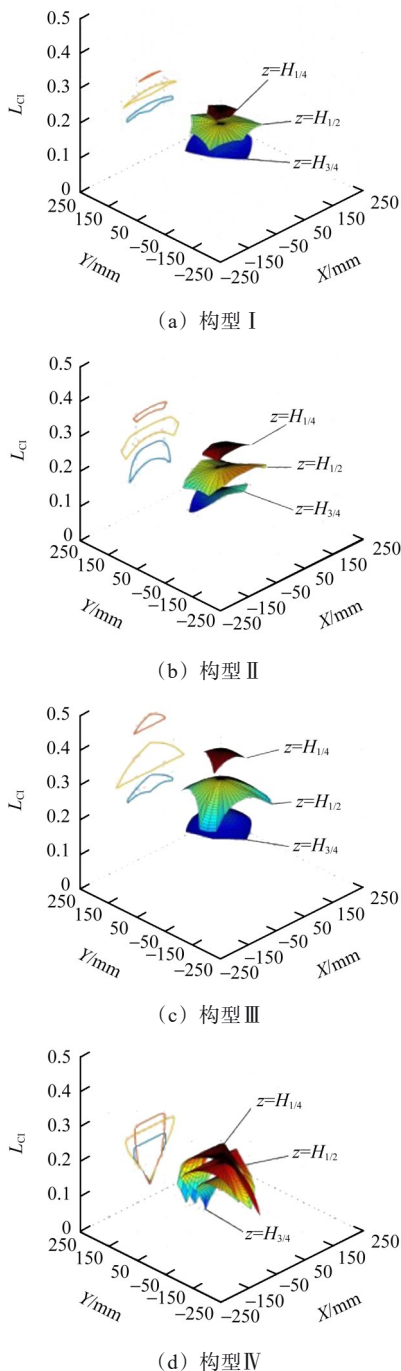


图 5 6-PSS 并联机构的灵巧度分布图

Fig. 5 Distributions of dexterity of 6-PSS parallel mechanism

3 结构参数优化设计

3.1 结构参数

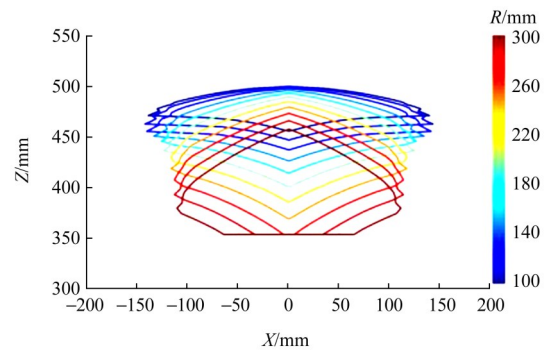
本节选取 6-PSS 并联机构的 6 个结构参数, 分析任意一个参数变化(单变量)对构型 III 工作空间的影响规律。

设定构型 III 的结构参数 $(R, r, L, S_0, \theta_a, \theta_b) = (200 \text{ mm}, 100 \text{ mm}, 500 \text{ mm}, 200 \text{ mm}, 60^\circ, 45^\circ)$ 。采用单变量法, 按变化步长改变 6 个结构参数中的某个变量, 分析其对构型 III 工作空间的影响。如结构参数 R 从 100 mm 增加到 300 mm(变化步长为 20 mm), 其影响趋势如表 2 所示。结合图 6 可知, 工作空间随各参数变化而变化。而各结构参数对灵巧度的影响, 可利用式(26)、式(27)进行求解, 从而分析各结构参数对工作空间和灵巧度等性能的影响规律。

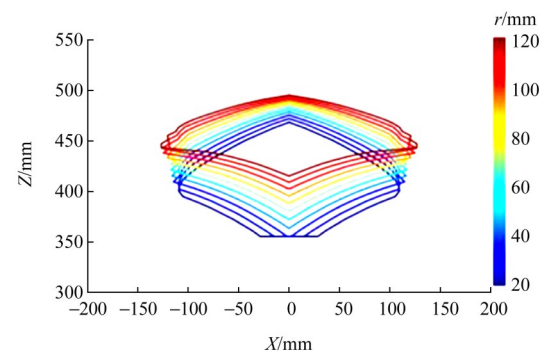
表 2 工作空间投影范围的变化趋势

Tab. 2 Variation trend of the workspace projection

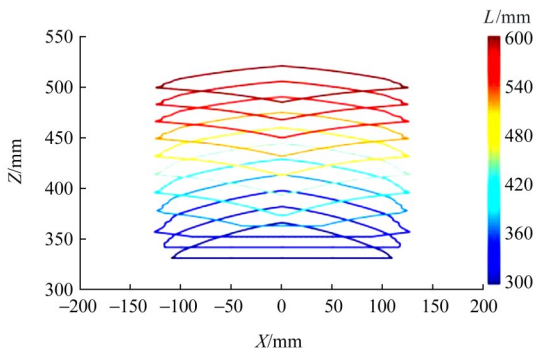
参数	变化范围	变化步长	X 方向投影范围变化幅度/%	Z 方向投影范围变化幅度/%	最高点 Z 坐标/mm	最低点 Z 坐标/mm
R	[100, 300] mm	20 mm	-20.37	+135.13	-42.13	-101.98
r	[20, 120] mm	10 mm	-15.75	+29.28	-26.74	-59.78
L	[300, 600] mm	30 mm	-14.08	-1.76	-309.08	-307.86
S_0	[100, 300] mm	20 mm	+334.96	+246.15	0	-104.73
θ_a	[10°, 110°]	10°	+16.92	+27.36	-4.54	-27.23
θ_b	[10°, 110°]	10°	+25.54	+42.36	+1.37	-41.28



