

带裂纹双膜盘联轴器转子系统的动力学建模与分析

何淑婷 朱如鹏 王端滢 朱亚杰

(南京航空航天大学 机电学院, 南京 210000)

摘要:【目的】针对带裂纹双膜盘联轴器转子系统动力学特性研究不足的问题,考虑联轴器刚度交叉耦合项,推导带裂纹膜盘的时变刚度矩阵,为该类系统裂纹故障诊断与安全运行提供参考。【方法】首先,建立含刚度交叉耦合项的转子系统动力学方程,为裂纹影响分析提供模型支撑;其次,基于有限元法求解系统临界转速,与Ansys软件仿真结果对比,验证模型的正确性;然后,通过Newmark- β 法求解有、无裂纹时的动力学响应,获取转速-幅值图、频响-转速瀑布图及轴心轨迹;最后,系统分析裂纹长度(5~30 mm)和位置(内、外径)对系统响应的影响规律。【结果】结果表明,裂纹会引入2倍频成分,转速跨过 $\omega_1/2$ (630 r/min)时轴心轨迹内环旋转约180°;输出端裂纹长度增至20 mm时,1阶临界转速从1 270 r/min降至1 260 r/min,2倍频成分显著增强;裂纹初期,外径处影响更明显,随着裂纹长度增加,内径处影响占优,验证了模型与分析方法的有效性。

关键词: 膜盘联轴器; 裂纹故障; 交叉刚度; 裂纹参数; 有限元法

中图分类号: TH113 **DOI:** 10.16579/j.issn.1001.9669.2026.03.014

0 引言

膜盘联轴器是一种新型的挠性联接装置,广泛应用于航空、船舶等领域。膜盘联轴器在使用过程中承受转矩、轴向拉压、角向弯矩以及径向拉压等单一或复合载荷。当承受不对中、过大、重载或交变载荷时,会产生以裂纹为主的多种形式故障^[1],直接影响机械系统安全可靠运行。因此,开展带裂纹膜盘联轴器的故障动力学研究尤为重要。

目前,针对膜盘联轴器的动力学模型,相关学者已经提出了多种简化方式。TUZZI等^[2]分析了轴向-径向不对中工况下柔性轴-转子-膜盘联轴器的振动响应,但未涉及裂纹故障。闻雪友^[3]以典型轴系为中心,讨论了膜盘特性、膜盘布置方式及支座弹性对临界转速的影响,并提出了设计带膜盘联轴器轴系的建议。艾平贵等^[4]基于非线性有限元法研究膜盘联轴器的应力分布与模态特性,但未考虑动力学响应。甄满等^[5]采用Newmark- β 法分析膜盘联轴器-转子系统的模态与不平衡响应,忽略了裂纹导致的刚度时变特性。

现有带裂纹的轴系动力学研究主要是围绕转轴裂纹进行动力学响应分析。AL-SHUDEIFAT等^[6]通过谐波平衡法研究转轴裂纹深度对振动幅值的影响,并通过试验进行了验证。SAAVEDRA等^[7]构建呼吸裂

纹转子模型,指出1/2一阶临界转速处轴心轨迹可表征裂纹存在。刘桂珍等^[8]探讨了在非稳态油膜力支撑下,偏心量对裂纹转子系统的振动响应。王仲生等^[9]研究了裂纹转子系统下的响应信号,指出了倍频成分是转子裂纹出现的重要特征。张凌云等^[10]在综合考虑转轴裂纹、转子偏心量、转轴与辅助轴承碰摩力相互耦合的条件下,分析了裂纹对系统动态响应的影响。张星雨等^[11]考察了在裂纹深度不变的情况下,转子系统裂纹扩展过程中的振动特性及裂纹扩展速度的影响因素。

转子系统运行过程中,柔性膜盘联轴器由于其型面较薄更易产生疲劳裂纹,而目前关于带裂纹双膜盘联轴器转子系统的相关动力学研究较少。因此,本文针对双膜盘联轴器转子系统,研究带裂纹膜盘转子系统的动力学特性,通过Newmark- β 法求解了有、无裂纹时系统的动力学响应,综合利用轴心轨迹、频响、转速-振幅、转速-频响三维瀑布图,分析了裂纹长度及裂纹位置对系统响应的影响,为双膜盘联轴器裂纹故障的诊断和检测提供依据。

1 带裂纹双膜盘联轴器动力学简化模型建立

双膜盘联轴器由两个单膜盘焊接而成,膜盘型面基于等切应力原理设计而成,为双曲线型面,型面厚

收稿日期: 2024-07-31 修回日期: 2024-08-13

基金项目: 国家自然科学基金项目(52275061)

作者简介: 何淑婷,女,2000年生,江苏靖江人,硕士研究生;主要研究方向为机械传动与振动分析;E-mail:hest830@163.com。

朱如鹏(通信作者),男,1959年生,江苏建湖人,教授,博士研究生导师;主要研究方向为机械传动设计理论与技术;E-mail:rpzhu_nuaa@163.com。

引用格式: 何淑婷,朱如鹏,王端滢,等.带裂纹双膜盘联轴器转子系统的动力学建模与分析[J].机械强度,2026,48(3):122-132。

HE Shuting, ZHU Rupeng, WANG Duanhuang, et al. Dynamic modeling and analysis of the rotor system with cracked double diaphragm coupling[J]. Journal of Mechanical Strength, 2026, 48(3): 122-132.



免费获取

度 t_c 为

$$t_c = \frac{T}{2\pi\tau r^2} = \frac{K'}{r^2} \quad (1)$$

式中, T 为转矩; r 为型面任意处半径; τ 为型面内的切应力; K' 为型面系数。

由文献[12]可知,膜盘联轴器应力集中处为型面内径、外径,该处在交变载荷下易产生疲劳裂纹。因此,双膜盘联轴器裂纹易产生位置分别为左侧膜盘内、外径和右侧膜盘内、外径。对于转子系统而言,即输出端内、外径和输入端内、外径共 4 处,位置编号分别为 A_1 、 A_2 、 A_3 、 A_4 ,如图 1 所示。由文献[13]可知,膜盘联轴器型面大多为贯穿型裂纹,这是由于型面厚度较薄,最薄处仅有 0.4 mm。因此,本文中的双膜盘联轴器的裂纹类型为贯穿型裂纹,不考虑裂纹深度的影响。

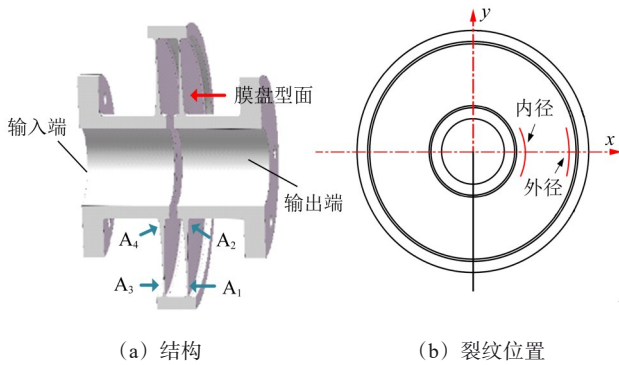


图 1 结构及裂纹示意
Fig. 1 Diagram of the structure and crack

将双膜盘联轴器视为弹簧单元,并简化为刚度矩阵。刚度耦合是指结构在发生位移或偏转时,在变形方向、非变形方向均产生反力或反力矩的力学特性。交叉耦合刚度系数 $k_{ij}(i \neq j)$ 是在振动分析中用来描述刚度耦合作用的一个参数。在实际情况中,联轴器扭转、弯曲、轴向等振动都是相互耦合的。因此,文中考虑了 6×6 矩阵中的刚度交叉耦合项^[14],可表示为

$$K_c = \begin{bmatrix} k_c & -k_c \\ -k_c & k_c \end{bmatrix} \quad (2)$$

$$\text{式中, } k_c = \begin{bmatrix} k_{11} & k_{12} & k_{13} & k_{14} & k_{15} & k_{16} \\ k_{21} & k_{22} & k_{23} & k_{24} & k_{25} & k_{26} \\ k_{31} & k_{32} & k_{33} & k_{34} & k_{35} & k_{36} \\ k_{41} & k_{42} & k_{43} & k_{44} & k_{45} & k_{46} \\ k_{51} & k_{52} & k_{53} & k_{54} & k_{55} & k_{56} \\ k_{61} & k_{62} & k_{63} & k_{64} & k_{65} & k_{66} \end{bmatrix}$$