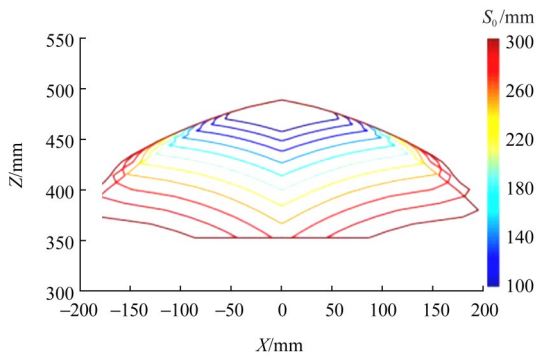
(a) 导轨末端布置圆周半径 R 的影响



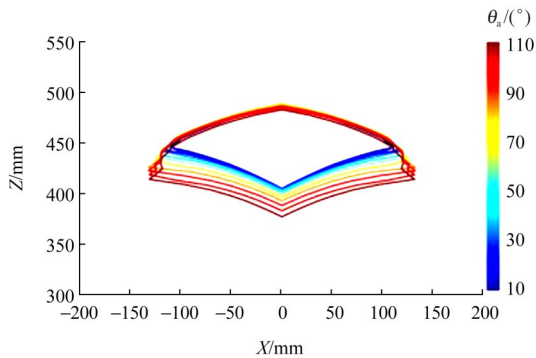
(b) 动平台球铰副布置圆周半径 r 的影响



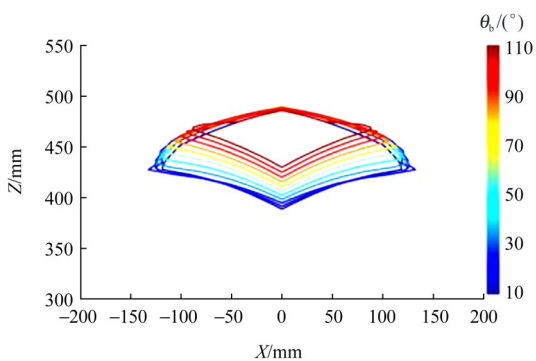
(c) 连杆长度 L 的影响



(d) 直线导轨长度 S_0 的影响



(e) 动平台球铰副夹角 θ_a 的影响



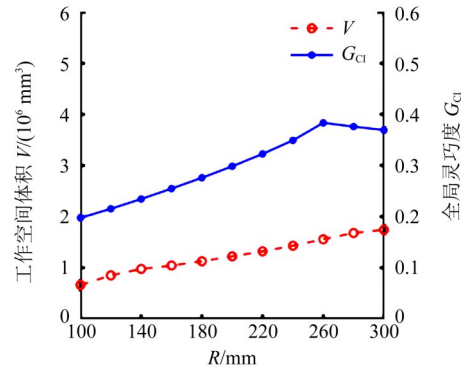
(f) 导轨末端夹角 θ_b 的影响

图 6 6 组参数对工作空间的影响

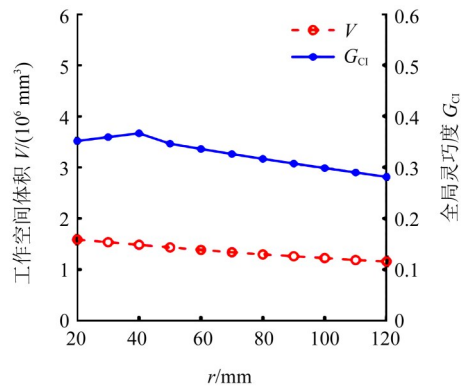
Fig. 6 Effects of 6 sets of parameters on the workspace

由图 7 可知,前 3 组结构参数在一定范围内变化时,工作空间与灵巧度成正相关,而后 3 组结构参数的改变对灵巧度的影响较大。为确保 G_{cl} 和 V 成正相关,

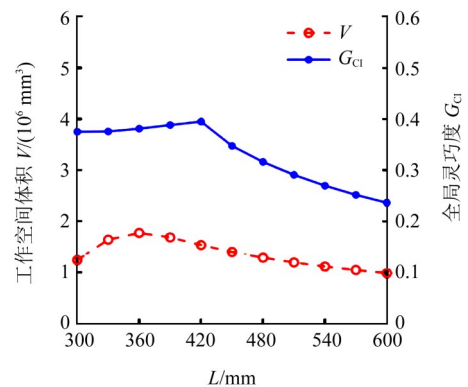
应确保机构工作空间在最低位置时是点而非平面。因此,只需将体积 V 作为优化目标进行优化。



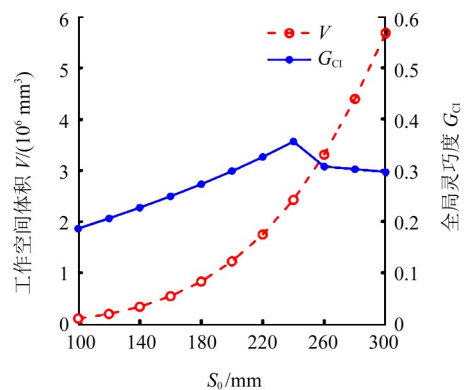
(a) 导轨末端布置圆周半径 R 的影响



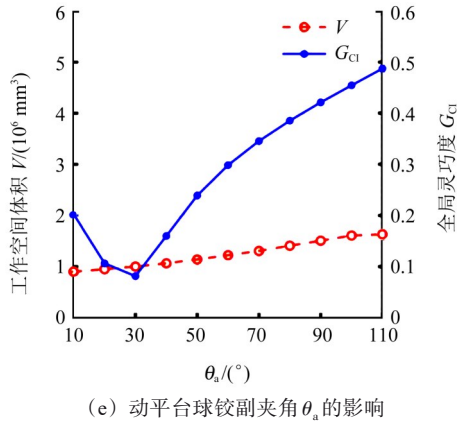
(b) 动平台球铰副布置圆周半径 r 的影响



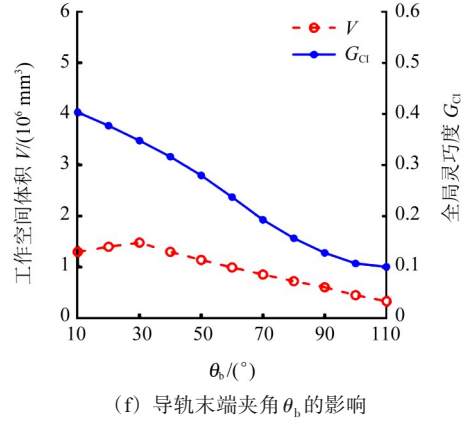
(c) 连杆长度 L 的影响



(d) 直线导轨长度 S_0 的影响



(e) 动平台球铰副夹角 θ_a 的影响



(f) 导轨末端夹角 θ_b 的影响

图 7 结构参数与性能之间的关系

Fig. 7 Relation between structural parameters and performance

3.2 优化模型

将构型 III 的结构参数作为设计变量,由于滑块行程 S_0 对工作空间有直接影响,因此,取固定值 $S_0 = 200 \text{ mm}$ 。设计变量的边界条件如表 3^[17]所示。