不同于转轴裂纹的数值求解,采取预置裂纹的方式进行带裂纹双膜盘联轴器刚度的仿真求解。双膜盘联轴器左、右两侧法兰面螺孔同时耦合到联轴器质心点,分别记为 r_{p1} 、 r_{p2} 。对 r_{p1} 固定,对 r_{p2} 进行单个自由度方向的位移或转角加载及仿真求解,加载时需约束其余自由度,如图 2 所示,依次需完成 6 个自由度方向的仿真求解。

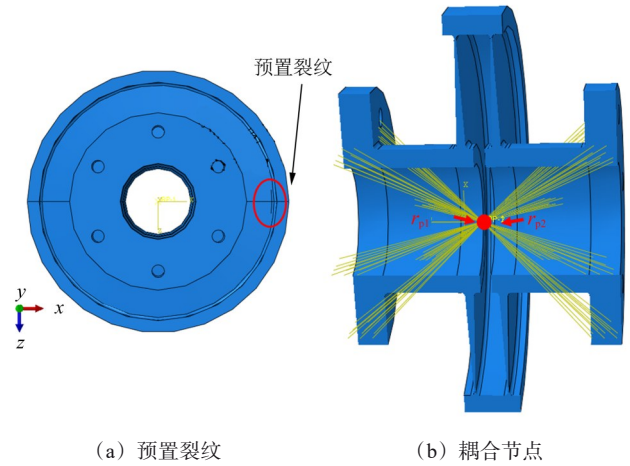


图 2 仿真模型

Fig. 2 Simulation model

提取 r_{p1} 点 6 个自由度的反力和支反力矩变化 (ΔF_{cx} 、 ΔF_{cy} 、 ΔF_{cz} 、 ΔM_{cx} 、 ΔM_{cy} 、 ΔM_{cz}),提取 r_{p2} 点加载方向单个自由度的位移或角度变化 (Δx_c 、 Δy_c 、 Δz_c 、 $\Delta \theta_{cx}$ 、 $\Delta \theta_{cy}$ 、 $\Delta \theta_{cz}$)。由于加载时约束了其余自由度, r_{p2} 点其余位移及偏转角度为 0。通过计算,可得到有、无裂纹双膜盘联轴器刚度矩阵,即

$$k_c \Delta X_c = \Delta F_c \quad (3)$$

式中, $\Delta X_c = [\Delta x_c \quad \Delta y_c \quad \Delta z_c \quad \Delta \theta_{cx} \quad \Delta \theta_{cy} \quad \Delta \theta_{cz}]^T$;
 $\Delta F_c = [\Delta F_{cx} \quad \Delta F_{cy} \quad \Delta F_{cz} \quad \Delta M_{cx} \quad \Delta M_{cy} \quad \Delta M_{cz}]^T$ 。

膜盘无裂纹时,联轴器刚度矩阵为对称阵;存在裂纹后,刚度矩阵为非对称阵。这表明裂纹会导致联轴器刚度矩阵不对称。

当膜盘存在裂纹,施加转速后,裂纹位置随着时间的变化而改变,致使带裂纹双膜盘联轴器刚度也随之变化。因此,建立旋转坐标系 $o-x'y'$,如图 3 所示。

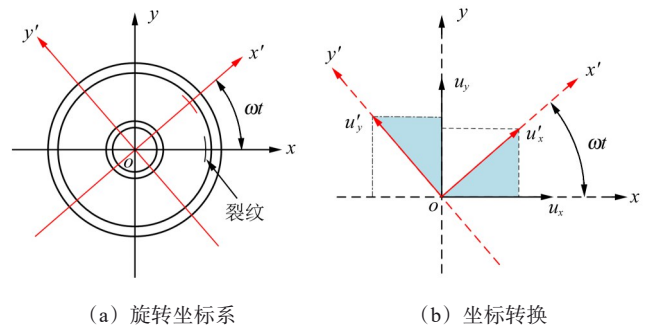


图 3 坐标系建立

Fig. 3 Establishment of the coordinate system

旋转坐标系 $o-x'y'$ 与固定坐标系 $o-xy$ 之间的位移转换关系为

$$\begin{cases} u_x = u'_x \cos(\omega t) - u'_y \sin(\omega t) \\ u_y = u'_x \sin(\omega t) + u'_y \cos(\omega t) \end{cases} \quad (4)$$

式中, u_x 、 u_y 分别为固定坐标系 $o-xy$ 中沿 x 、 y 轴的位移; u'_x 、 u'_y 分别为旋转坐标系 $o-x'y'$ 中沿 x' 、 y' 轴的位移; ω 为

角速度; t 为时间。

由此, 旋转坐标系与固定坐标系的位移转换矩阵可表示为

$$T = \begin{bmatrix} \cos(\omega t) & -\sin(\omega t) & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \sin(\omega t) & \cos(\omega t) & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \cos(\omega t) & -\sin(\omega t) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \sin(\omega t) & \cos(\omega t) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (5)$$

基于结构力学理论, 考虑力与位移的关系^[15], 旋转坐标系 $o-x'y'$ 与固定坐标系 $o-xy$ 之间的刚度转换关系可表示为

$$\mathbf{K}_{\text{coupling}} = \mathbf{TK}_c\mathbf{T}^T = \mathbf{K}_0 + \mathbf{K}_1\cos(\omega t) + \mathbf{K}_2\sin(\omega t) + \mathbf{K}_3\cos(2\omega t) + \mathbf{K}_4\sin(2\omega t) \quad (6)$$

其中

$$\mathbf{K}_0 = \begin{bmatrix} \frac{k_{11} + k_{22}}{2} & \frac{k_{12} - k_{21}}{2} & 0 & \frac{k_{14} + k_{25}}{2} & \frac{k_{15} - k_{24}}{2} & 0 \\ \frac{k_{21} - k_{12}}{2} & \frac{k_{22} + k_{11}}{2} & 0 & \frac{k_{24} - k_{15}}{2} & \frac{k_{25} + k_{14}}{2} & 0 \\ 0 & 0 & k_{33} & 0 & 0 & k_{36} \\ \frac{k_{41} + k_{52}}{2} & \frac{k_{42} - k_{51}}{2} & 0 & \frac{k_{44} + k_{55}}{2} & \frac{k_{45} - k_{54}}{2} & 0 \\ \frac{k_{51} - k_{42}}{2} & \frac{k_{52} + k_{41}}{2} & 0 & \frac{k_{54} - k_{45}}{2} & \frac{k_{55} + k_{44}}{2} & 0 \\ 0 & 0 & k_{63} & 0 & 0 & k_{66} \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{K}_1 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & k_{13} & 0 & 0 & k_{16} \\ 0 & 0 & k_{23} & 0 & 0 & k_{26} \\ k_{31} & k_{32} & 0 & k_{34} & k_{35} & 0 \\ 0 & 0 & k_{43} & 0 & 0 & k_{46} \\ 0 & 0 & k_{53} & 0 & 0 & k_{56} \\ k_{61} & k_{62} & 0 & k_{64} & k_{65} & 0 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{K}_2 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -k_{23} & 0 & 0 & -k_{26} \\ 0 & 0 & k_{13} & 0 & 0 & k_{16} \\ -k_{32} & k_{31} & 0 & -k_{35} & k_{34} & 0 \\ 0 & 0 & -k_{53} & 0 & 0 & -k_{56} \\ 0 & 0 & k_{43} & 0 & 0 & k_{46} \\ -k_{62} & k_{61} & 0 & -k_{65} & k_{64} & 0 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{K}_3 = \begin{bmatrix} \frac{k_{11} - k_{22}}{2} & \frac{k_{12} + k_{21}}{2} & 0 & \frac{k_{14} - k_{25}}{2} & \frac{k_{15} + k_{24}}{2} & 0 \\ \frac{k_{21} + k_{12}}{2} & \frac{k_{22} - k_{11}}{2} & 0 & \frac{k_{24} + k_{15}}{2} & \frac{k_{25} - k_{14}}{2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{k_{41} - k_{52}}{2} & \frac{k_{42} + k_{51}}{2} & 0 & \frac{k_{44} - k_{55}}{2} & \frac{k_{45} + k_{54}}{2} & 0 \\ \frac{k_{51} + k_{42}}{2} & \frac{k_{52} - k_{41}}{2} & 0 & \frac{k_{54} + k_{45}}{2} & \frac{k_{55} - k_{44}}{2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{K}_4 = \begin{bmatrix} \frac{k_{12} + k_{21}}{2} & \frac{k_{11} - k_{22}}{2} & 0 & \frac{k_{15} + k_{24}}{2} & \frac{k_{14} - k_{25}}{2} & 0 \\ \frac{k_{11} - k_{22}}{2} & \frac{k_{21} + k_{12}}{2} & 0 & \frac{k_{14} - k_{25}}{2} & \frac{k_{24} + k_{15}}{2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{k_{42} + k_{51}}{2} & \frac{k_{41} - k_{52}}{2} & 0 & \frac{k_{45} + k_{54}}{2} & \frac{k_{44} - k_{55}}{2} & 0 \\ \frac{k_{41} - k_{52}}{2} & \frac{k_{51} + k_{42}}{2} & 0 & \frac{k_{44} - k_{55}}{2} & \frac{k_{54} + k_{45}}{2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