结合上述分析,构型 III 在 1 组结构参数下,若工作

$$Z_{\min} = \sqrt{L^2 - [r \sin(\frac{\theta_a}{2}) - R \sin(\frac{\theta_b}{2})]^2 - [r \cos(\frac{\theta_a}{2}) - R \cos(\frac{\theta_b}{2}) - S_0]^2} \quad (28)$$

此时,12 个球铰副转角相同,且满足以下关系:

$$\varphi_{ai} = \varphi_{bi} = \arccos \frac{Z_{\min}}{L} \leq \varphi_{\max} \quad (29)$$

表 3 设计变量的边界条件

Tab. 3 Boundary conditions for design variables

设计变量	R/mm	r/mm	L/mm	S_0/mm	$\theta_a/(\text{°})$	$\theta_b/(\text{°})$
下边界	100	50	300	200	20	20
上边界	200	100	500	200	100	100

式(29)即为设计变量的约束条件。将工作空间体积 V 作为目标函数进行求解,建立的优化模型为

$$\begin{aligned} \max f(R, r, L, S_0, \theta_a, \theta_b) &= V \\ \text{s. t. } &\begin{cases} 100 \text{ mm} \leq R \leq 200 \text{ mm} \\ 50 \text{ mm} \leq r \leq 100 \text{ mm} \\ 300 \text{ mm} \leq L \leq 500 \text{ mm} \\ S_0 = 200 \text{ mm} \\ 20^\circ \leq \theta_a \leq 100^\circ \\ 20^\circ \leq \theta_b \leq 100^\circ \end{cases} \end{aligned} \quad (30)$$

3.3 优化结果

采用 PSO 算法、EO 算法分别对所建立的优化模型进行求解。在 PSO 算法运行时,每个粒子都将记录下自己的最佳位置,借助自身经验的指引,结合群体经验的影响,实现同时向个体最佳位置和全局最佳位置的逼近^[18],具有较强的全局搜索能力。EO 算法可将不同浓度的粒子作为搜索种群,通过随机更新个体的浓度达到平衡状态^[19]。EO 算法除了较强的全局搜索能力外,还有参数少和易实现的优点。

为了对比 PSO 算法、EO 算法的优化性能,设置 2

空间最低处是一个点,则工作空间体积 V 和全局灵巧度 G_{C1} 成正相关。这一约束条件相当于 6 个滑块同时处于最大行程时,球铰副的旋转角度未达到最大值。对于这一最低点 $(0, 0, Z_{\min})$,可通过机构的几何关系计算得到,计算式为

种算法的迭代次数和每 1 代的个体数均相同。PSO 算法的控制参数为种群规模 $N_{\text{PSO}} = 20$ 、最大迭代次数 $T_{\text{max}}^{\text{PSO}} = 100$ 、学习因子 $c_1 = c_2 = 1.5$ 、最大惯性权重 $\omega_{\text{max}} = 0.8$ 、最小惯性权重 $\omega_{\text{min}} = 0.4$;EO 算法的控制参数为个体数 $N_{\text{EO}} = 20$ 、最大迭代次数 $T_{\text{max}}^{\text{EO}} = 100$ 。

用 2 种算法各自独立运行 10 次,对构型 III 的机构优化模型[式(30)]进行求解。将 10 次运算结果的目标函数值取平均值,得到图 8 所示的平均收敛曲线。将 10 次运算结果的最优目标函数值、平均目标函数值、最差目标函数值、目标函数值的标准差作为性能指标对 2 种算法进行评价,评价结果如表 4 所示。

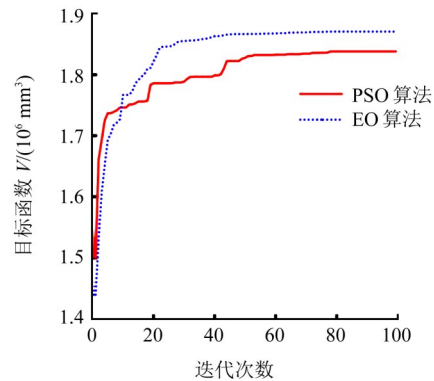


图 8 PSO、EO 算法的平均收敛曲线

Fig. 8 Average convergence curves of PSO and EO algorithms

由表 4 可知,PSO 算法、EO 算法获得了较为接近的最优目标函数值,此最优目标函数值可被看作全局最优解。就平均性能而言,EO 算法的平均目标函数值和

最差目标函数值要优于 PSO 算法,且 EO 算法的目标函数值的标准差较小。因此结合图 8 可知,EO 算法在解的质量、收敛速度、性能稳定性等方面优于 PSO 算法。

表 4 PSO 和 EO 算法求解的性能

Tab. 4 Performance of PSO and EO algorithms

算法	最优目标函数值 $f_b/(10^6 \text{ mm}^3)$	平均目标函数值 $f_{ave}/(10^6 \text{ mm}^3)$	最差目标函数值 $f_w/(10^6 \text{ mm}^3)$	标准差 $\sigma_f/10^6$
PSO	1.887 0	1.838 0	1.718 0	4.914 5
EO	1.887 2	1.870 6	1.826 6	2.162 0

对结构参数优化的结果进行圆整,其结果如表 5 所示。其中,解 1 为挑选出的局部结构参数;解 2 为挑选出的最优结构参数;解 3 为全局最优结构参数。

表 5 优化结果对比

Tab. 5 Comparison of optimization results

解	R/mm	r/mm	L/mm	S_0/mm	$\theta_a/(\text{^\circ})$	$\theta_b/(\text{^\circ})$	$V/$ (10^6 mm^3)	G_{Cl}
1	133	71	420	200	60	31	1.454 0	0.349 2
2	168	91	401	200	63	33	1.713 3	0.428 9
3	199	70	490	200	95	30	1.887 2	0.529 8