2 转子系统动力学模型建立与验证

2.1 转子系统各单元矩阵

2.1.1 轴单元动力学模型

将轴设定为 12 自由度 Timoshenko 梁单元, 每个单元具有前、后 2 个节点, 每个节点均有 3 个方向位移和 3 个方向转角, 如图 4 所示。轴单元组成的广义坐标为

$$\mathbf{X}^e = [x_i \ y_i \ z_i \ \theta_{x_i} \ \theta_{y_i} \ \theta_{z_i} \ x_{i+1} \ y_{i+1} \ z_{i+1} \ \theta_{x_{i+1}} \ \theta_{y_{i+1}} \ \theta_{z_{i+1}}]^T \quad (7)$$

式中, x_i, y_i, z_i 分别为轴单元两端在 x, y 和 z 方向的位移, $\theta_{x_i}, \theta_{y_i}, \theta_{z_i}$ 分别为轴元素两端绕 x 轴、 y 轴和 z 轴的转角。典型的 Timoshenko 梁单元的各矩阵见参考文献[16]。

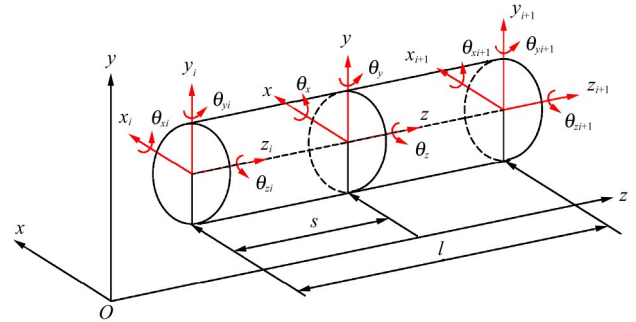


图 4 轴单元

Fig. 4 Shaft element

2.1.2 轴承单元

轴段两端的轴承在建模时考虑其 6 个自由度的刚度及阻尼, 轴承的刚度和阻尼矩阵可以表示为

$$\mathbf{K}_b = \text{diag}(k_{xx} \ k_{yy} \ k_{zz} \ k_{\theta_x} \ k_{\theta_y} \ k_{\theta_z}) \quad (8)$$

$$\mathbf{C}_b = \text{diag}(c_{xx} \ c_{yy} \ c_{zz} \ c_{\theta_x} \ c_{\theta_y} \ c_{\theta_z}) \quad (9)$$

式中, k_{xx}, k_{yy} 和 k_{zz} 分别为轴承沿 x, y, z 方向的刚度; c_{xx}, c_{yy}, c_{zz} 分别为轴承沿 x, y, z 方向的阻尼; $k_{\theta_x}, k_{\theta_y}$ 和 k_{θ_z} 分别为轴承绕 x, y, z 轴的刚度; $c_{\theta_x}, c_{\theta_y}, c_{\theta_z}$ 分别为轴承绕 x, y, z 轴的阻尼。

本文轴承仅考虑径向刚度和阻尼, $k_{xx} = k_{yy} = 1.5 \times 10^8 \text{ N/m}$, $c_{xx} = c_{yy} = 500 \text{ N}\cdot\text{s/m}$ 。

2.1.3 转盘单元

对于系统中的转盘, 在建模时视为刚体, 仅考虑质量矩阵和陀螺矩阵, 以 6 个自由度单元等效, 可表示为

$$\mathbf{M}_d = \text{diag}(m_d \ m_d \ m_d \ I_d \ I_d \ I_p) \quad (10)$$

$$G_d = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -I_p & 0 \\ 0 & 0 & 0 & I_p & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (11)$$

式中, m_d 为转盘质量; I_d 为转盘直径转动惯量; I_p 为极转动惯量。

2.2 动力学方程建立

本文分析对象为直升机 XX 型尾传动系统中一跨, 转子系统模型如图 5 所示。轴段 1(输入轴)和轴段 2(输出轴)通过双膜盘联轴器、法兰 1 及法兰 2 连接。

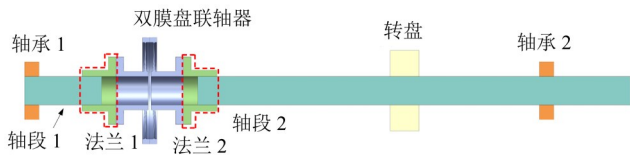
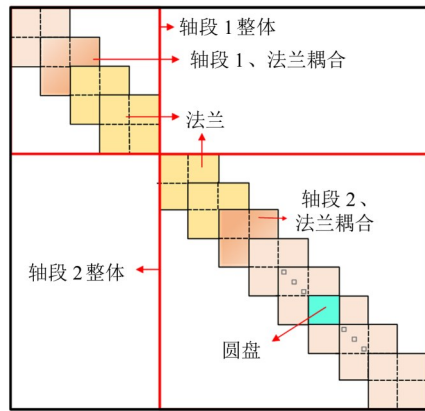


图 5 转子系统模型
Fig. 5 Model of the rotor system

由于输入轴较短, 法兰会影响求解精度, 因此, 将法兰 1、法兰 2 视为轴段一部分, 将法兰 1 与轴段 1 进行耦合, 法兰 2 与轴段 2 进行耦合。耦合后的轴段 1、轴段 2 通过联轴器刚度矩阵进行耦合, 模型轴段节点划



(a) 质量、陀螺矩阵

分如图 6 及表 1 所示。

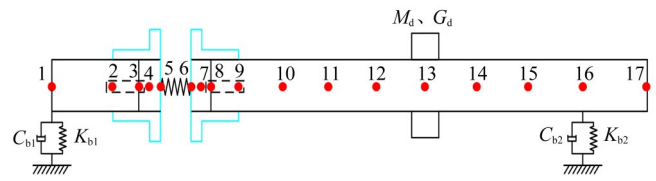


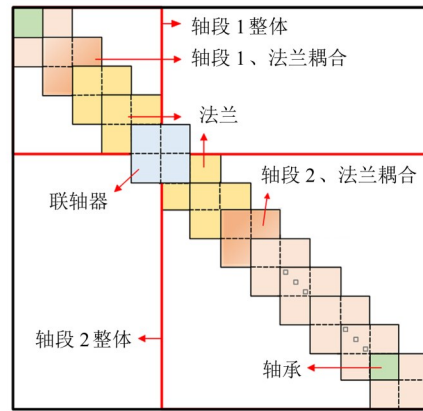
图 6 动力学模型
Fig. 6 Dynamic model

表 1 节点表

Tab. 1 Node table

轴段参数	1-2	2-3	3-4	4-5	6-7
外径/mm	30	43	43	70	70
内径/mm	0	0	30	30	30
长度/mm	65	15	12	8	8
轴段参数	7-8	8-9	9-10	10-16	16-17
外径/mm	43	43	30	30	30
内径/mm	30	0	0	0	0
长度/mm	12	15	85	150	100