按照表 5 中 3 个解的结构参数作工作空间投影图(图 9)和灵巧度分布图(图 10)。由图 9 可知,解 3 的工作空间在 XOZ 投影区域最高,工作空间也最大。由图 10 可知,解 1、2、3 依然满足随 z 增大、局部灵巧度变小的规律,由式(27)计算全局灵巧度后,对比解 1、2、3 可知,解 3 的全局灵巧度最大。

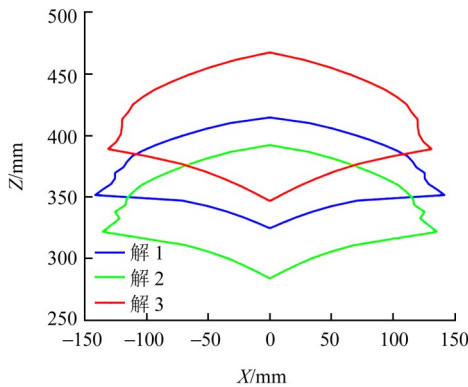


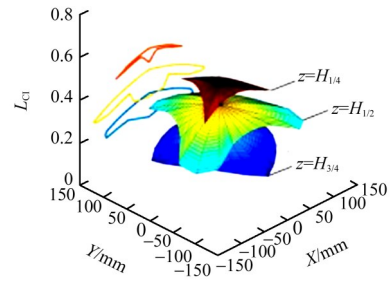
图 9 3 个解对应的工作空间投影图

Fig. 9 Three solutions corresponding to the workspace projection

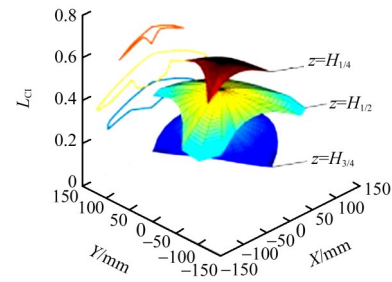
图 11 为最优结构参数下的三维模型图。由图 11 可知,该模型满足几何关系 $2r \sin(\theta_a/2) = 2R \sin(\theta_b/2)$,即图 11 中每组 2 个球铰副中心的距离和每组导轨平行间的距离相等。

综上所述,设计平面平台型 6-PSS 并联机构时应以构型 III 为基础,6 条直线导轨分为 3 组,呈 120° 分布,组内导轨平行分布;滑块行程 S_0 显著影响工作空间的大小,所需的工作空间越大,则 S_0 越大;同时,调整参数 R 、 r 、 L 以获得更大的工作空间;最后,通过调整

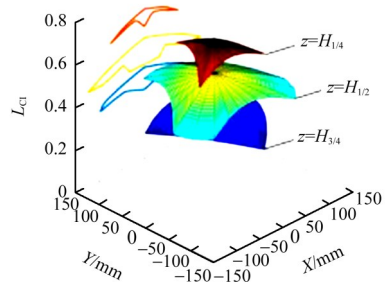
参数 θ_a 、 θ_b ,以满足 $2r \sin(\theta_a/2) = 2R \sin(\theta_b/2)$,即可得到机构的最优运动性能。



(a) 解 1



(b) 解 2



(c) 解 3

图 10 3 个解对应的灵巧度分布

Fig. 10 Dexterity distribution corresponding to the three solutions

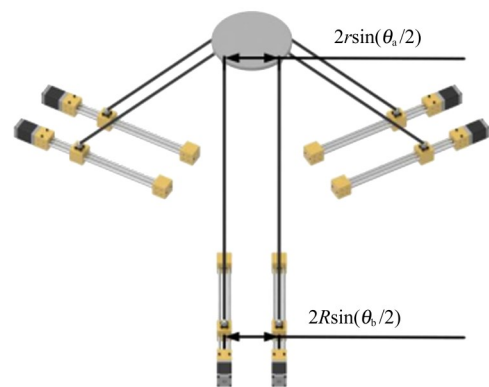


图 11 最优结果对应的三维模型

Fig. 11 3D model corresponding to the optimal result

3.4 误差分析

3.4.1 单项误差分析

零件制造与装配过程难免存在参数误差^[20]。本文主要研究结构参数误差(包括驱动副及动平台球铰副在安装时产生的位置误差 δR_i 、 $\delta \theta_b$ 和 δr_i 、 $\delta \theta_a$,以及连杆安装时产生的误差 δl_i)对机构末端位姿误差的影响。

若考虑多条支链,对应的误差总数则过于繁杂,不利于求解。因此,只对单条支链进行分析。设长度误差为 0.2 mm、角度误差为 1°,对机构在 4 种典型工

况下进行分析,分别为:升降($z = [380, 440]$ mm)、平移($x = [-50, 50]$ mm)、俯仰($\alpha = [-10^\circ, 10^\circ]$)、偏航($\gamma = [-10^\circ, 10^\circ]$),结果如表 6 所示。

表 6 单支链上单项误差对机构末端位姿误差的影响

Tab. 6 Influence of single error of single branch chain on pose error of mechanism end

位姿点	结构参数误差	位置误差/(10 ⁻² mm)			姿态误差/(°)		
		max δx	max δy	max δz	max $\delta \alpha$	max $\delta \beta$	max $\delta \gamma$
(0, 0, 400 mm, 0°, 0°, 0°)	$\delta R_i = 0.2$ mm	2.625 7	8.327 6	2.621 3	5.037 8	2.910 9	3.573 5
	$\delta r_i = 0.2$ mm	1.831 8	5.809 6	1.828 7	3.514 5	2.030 7	2.493 0
	$\delta l_i = 0.2$ mm	6.171 9	19.574 7	4.297 8	8.260 0	4.772 6	8.399 8
	$\delta \theta_{ai} = 1^\circ$	6.128 3	19.436 6	6.116 4	11.755 2	6.792 2	8.340 6
	$\delta \theta_{bi} = 1^\circ$	6.107 6	19.370 9	6.097 3	11.718 5	6.771 0	8.312 4
(50 mm, 50 mm, 430 mm, 0°, 0°, 0°)	$\delta R_i = 0.2$ mm	3.609 0	9.525 6	2.144 3	4.132 9	2.368 1	3.678 9
	$\delta r_i = 0.2$ mm	2.706 9	7.144 6	1.475 0	3.099 9	1.776 0	2.759 3
	$\delta l_i = 0.2$ mm	6.682 2	17.637 0	4.165 2	7.654 6	4.422 9	6.814 0
	$\delta \theta_{ai} = 1^\circ$	7.518 4	19.844 2	5.555 1	10.209 1	5.846 0	9.088 0
	$\delta \theta_{bi} = 1^\circ$	6.163 8	24.006 7	6.876 7	12.637 9	7.236 7	11.250 0
(0, 0, 430 mm, 10°, 0°, 0°)	$\delta R_i = 0.2$ mm	3.072 2	9.466 0	1.566 3	4.606 3	2.074 2	3.419 0
	$\delta r_i = 0.2$ mm	1.866 1	5.749 8	0.951 4	2.797 9	1.259 9	2.076 7
	$\delta l_i = 0.2$ mm	5.941 9	18.308 3	3.029 4	8.909 0	4.001 8	6.612 7
	$\delta \theta_{ai} = 1^\circ$	9.842 8	30.327 9	5.018 2	14.757 9	6.645 6	10.953 9
	$\delta \theta_{bi} = 1^\circ$	7.088 9	21.842 5	3.614 2	10.628 8	4.786 2	7.889 1
(0, 0, 430 mm, 0°, 0°, 10°)	$\delta R_i = 0.2$ mm	2.911 3	8.360 5	2.532 3	4.376 6	3.030 8	3.690 6
	$\delta r_i = 0.2$ mm	2.425 5	6.944 0	2.109 7	3.024 8	2.525 0	3.074 7
	$\delta l_i = 0.2$ mm	5.456 3	15.924 9	4.746 0	8.336 4	5.680 3	6.916 8
	$\delta \theta_{ai} = 1^\circ$	6.441 0	22.843 7	4.917 7	11.958 3	5.647 0	9.921 5
	$\delta \theta_{bi} = 1^\circ$	6.115 5	21.570 9	5.090 7	11.292 0	6.092 9	9.368 7

由表 6 可知,杆长误差 δl_i 对机构末端位姿误差影响最大,导轨末端布置圆周半径误差 δR_i 的影响次之,动平台球铰副布置圆周半径误差 δr_i 的影响最小。

3.4.2 误差敏感度分析

计算构型 III 在 4 种典型运动工况(升降、平移、俯仰、偏航)下的 3 项误差敏感度,并绘制其变化曲线,如图 12 所示。

表 7 样机各项结构参数值

Tab. 7 Various structural parameter values of the prototype

参数	R/mm	r/mm	L/mm	S ₀ /mm	$\theta_a/(^\circ)$	$\theta_b/(^\circ)$
值	62	30	100	50	60	28

由图 12(a)可知,构型 III 在升降运动时,3 项误差敏感度变化很大,且随动平台位置上升而不断增大。由图 12(b)、图 12(c)可知,构型 III 在平移、俯仰运动时,3 项误差敏感度的变化规律几乎一致, E_{s1} 、 E_{s2} 变化较大,均随动平台位姿远离中心位置而不断增大;而 E_{s3} 变化较小,随机构型 III 动平台远离中心位置而不断增大。由图 12(d)可知,构型 III 在偏航运动时,3 项误差

敏感度的变化幅度相较于前 3 种工况相对较小,但仍随着机构动平台远离中心位置而略有增大。

为便于观察 6-PSS 并联机构各项误差敏感度在工作空间里的分布情况,求解姿态角均为 0° 时的机构动平台在工作空间高度 $z = H_{1/4}$ 、 $z = H_{1/2}$ 、 $z = H_{3/4}$ 平面上的误差敏感度,并绘制其误差敏感度分布,如图 13 所示。

由图 13 可知,随着机构动平台在 Z 方向的升高,3 项误差敏感度均增大;当机构动平台处于中心位置时,误差敏感度值最小;越远离中心位置时,3 项误差敏感度越大。