将转子系统中的轴段、转盘、联轴器、轴承按照有限元法组合到一起, 得到系统的动力学方程, 组装方式如图 7 所示。



(b) 刚度矩阵

图 7 矩阵组装

Fig. 7 Matrix assembly

组装完成后, 得到带膜盘联轴器的转子模型的动力学方程为

$$M\ddot{X} + (C - \omega G)\dot{X} + KX = F_e + F_g \quad (12)$$

式中, M 、 C 、 G 、 K 分别为系统的质量、阻尼、陀螺和刚度矩阵; X 、 \dot{X} 、 \ddot{X} 分别为系统位移、速度、加速度向量; F_e 、 F_g 分别为系统的不平衡量和重力向量。需说明的是, 在节点 13 添加 $1 \times 10^{-5} \text{ kg} \cdot \text{m}$ 的不平衡量。

2.3 临界转速分析与仿真验证

利用 Ansys 软件模态求解功能进行双膜盘联轴器转子系统临界转速的求解。依照实体模型位置在相

应处添加轴承、圆盘, 如图 8 所示。

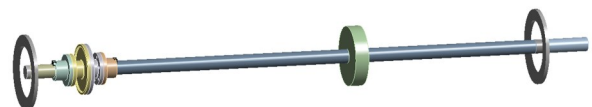


图 8 Ansys 模型
Fig. 8 Ansys model

通过有限元仿真和本文模型计算, 得到的轴系临界转速如表 2 所示。由表 2 可知, 本文模型与有限元仿真计算结果吻合度较高, 验证了双膜盘联轴器转子系统动力学模型的正确性。

表 2 临界转速对比

Tab. 2 Comparison of critical speeds

阶数	有限元结果/(r/min)	本文结果/(r/min)	相对误差/%
1	1 224.8	1 272.9	3.78
2	3 768.6	3 771.1	0.06
3	9 494.2	8 993.8	5.56
4	14 360.0	14 254.0	0.74

3 带裂纹膜盘联轴器转子系统动力学特性及分析

3.1 有、无裂纹动力学特性分析

在输出端外径预置长度 L 为 10 mm 的裂纹, 设定转速在 0~1 500 r/min 内, 以 10 r/min 为间隔, 各节点的转速-幅值图如图 9 所示。无裂纹时, 各节点在一阶临界转速 $\omega_1=1 270$ r/min 时发生共振; 裂纹存在后, 还在 $\omega_1/2=630$ r/min 处出现新的峰值, 表明裂纹导致系统在 $\omega_1/2$ 处发生超谐共振。

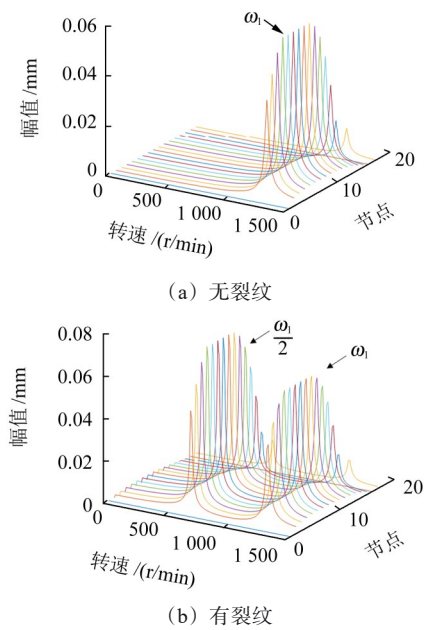


图 9 有、无裂纹下转速-幅值图

Fig. 9 Speed-amplitude diagram with or without cracks

为更清晰地阐释裂纹对系统动力学响应的影响, 图 10 分别给出了节点 11 在有裂纹与无裂纹 2 种工况下的频响-转速关系。由图 10 可知, 无裂纹时, 瀑布图中仅存在 1 倍频成分; 裂纹存在后, 瀑布图中出现了 2 倍频成分, 并在 $\omega_1/2$ 处达到峰值。这是由于双膜盘联轴器带裂纹后时变刚度矩阵中产生了 2ω 项。

图 11 所示为节点 11 在 400~1 200 r/min 下轴心轨迹, 转速间隔为 100 r/min。无裂纹时, 系统轴心轨迹始终为椭圆, 随转速增加而变大; 存在裂纹后, 轴心轨迹出现内环轨道。转速小于 $\omega_1/2$ 时, 轴心轨迹均存在内环, 且内环随着转速增加而变大; 转速大于 $\omega_1/2$ 时, 内环随着转速增加而变小, 轴心轨迹逐渐变为椭圆。

特别的, 当转速跨过 $\omega_1/2$ 时, 轴心轨迹内环轨道旋转约 180° , 与文献 [17] 一致, 这与频率中 2 倍频成分有关, 主要归因于裂纹导致的联轴器刚度不对称。这表明存在裂纹后、在 $\omega_1/2$ 附近, 轴心轨迹均会产生内环轨道, 内环存在于一定转速范围, 不仅局限于 $\omega_1/2$ 处。

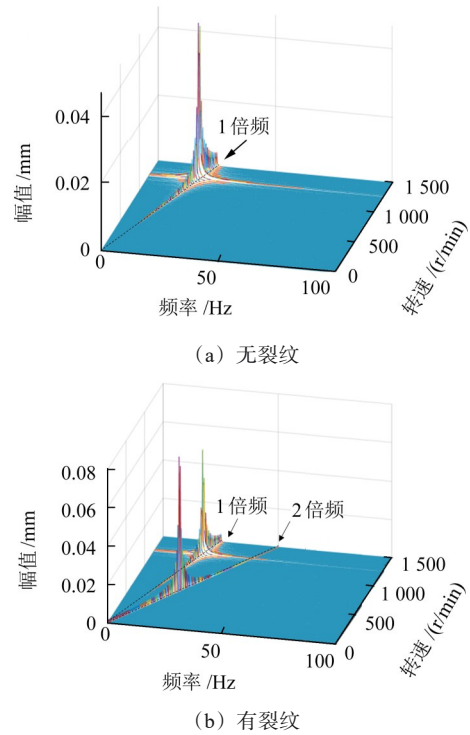


图 10 有、无裂纹下频响-瀑布图

Fig. 10 Frequency response-speed waterfall diagram with or without cracks

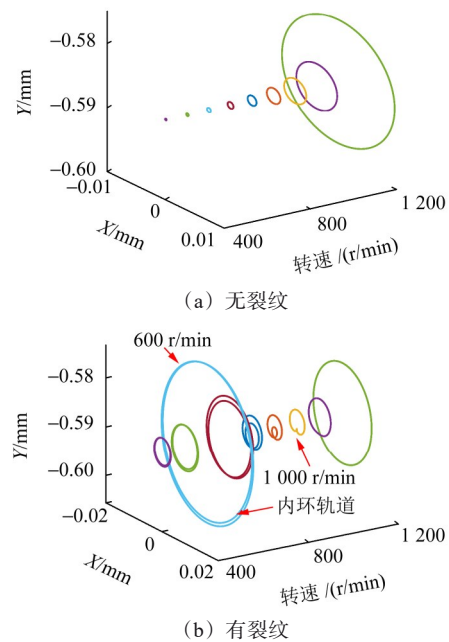


图 11 400~1 200 r/min 下轴心轨迹

Fig. 11 Axis trajectory between 400 ~1 200 r/min

上述分析说明了膜盘裂纹对转子系统幅频特性、频率成分、轴心轨迹及其变化的转速范围均产生了显著影响, 为后续探究裂纹参数的影响规律提供了基础。

3.2 裂纹参数对动力学响应影响

3.2.1 裂纹长度对动力学响应影响

将裂纹预置在输出端外径,对比裂纹长度对动力学响应的影响。图 12 所示为不同裂纹长度在 0~1 500 r/min 下 x 方向转速-幅值特性曲线。随着裂纹长度的增加, $\omega_1/2$ 即超谐共振点处的幅值逐渐增大。当裂纹长度为 5 mm 时, ω_1 为 1 270 r/min, 与无裂纹时保持一致。随着裂纹的增长, 系统 1 阶临界转速 ω_1 向低频偏移, 当裂纹为 20 mm 时, ω_1 降至 1 260 r/min, ω_1 处响应幅值明显增大。