4 实物样机试验

4.1 实物样机制作

根据上述参数优化结果并结合实际应用需求,设定平面平台型 6-PSS 并联机构参数如表 7 所示。

图 14 所示为并联机构实物样机。由驱动模块、直线运动模块、连杆模块、动平台连接板等组成。其中,驱动模块由 28HB30-402A 型步进电动机、联轴器、丝

杆等组成;连杆模块由万向球轴承、双头螺纹杆等组成(安装时控制2个滚球中心距离为100 mm,球铰副

最大转角为 60°);直线运动模块由铝合金连接块、深沟球轴承、直线轴承、直线光轴、T5丝杆螺母等组成。

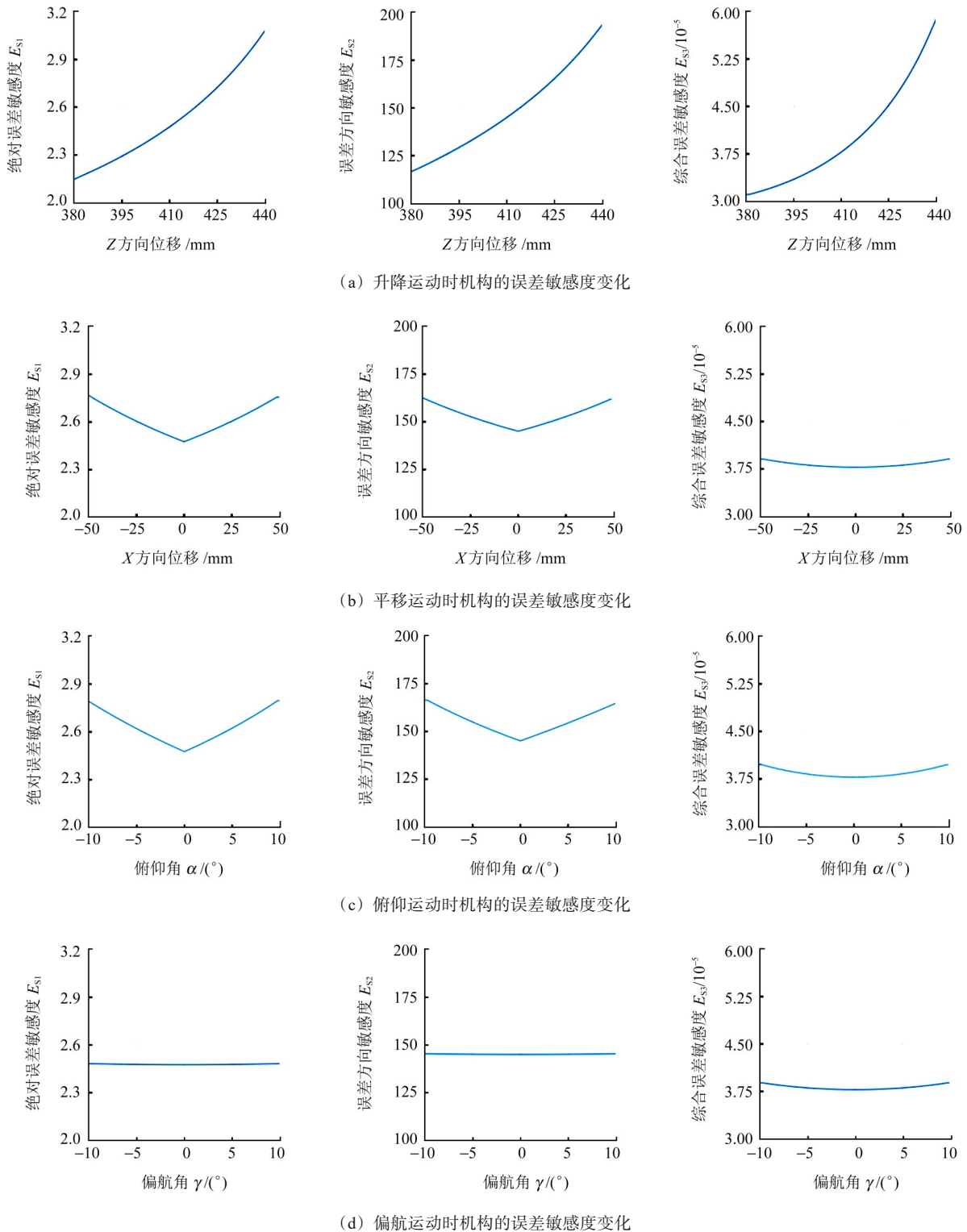


图12 4种典型运动工况下机构的三项误差敏感度变化曲线

Fig. 12 Three error sensitivity curves of the mechanism under 4 typical motion conditions

4.2 工作空间验证

为验证工作空间理论模型的正确性,应用Matlab软件相机标定工具箱对机构的实际工作空间,进行测量。原理为:利用Matlab软件相机标定工具箱,得到

6-PSS并联机构动平台不同位置相对于固定相机的位置;然后以相机位置为世界坐标系原点,就可以得到动平台中心位置和各边界位置在世界坐标系中的坐标。

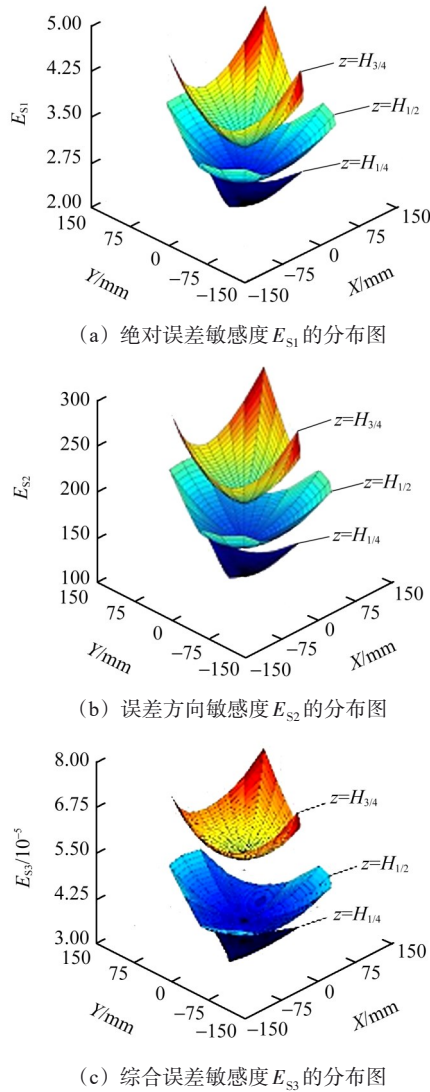


图 13 三项误差敏感度分布图

Fig. 13 Three error sensitivity distribution diagram

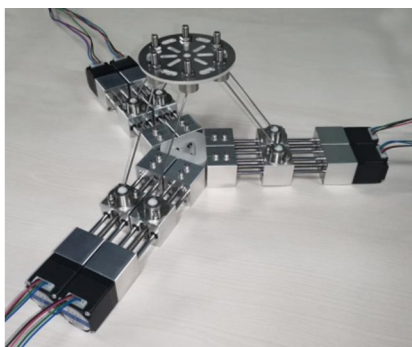


图 14 构型 III 的平面平台型 6-PSS 并联机构实物样机

Fig. 14 Prototype of planar platform type 6-PSS parallel mechanism with configuration III

自制图 15 所示的棋盘格标定板, 格子数目为 7×5 , 格子边长为 5 mm, 固定于机构动平台上。利用平移向量相减的方法, 得到机构在 $z = 70$ mm、 $z = 85$ mm 工作空间高度平面上, 动平台边界位置相对于中心位置的坐标。图 16、图 17 分别为不同工作空间高度平面上通过相机外部参数重建的棋盘格标定板和相机的位置场景。最后, 得到 25 个平移向量, 即可得到边界点相对

于中心点的坐标。

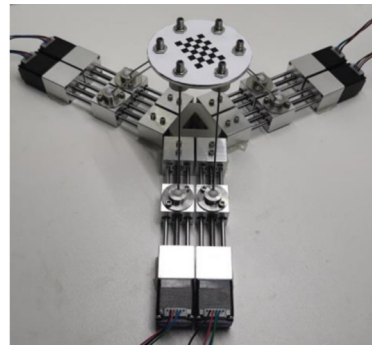


图 15 棋盘格标定板固定于动平台上

Fig. 15 Checkerboard calibration board fixed on the moving platform

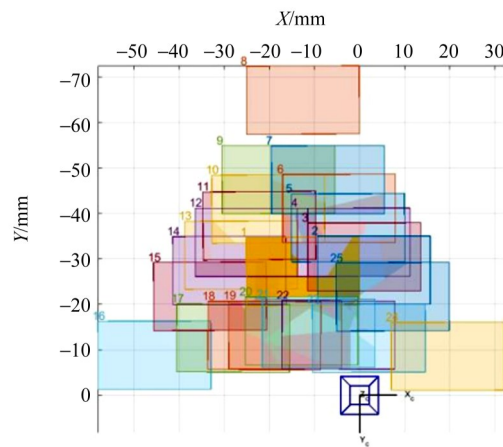


图 16 $z = 70$ mm 工作空间高度平面上相机与标定板在世界坐标系中的位置重建

Fig. 16 Position reconstruction of camera and calibration board in the world coordinate system on the height plane of $z = 70$ mm workspace