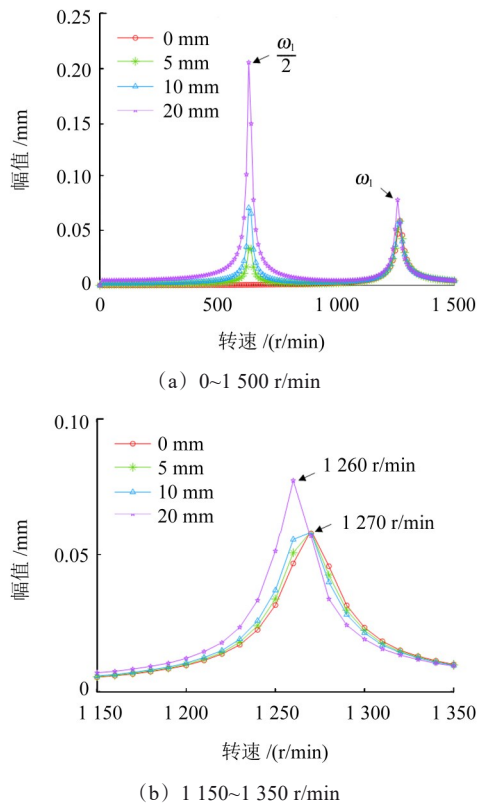


图 12 不同裂纹长度下转速-幅值特性曲线

Fig. 12 Speed-amplitude characteristic curves under different crack lengths

图 13 所示为 1 000 r/min 下不同裂纹长度对应的节点 11 频响及频率成分。随着裂纹长度增加, 频响中 2 倍频成分增大, 并最终超过了 1 倍频成分。

结合图 14 所示的输出端有 5、15 mm 裂纹在 400~1 200 r/min 下节点 11 的轴心轨迹, 与图 11(b) 所示的输出端有 10 mm 裂纹在 400~1 200 r/min 下节点 11 的轴心轨迹进行分析。当转速为 400 r/min, 3 种裂纹长度下轴心轨迹内环轨道大小均与外环相近; 当转速为 1 000 r/min, 裂纹长度为 5 mm, 轴心轨迹无内环轨道, 仅略微内凹; 裂纹长度为 10 mm, 内环轨道较小; 裂纹长度为 15 mm, 内环轨道明显。由此可知, 随着裂纹长度增加, 同转速下轴心轨迹内环轨道越明显; 轴心轨迹存在内环轨道的转速范围随之增大。

由上文可知, 通过分析转速为 1 000 r/min 时的轴心轨迹, 即可对存在内环轨道的转速范围大小进行对比。因此, 为节约篇幅, 下文分析转速均设为 1 000 r/min。

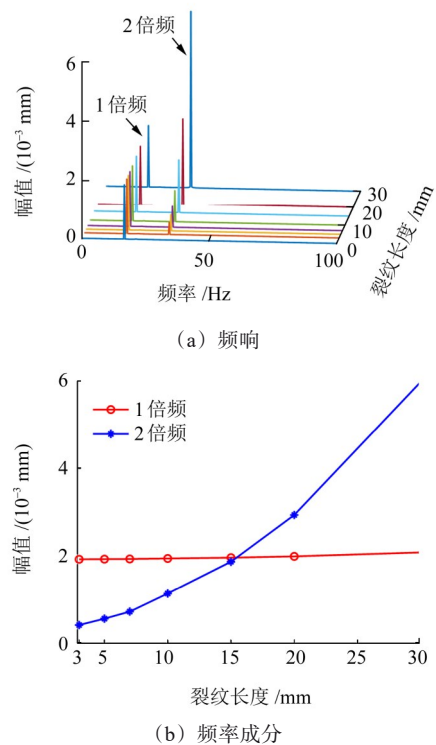


图 13 不同裂纹长度下频响

Fig. 13 Frequency response under different crack lengths

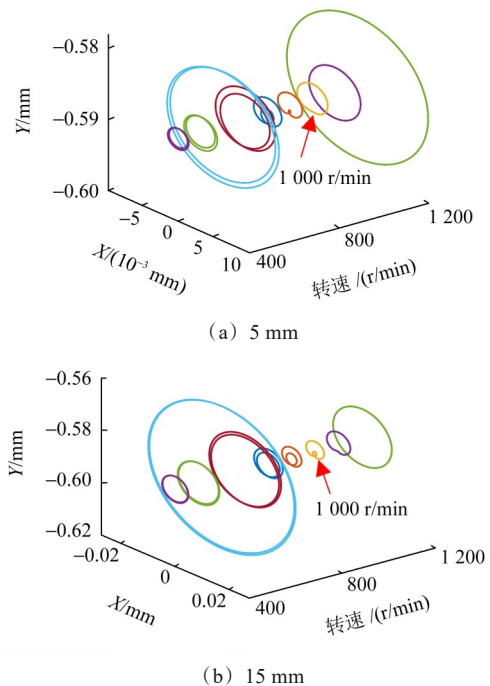


图 14 不同转速下轴心轨迹

Fig. 14 Axis trajectory at different speeds

3.2.2 裂纹位置对动力学响应影响

结合输入端与输出端, 同时对比裂纹位置(内、外径)对动力学响应的影响, 图 15 所示为不同裂纹位置下幅频特性曲线。在各向刚度综合影响下, 当裂纹长

度小于 15 mm 时,输入端、输出端均表现为外径处裂纹在 $\omega_1/2$ 处响应幅值较大。同时,裂纹长度越小,这种现象越明显。这表明裂纹产生初期,外径处裂纹比内径处裂纹对轴系振动响应影响更大,这是由于此时外

径处裂纹对联轴器刚度影响更大。当裂纹长度为 15 mm,输出端表现为内径处裂纹在 $\omega_1/2$ 处响应幅值较大,输入端仍表现为外径处裂纹在 $\omega_1/2$ 处响应幅值较大,此时,裂纹位置对动力学响应的影响发生改变。

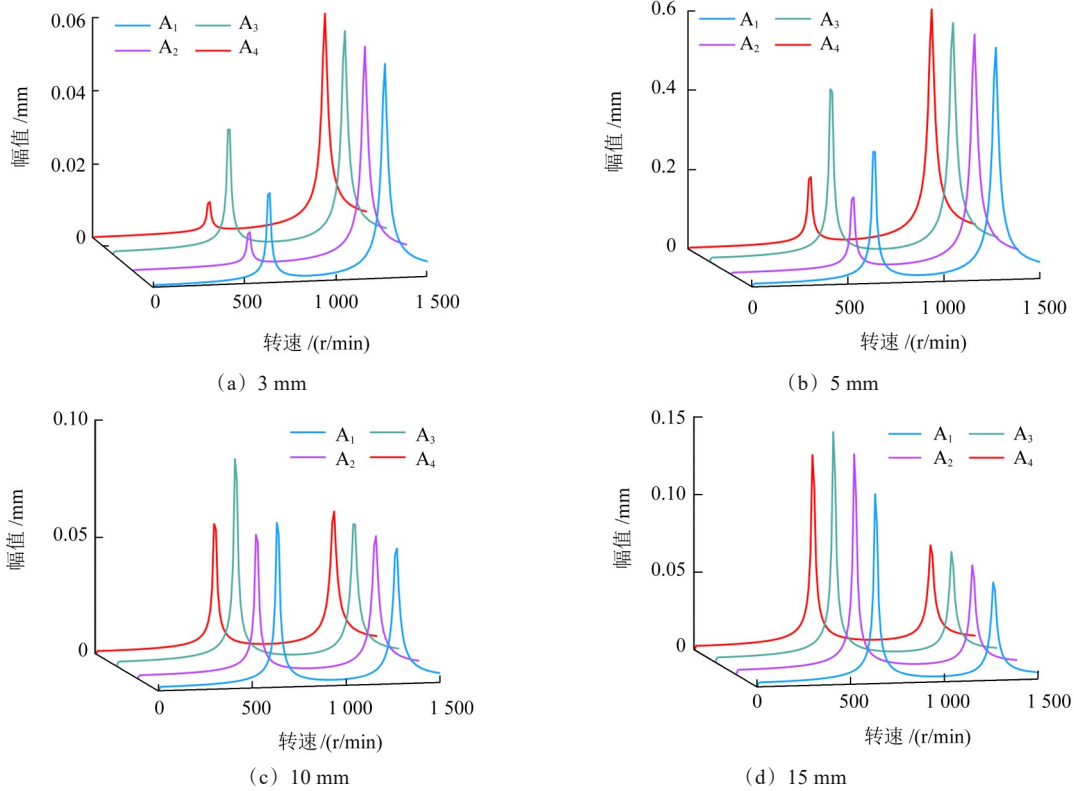


图 15 不同位置下转速-幅值图

Fig. 15 Speed-amplitude diagram at different positions

为进一步探究影响规律改变的原因,图 16 所示为裂纹长度分别为 20、30 mm 时,不同裂纹位置下转速-幅频特性曲线。当裂纹长度为 20 mm,对于输出端,内径处裂纹在 $\omega_1/2$ 处振动幅值更大;对于输入端,

内、外径处裂纹在 $\omega_1/2$ 处峰值相近。当裂纹长度为 30 mm,输入端、输出端均表现为内径处裂纹在 $\omega_1/2$ 处振动峰值更大。这表明随着裂纹长度增加,内径处裂纹对轴系振动响应影响更大。

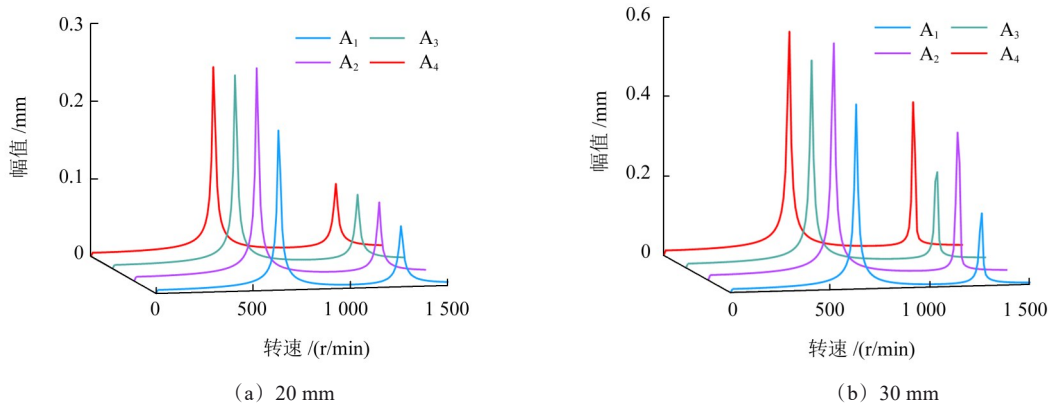


图 16 长裂纹下转速-幅值特性曲线

Fig. 16 Speed-amplitude characteristic curves under long cracks

为进一步探究裂纹位置对频响、轴心轨迹及其变化的转速范围的影响,图 17 所示为输出端裂纹位置不同时,节点 11 的轴心轨迹和频响。由图 17 可知,当裂纹长度为 5 mm,频响图中 2 倍频成分外径处大于内径处。此时,内径处裂纹轴心轨迹仍呈椭圆状,外径处

裂纹轴心轨迹略微内凹。当裂纹长度为 10 mm 时,频响图中 2 倍频成分外径处大于内径处,外径处轴心轨迹内环轨道更显著。当裂纹长度为 15 mm 时,频响图中 2 倍频成分内径处大于外径处,内径裂纹导致的内环轨道更大,轴心轨迹存在内环轨道的转速范围更大。

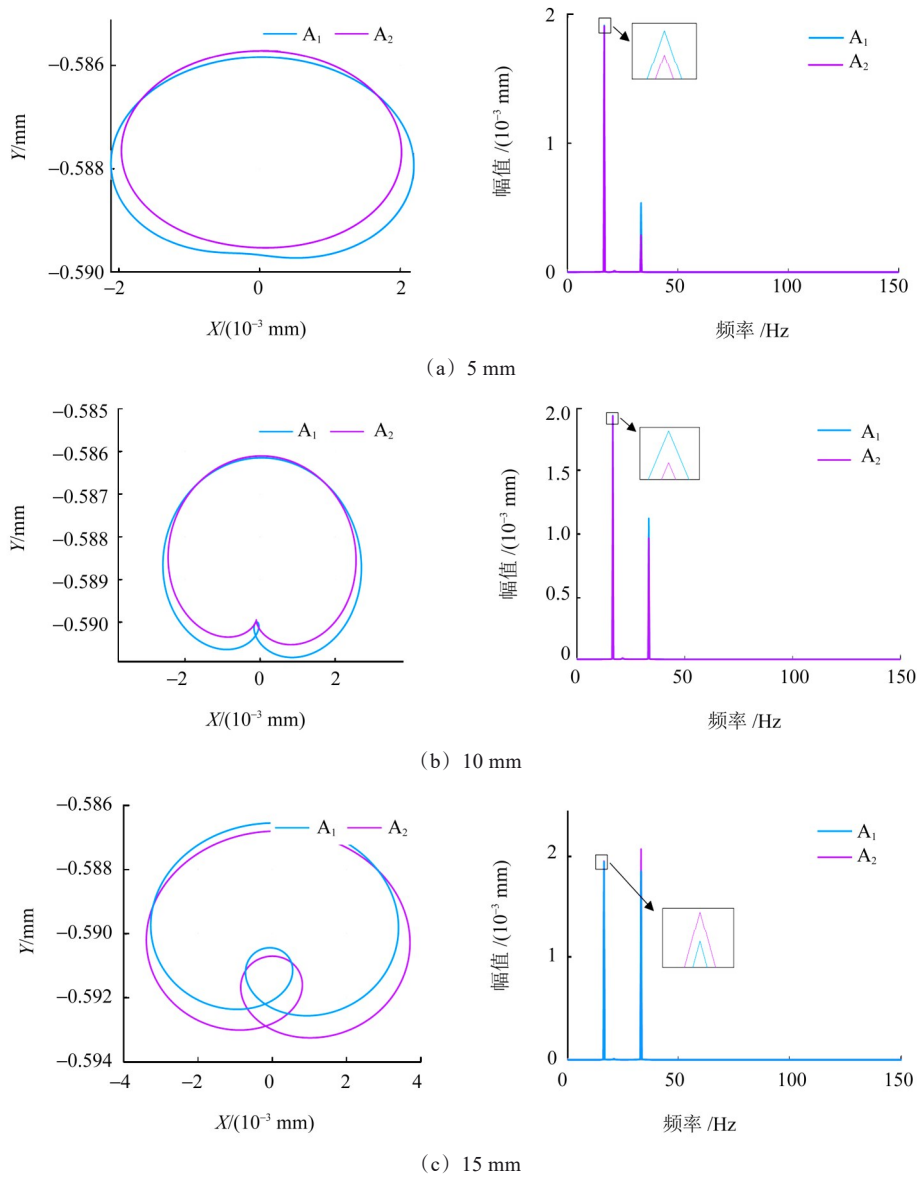
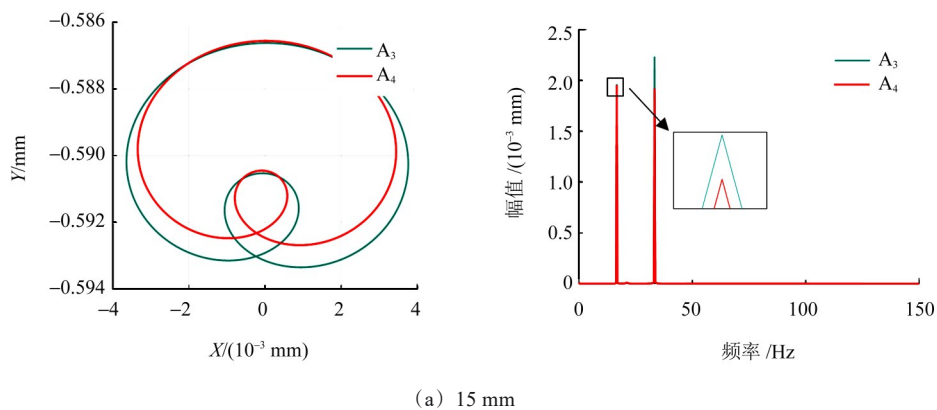