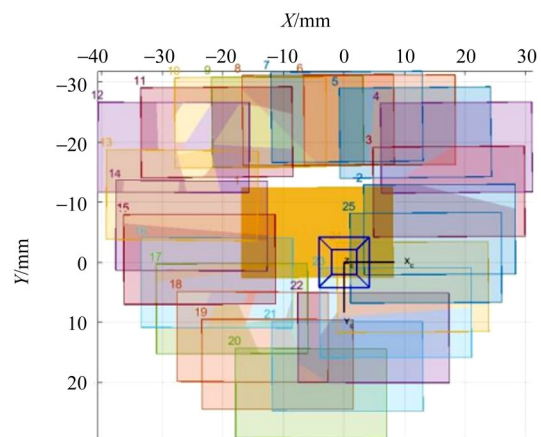


图 17 $z = 85$ mm 工作空间高度平面上相机与标定板在世界坐标系中的位置重建

Fig. 17 Position reconstruction of camera and calibration board in the world coordinate system on the height plane of $z = 85$ mm workspace

图 18 所示为理论数据和试验数据的对比, 验证了工作空间理论模型和结构参数优化结论的正确性。

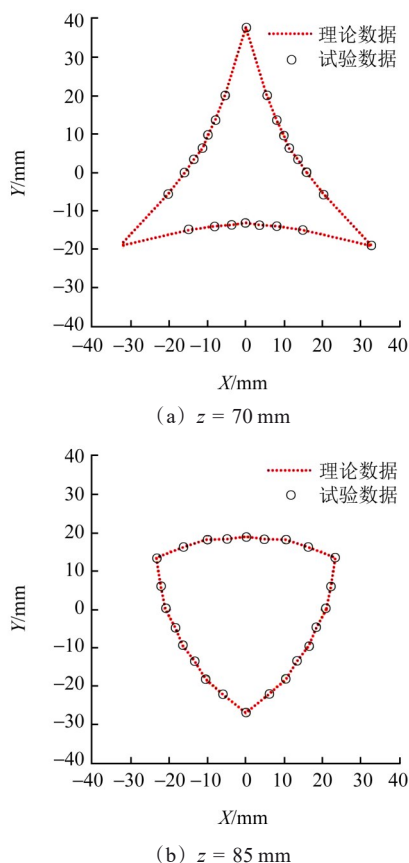


图 18 工作空间高度平面上试验和理论数据的对比

Fig. 18 Comparison of test and theoretical data on the height plane of workspaces

5 结论

针对平面平台型 6-PSS 并联机构,开展了从构型设计、理论建模到参数优化的全流程研究。建立了包含位姿逆解、雅可比矩阵及误差敏感度指标在内的数学模型,并提出一套基于智能算法的尺寸综合优化方法。得出以下主要结论:

1)通过 IDM 求解工作空间并结合全局灵巧度分析,确定了构型 III 为最优构型,且发现该构型的工作空间体积与全局灵巧度成正相关。

2)以工作空间为目标函数构建了优化模型,对比验证了平衡优化器算法在各项性能上均优于粒子群优化算法,并据此解算出机构的最优结构参数。

3)揭示了单项结构参数误差对末端位姿的影响规律及典型工况下的敏感度变化,并通过实物样机试验,验证了理论模型及优化结果的有效性。

参考文献(References)

[1] HOU F L, LUO M Z, ZHANG Z J. An inverse kinematic analysis modeling on a 6-PSS compliant parallel platform for optoelectronic packaging[J]. CES Transactions on Electrical Machines and Sys-

tems, 2019, 3(1):81-87.

- [2] 张忠雷,金振林,张金柱. 新型送料机械手及其工作空间分析[J]. 中国机械工程,2016,27(13):1743-1747.
ZHANG Zhonglei, JIN Zhenlin, ZHANG Jinzhu. Workspace analysis of a novel feeding manipulator[J]. China Mechanical Engineering, 2016, 27(13): 1743-1747. (In Chinese)
- [3] 张建政,高峰,赵现朝,等. 六维并联地震模拟器机构的动力学分析与仿真[J]. 上海交通大学学报,2011,45(9):1263-1268.
ZHANG Jianzheng, GAO Feng, ZHAO Xianchao, et al. Dynamic analysis and simulation of a 6-degree of freedom parallel earthquake simulator[J]. Journal of Shanghai Jiao Tong University, 2011, 45(9): 1263-1268. (In Chinese)
- [4] CAO X T, ZHAO W G, ZHAO H B, et al. 6-PSS precision positioning Stewart platform for the space telescope adjustment mechanism [C]//2018 IEEE International Conference on Mechatronics and Automation (ICMA). New York: IEEE, 2018: 487-492.
- [5] 李晓锋,王加森,卢慧,等. 6-PSS 仿生下颌咀嚼平台工作空间分析及其优化[J]. 机械设计,2016,33(1):48-54.
LI Xiaofeng, WANG Jiasen, LU Hui, et al. Workspace analysis and optimization of bionic 6-PSS jaw platform[J]. Journal of Machine Design, 2016, 33(1): 48-54. (In Chinese)
- [6] ZHU Q G, WANG H R, CHEN Y. Study on the workspace of 6-PSS bionic parallel machine horse [C]//2009 IEEE International Conference on Robotics and Biomimetics (ROBIO). New York: IEEE, 2010: 1463-1466.
- [7] 赵元,毕长飞. 3-PUU 并联机构工作空间分析与优化[J]. 机床与液压,2016,44(3):14-18.
ZHAO Yuan, BI Changfei. Workspace analysis and optimization of 3-PUU parallel manipulator [J]. Machine Tool & Hydraulics, 2016, 44(3): 14-18. (In Chinese)
- [8] 魏明明,傅卫平,张海山,等. 球关节摆角对 6-PSS 并联机器人工作空间的影响[J]. 包装工程,2017,38(3):104-108.
WEI Mingming, FU Weiping, ZHANG Haishan, et al. Influence of ball joint swinging angle on 6-PSS parallel manipulator workspace [J]. Packaging Engineering, 2017, 38(3): 104-108. (In Chinese)
- [9] 王汝贵,黄慕华,李屹豪,等. 一种新型六自由度可重构并联机构的设计与应用[J]. 机械设计与研究,2018,34(6):47-51.
WANG Rugui, HUANG Muhua, LI Yihao, et al. Study on the design and application of a novel 6-DOF reconfigurable parallel mechanism[J]. Machine Design & Research, 2018, 34(6): 47-51. (In Chinese)
- [10] 田海波,马宏伟,马琨,等. 一种三构态变胞并联机构运动学及工作空间分析[J]. 机器人,2019,41(3):414-424.
TIAN Haibo, MA Hongwei, MA Kun, et al. Kinematics and workspace analysis of a metamorphic parallel mechanism with three configurations[J]. Robot, 2019, 41(3): 414-424. (In Chinese)
- [11] 叶鹏达,尤晶晶,仇鑫,等. Stewart 衍生型并联机器人的工作空间分析[J]. 机械设计与研究,2020,36(4):47-51.
YE Pengda, YOU Jingjing, QIU Xin, et al. Workspace analysis of Stewart derivative parallel robot[J]. Machine Design & Research, 2020, 36(4): 47-51. (In Chinese)
- [12] 张树梅. 6-PTRT 并联机器人运动学与位姿误差分析[D]. 抚顺:

- 辽宁石油化工大学,2020:31.
ZHANG Shumei. Analysis of kinematics and pose error for 6-PTRT parallel robot[D]. Fushun: Liaoning Petrochemical University,2020:31. (In Chinese)
- [13] 宋晓飞. 六自由度并联机构误差分析和补偿[D]. 重庆:重庆大学,2012:39.
SONG Xiaofei. The error analysis and compensation of six degrees of freedom parallel mechanism[D]. Chongqing: Chongqing University,2012:39. (In Chinese)
- [14] 艾青林,祖顺江,胥芳. 并联机构运动学与奇异性研究进展[J]. 浙江大学学报(工学版),2012,46(8):1345-1359.
AI Qinglin, ZU Shunjiang, XU Fang. Review of kinematics and singularity of parallel manipulator[J]. Journal of Zhejiang University (Engineering Science),2012,46(8):1345-1359. (In Chinese)
- [15] 叶鹏达,尤晶晶,仇鑫,等. 并联机器人工作空间的区间离散法[J]. 光学精密工程,2021,29(8):1847-1856.
YE Pengda, YOU Jingjing, QIU Xin, et al. Interval discretization method for workspace of parallel robot[J]. Optics and Precision Engineering,2021,29(8):1847-1856. (In Chinese)
- [16] 陈修龙,蒋德玉,陈林林,等. 冗余并联机构运动学性能分析与优化[J]. 农业机械学报,2016,47(6):340-347.
CHEN Xiulong, JIANG Deyu, CHEN Linlin, et al. Kinematics performance analysis and optimal design of redundant actuation parallel mechanism[J]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery,2016,47(6):340-347. (In Chinese)
- [17] 李维嘉. Stewart 运动平台的雅可比矩阵条件数的研究[J]. 华中科技大学学报(自然科学版),1997,25(11):33-35.
LI Weijia. Study on the condition number of Jacobian matrix of Stewart platforms[J]. Journal of Huazhong University of Science and Technology (Natural Science Edition),1997,25(11):33-35. (In Chinese)
- [18] 包子阳,余继周,杨杉. 智能优化算法及其 MATLAB 实例[M]. 2 版. 北京:电子工业出版社,2018:112-114.
BAO Ziyang, YU Jizhou, YANG Shan. Intelligent optimization algorithm and its MATLAB example[M]. 2nd ed. Beijing:Publishing House of Electronics Industry,2018:112-114. (In Chinese)
- [19] FARAMARZI A, HEIDARINEJAD M, STEPHENS B, et al. Equilibrium optimizer: a novel optimization algorithm[J]. Knowledge-Based Systems,2020,191:105190.
- [20] 李官明,曲海波,郭盛. 平面结构冗余并联机构的误差敏感度分析[J]. 机械工程学报,2020,56(23):45-57.
LI Guanming, QU Haibo, GUO Sheng. Sensitivity analysis of a planar parallel manipulator with kinematic redundancy[J]. Journal of Mechanical Engineering,2020,56(23):45-57. (In Chinese)

Configuration design and parameter optimization of 6-PSS parallel mechanism

WANG Qiming XUE Muyu GAO Dawei FANG Ming GE Yun

(School of Mechanical Engineering, University of Shanghai for Science and Technology, Shanghai 200093, China)

Abstract: [Objective] Aiming at the lack of systematic research on configuration arrangement and dimensional synthesis optimization of 6-PSS parallel mechanisms, this study focuses on improving the workspace and dexterity through multi-configuration comparison and algorithm optimization. [Methods] Firstly, four different configurations were designed, and their kinematics models were established. Secondly, the reachable workspace was solved using the interval discretization method. Then, dimensional synthesis optimization was performed with the workspace as the objective function by using the performance of the particle swarm optimization (PSO) and the equilibrium optimizer (EO) algorithms respectively. Finally, error sensitivity analysis and physical prototype tests were conducted to verify the proposed model. [Results] The results indicate that the EO algorithm outperforms the PSO algorithm in terms of optimization efficiency. The optimal structural parameters determined in this study significantly enhance the comprehensive performance of the mechanism, providing a foundation for the design of 6-PSS parallel mechanisms.

Key words: 6-PSS parallel mechanism; Structure design; Workspace; Error analysis; Prototype test

Corresponding author: WANG Qiming, E-mail: wangqm@usst.edu.cn

Fund: National Natural Science Foundation General Project (52175239)

Received: 2024-03-08

(编辑:李立)