图 17 输出端内、外径裂纹响应对比

Fig. 17 Comparison of the crack response between inner and outer diameters of the output end

图 18 所示为随裂纹长度变化,输入端裂纹不同位置的响应。由图 18 可知,当裂纹长度为 15 mm 时,频响图中 2 倍频成分外径处明显大于内径处,外径处裂纹轴心轨迹内环轨道更大;当裂纹长度为 20 mm 时,外径、内径处轴心轨迹、频响均相似,但外径处裂纹影

响仍略大于内径处,此时,内、外径影响受裂纹的影响已进入过渡阶段;当裂纹长度为 30 mm 时,频响图中 2 倍频成分内径处大于外径处,内径处裂纹轴心轨迹内环轨道更大,轴心轨迹存在内环轨道的转速范围更大。



(a) 15 mm

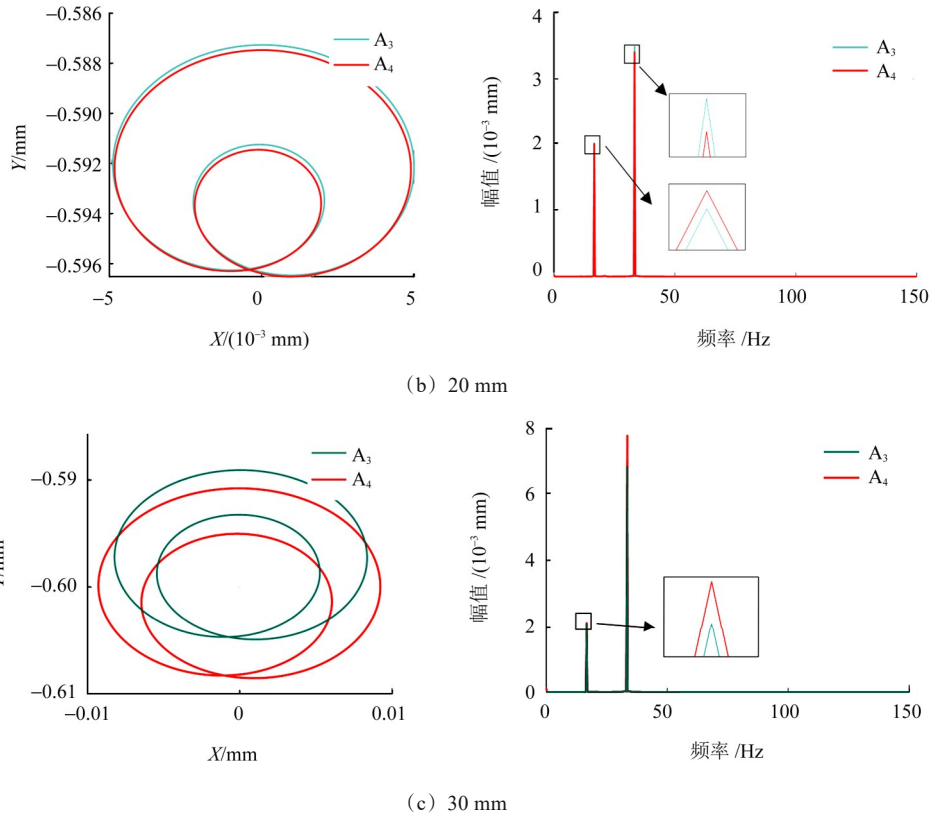


图 18 输入端内、外径裂纹响应对比

Fig. 18 Comparison of the crack response between inner and outer diameters of the input end

图 19 所示为转速为 1 000 r/min 时,输出端、输入端处裂纹随着长度增加的频率成分对比示意。图 19 中,实线表示外径裂纹,虚线表示内径裂纹。当裂纹较小时,外径裂纹导致的 2 倍频成分更显著,随着裂纹长度增加,内径裂纹产生的 2 倍频成分更

显著。

综上,裂纹位置对动力学响应影响与裂纹长度有关。当裂纹长度较短即裂纹产生初期,外径处裂纹对动力学响应影响大,随着裂纹长度增加,内径处影响更大。

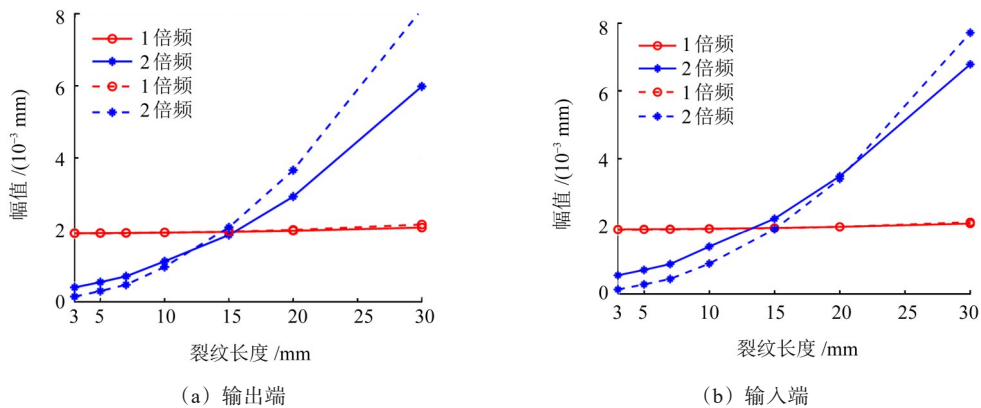


图 19 频率成分对比

Fig. 19 Comparison of frequency components

4 结论

针对双膜盘联轴器转子系统,建立了带裂纹膜盘转子系统的动力学模型,通过 Newmark- β 法求解了有、无裂纹下系统的动力学响应,分析了裂纹长度及位置对系统响应的影响,得出如下主要结论:

- 1) 考虑双膜盘联轴器刚度交叉项,建立了双膜盘联轴器转子系统动力学方程,求解了其临界转速,并与 Ansys 软件仿真临界转速结果对比,验证了动力学模型的正确性。
- 2) 对比有、无裂纹时的动力学响应,膜盘裂纹为轴系响应引入了 2 倍频成分,在 $\omega_1/2$ 处发生超谐共振,

轴心轨迹在 $\omega_1/2$ 附近转速内均产生内环轨道,转速越过 $\omega_1/2$ 时,内环轨道旋转约 180° 。因此,上述现象可作为双膜盘联轴器存在裂纹的判断依据。

3)随着裂纹长度的增加,频响中 2 倍频成分增大,轴心轨迹存在内环轨道的转速范围随之增大。同时,当裂纹较长时,会导致一阶临界转速的减小。因此,联轴器裂纹存在后,应时刻关注裂纹变化,避免裂纹长度增加导致意外发生。

4)裂纹位置对系统影响和裂纹长度有关。裂纹产生初期,外径处裂纹对系统动力学响应影响大。随着裂纹长度增加,转变为内径处裂纹对响应影响更大。基于此,该现象可以为联轴器裂纹存在位置的判断提供依据。

参考文献(References)

- [1] WANG G P, LIU J X, CHENG S, et al. The diaphragm coupling in energy equipment: a review [J]. *Frontiers in Energy Research*, 2022, 10: 1001315.
- [2] TUZZI G, SCHWINGSHACKL C W, GREEN J S. Cross-disc coupling in a flexible shaft-disc assembly in presence of asymmetric axial-radial bearing supports [J]. *Journal of Sound and Vibration*, 2022, 527: 116826.
- [3] 闻雪友. 带膜盘联轴器的轴系临界转速分析 [J]. *舰船科学技术*, 1979(10): 35-45.
WEN Xueyou. Analysis of critical speed of shafting coupling with diaphragm disc [J]. *Ship Science and Technology*, 1979(10): 35-45. (In Chinese)
- [4] 艾平贵,朱如鹏. 基于 ANSYS 的膜盘联轴器膜盘的应力与模态分析 [J]. *机械工程师*, 2008(1): 124-125.
AI Pinggui, ZHU Rupeng. Stress and modal analysis on diaphragm of diaphragm coupling based on ANSYS [J]. *Mechanical Engineer*, 2008(1): 124-125. (In Chinese)
- [5] 甄满,孙涛,田拥胜,等. 膜盘联轴器-燃气轮机发电机组转子系统动力学分析 [J]. *燃气轮机技术*, 2019, 32(2): 44-51.
ZHEN Man, SUN Tao, TIAN Yongsheng, et al. Dynamic analysis of gas turbine generator unit with diaphragm coupling [J]. *Gas Turbine Technology*, 2019, 32(2): 44-51. (In Chinese)
- [6] AL-SHUDEIFAT M A, BUTCHER E A, STERN C R. General harmonic balance solution of a cracked rotor-bearing-disk system for harmonic and sub-harmonic analysis: analytical and experimental approach [J]. *International Journal of Engineering Science*, 2010, 48(10): 921-935.
- [7] SAAVEDRA P N, CUITIÑO L A. Vibration analysis of rotor for crack identification [J]. *Journal of Vibration and Control*, 2002, 8(1): 51-67.
- [8] 刘桂珍,于影,龚伟胜,等. 偏心量影响下的裂纹转子非线性研究 [J]. *中国工程机械学报*, 2018, 16(4): 293-297.
LIU Guizhen, YU Ying, GONG Weisheng, et al. Nonlinear study of crack rotor under the influence of eccentricity [J]. *Chinese Journal of Construction Machinery*, 2018, 16(4): 293-297. (In Chinese)
- [9] 王仲生,姜洪开,徐一艳. 发动机转子系统早期故障智能诊断 [J]. *航空学报*, 2009, 30(2): 242-246.
WANG Zhongsheng, JIANG Hongkai, XU Yiyang. Early fault intelligent diagnosis of aero-engine rotor systems [J]. *Acta Aeronautica et Astronautica Sinica*, 2009, 30(2): 242-246. (In Chinese)
- [10] 张凌云,邹爱成. 含故障电磁轴承-转子系统的动态响应分析 [J]. *机械强度*, 2022, 44(3): 562-568.
ZHANG Lingyun, ZOU Aicheng. Analysis of dynamic characteristics of faulty magnetic bearing-rotor system [J]. *Journal of Mechanical Strength*, 2022, 44(3): 562-568. (In Chinese)
- [11] 张星雨,冯长水. 基于 Jeffcott 转子的裂纹扩展动态特性分析 [J]. *装备制造技术*, 2018(12): 70-73.
ZHANG Xingyu, FENG Changshui. Dynamic analysis of crack propagation based on Jeffcott rotor [J]. *Equipment Manufacturing Technology*, 2018(12): 70-73. (In Chinese)
- [12] 曹安港,常山,丁春华,等. 膜盘联轴器膜盘应力与刚度分析 [J]. *舰船科学技术*, 2017, 39(10): 155-158.
CAO Angang, CHANG Shan, DING Chunhua, et al. Analysis of stress and stiffness of diaphragm [J]. *Ship Science and Technology*, 2017, 39(10): 155-158. (In Chinese)
- [13] HAZRA M, SINGH S. Failures of flexible diaphragm couplings of power take off (PTO) shafts of an aircraft by surface discontinuity, controlled by stress concentration or stress intensity factor [J]. *International Journal of Engineering Materials and Manufacture*, 2020, 5(2): 29-39.
- [14] YU Y X, DING K K, ZHAO T Y, et al. Nonlinear dynamics of flexible diaphragm coupling's rotor system during maneuvering flight [J]. *The Journal of Strain Analysis for Engineering Design*, 2023, 58(3): 236-254.
- [15] ZHANG C, ZHU R P, WANG D, et al. Dynamic characteristics analysis and the identification signal of the horizontal tail drive shaft system with the ballistic impact damage of a helicopter [J]. *Structural Health Monitoring*, 2024, 23(2): 1123-1147.
- [16] 胡波. 含摩擦的齿轮-转子-轴承系统弹性动力学建模与分析 [D]. 长沙: 湖南大学, 2019: 140-144.
HU Bo. Elastic dynamic modeling and analysis of gear-rotor-bearing system with friction [D]. Changsha: Hunan University, 2019: 140-144. (In Chinese)
- [17] KUSHWAHA N, PATEL V N. Nonlinear dynamic analysis of two-disk rotor system containing an unbalance influenced transverse crack [J]. *Nonlinear Dynamics*, 2023, 111(2): 1109-1137.

Dynamic modeling and analysis of the rotor system with cracked double diaphragm coupling

HE Shuting ZHU Rupeng WANG Duanhuang ZHU Yajie

(College of Mechanical and Electrical Engineering, Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, Nanjing 210000, China)

Abstract: [Objective] Aiming at the insufficient research on the dynamic characteristics of the rotor system with cracked double diaphragm coupling, the cross-coupling term of coupling stiffness was considered, and the time-varying stiffness matrix of the cracked diaphragm was derived to provide a reference for the crack fault diagnosis and safe operation of such systems. [Methods] Firstly, a dynamic equation of the rotor system including the cross-coupling stiffness term was established to provide model support for the analysis of crack effects. Secondly, the critical speed of the system was solved based on the finite element method, and compared with the simulation results of Ansys software to verify the correctness of the model. Then, the dynamic responses with and without cracks were solved by the Newmark- β method to obtain speed-amplitude diagrams, frequency response-speed waterfall diagrams and axis trajectories. Finally, the influence laws of crack length (5-30 mm) and position (inner and outer diameters) on the system response were systematically analyzed. [Results] The results show that cracks introduce 2 harmonic rotational frequency components, and the inner ring of the axis trajectory rotates about 180° when the speed crosses $\omega_1/2$ (630 r/min). When the crack length at the output end increases to 20 mm, the first-order critical speed decreases from 1 270 r/min to 1 260 r/min, and the 2 harmonic component is significantly enhanced. The influence of cracks at the outer diameter is more obvious in the initial stage, and the influence at the inner diameter dominated with the increase of crack length, verifying the effectiveness of the model and analysis method.

Key words: Diaphragm coupling; Crack failure; Cross stiffness; Crack parameter; Finite element method

Corresponding author: ZHU Rupeng, E-mail: rpzhu_nuaa@163.com

Fund: National Natural Science Foundation of China (52275061)

Received: 2024-07-31 Revised: 2024-08-13

(编辑:李凯阳)